

Prof. Dr. Alfred Toth

# Ränder, Grenzen und Grenzränder



## Vorwort

Die im vorliegenden Buch vereinigten Aufsätze fassen meine Einzelstudien über Ränder, Grenzen, Grensränder und Randgrenzen zusammen. Dabei wird also vorausgesetzt, daß die klassische aristotelische Logik der Form  $L = (0, 1)$  zu Gunsten einer Relation aufgehoben wird, in welcher die beiden Werte 0 und 1 keine Spiegelbilder voneinander sind, sondern durch eine Differenz vermittelt, welche den Rand darstellt, d.h. es gilt nicht  $L = L^{-1}$  mit  $R(0, 1) = R(1, 0)$ , sondern  $L \neq L^{-1}$  mit  $R(0, 1) \neq R(1, 0)$ . Da dies genau die Situation der Ontik wiedergibt – etwa die Hausmauer, welche erst die Differenz zwischen Außen und Innen erkennen läßt –, umfaßt das Spektrum der Aufsätze nicht nur Logik und Semiotik, sondern auch Ontik. Ferner repräsentieren diese Aufsätze den Weg, der von der Semiotik zur Ontik geführt hat und schließlich zu deren gemeinsamer Reduktion auf die tiefere Basis der Systemtheorie.

Tucson, AZ/Basel, 30.7.2018

Prof. Dr. Alfred Toth

## Die Umgebungen des bezeichneten Objektes

1. Zeichen bezeichnen nicht nur ihre Objekte, sondern meist auch deren Umgebungen sowie eine Anzahl weiterer Bestimmungen. Z.B. bezeichnet dt. Gasse einen fahrbaren Weg wie dt. Strasse, aber eine Gasse muss sich zwischen zusammengebauten Häusern befinden, was z.B. bei einer Landstrasse (engl. road) nicht der Fall ist (die meisten Beispiele sind Leisi 1953 entnommen). Ein Stück Fleisch wird im Dt. nicht einfach gekocht, sondern je nachdem gesotten, gebraten, pfannengerührt, gebacken, gegrillt, Gemüse kann ferner gedünstet werden. Das Sieden setzt also eine Wasserpfanne, das Braten eine Bratpfanne, das Stir-fry-en einen Wok, das Backen einen Ofen und das Grillen einen Grill/Rost, ein hawaiianisches Lu'au sogar einen Erdofen (imu, umu) voraus.

2. Die exakte Lokalisation eines Objekts in einer Regions des Raumes kann in der Mereotopologie durch den Ausdruck (Varzi 2007, S. 73):

$$L_{xy} \wedge L_{xz} \rightarrow y = z,$$

beschrieben werden, woraus ein expliziter Ortsfunktorkonstruierbar ist (Varzi 2007, S. 84):

$$px =: iyL_{xy}.$$

Einfach gesagt, wird damit nichts anderes ausgedrückt, als dass x in y liegt. Die Frage ist, wie präzise können Wortinhalte wie die oben angegeben durch mereotopologische Beziehungen in der Semiotik ausgedrückt werden? Es dürfte vorab klar sein, dass der Unterschied von Pfannen und Woks für die Semiotik ohne Relevanz ist, da die Semiotik ja eine reduktive Wissenschaft ist. Dennoch sollen die vorhandenen Möglichkeiten hier untersucht werden.

Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, ist die ad hoc-Einführung einer eigenen Ortskategorie in der Form etwa der onomasiologischen ternären Relation (Jaberg/Jud)

$$VZ = (S, O, W)$$

überflüssig, da das Zeichen durch seine Bezeichnungsfunktion immer als Funktion seines Ortes darstellbar ist. Beispiele sind dialektale Wörter als

Funktion ihrer Orte, wo sie verwendet werden, Hausnummer als Funktion ihrer Häuser, Uniformen als Funktion ihrer Träger, Grenzsteine als Funktion ihrer realen politischen Grenzen, usw. Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, gilt somit

$$M \subset L \subset O.$$

3. Damit können wir die oben gestellte Frage wie folgt beantworten: Diejenige Präzision, mit der Wortinhalte durch mereotopologische Relationen semiotisch festgehalten werden können, wird durch die mereotopologischen Charakteristiken von Offenheit und Geschlossenheit der entsprechenden Mengen sowie den Typen ihrer Deixis (beim Index) bzw. Inklusion (Icon, Symbol) festgelegt. Nach Varzi (2007, S. 48) besteht eine Menge aus dem Innern, dem Äusseren, der Closure und der Boundary:

$$ix := \Sigma z \forall y (Czy \rightarrow Oxy) \quad \text{interior}$$

$$ex := i(\neg x) \quad \text{exterior}$$

$$cx := \neg ex \quad \text{closure}$$

$$bx := \neg(ix + ex) \quad \text{boundary}$$

Damit liegen die folgenden Definitionen auf der Hand

$$OPx := x = ix \quad \text{open}$$

$$CLx := x = cx \quad \text{closed,}$$

und die folgenden 10 Kombinationen von Zeichen und Objekt sind möglich:

ii

ie ee

ic ec cc

ib eb cb bb

Z.B. muss als eine Gasse einen "Rand" haben (b), d.h. mit dem Fahrweg bildet sie eine Closure, aber eine Road verläuft frei in der Landschaft, d.h. sie ist mit dem „Interior“ ausreichend charakterisiert. Das Backen im Ofen setzt einen

abgeschlossenen Raum, also eine closure voraus, der hawaiianische Erdofen dagegen nur ein „Exterior“. Eine Tasse besteht streng genommen nur aus Rand, d.h. Boundary, eine Flasche dagegen wird zusammen mit dem Zapfen ohne Kronenkorken zu „Closure“, usw.

### **Literatur**

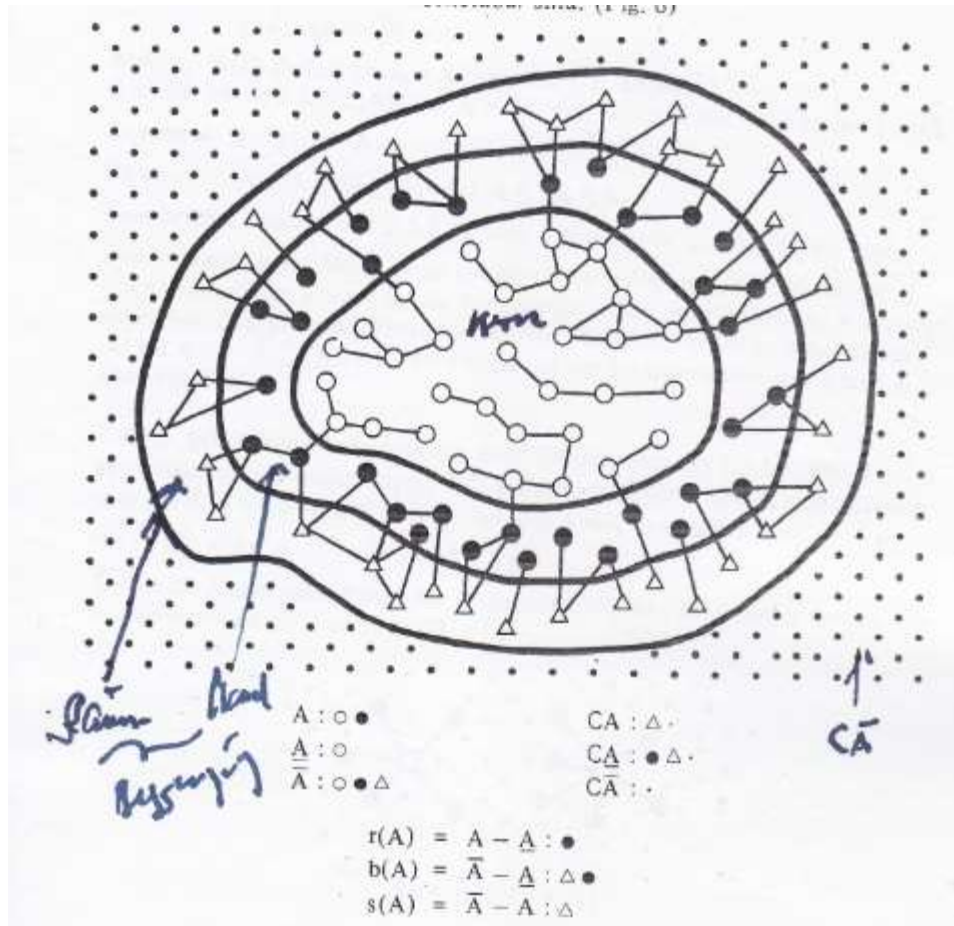
Leisi, Ernst, Der Wortinhalt, Heideberg 1953

Toth, Alfred, Lokalisierte Mengen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Varzi, Achille G., Spational Reasoning and Ontology. In: Aiello, M. et al., Handbook of Spational Logics. Berlin 2007, S. 945-1038

## Der Objektbezug im Kern, Rand und Saum einer mehrstufigen Topologie

1. Einen hochinteressanten Versuch, den Rand einer Menge nicht einfach als die Menge aller Punkte zu betrachten, welche eine als Hülle aufgefasste Menge im Sinne einer linearen „Grenze“ abschliesst, sondern eine „Begrenzung“ einzuführen, die flächig ist und von einem inneren Rand und einem äusseren „Saum“ begrenzt wird, verdankt man Fischer (1973, S. 48 ff.):



2. Wenn man den Objektbezug des Zeichens anschaut, so fällt auf, dass der Index (2.2) – anders als das ihm vorangehende Icon (2.1) und das ihm nachfolgende Symbol (2.3) – keine mengentheoretisch relevante Relation zu seinem bezeichneten Objekt aufweist, sondern nur auf es hinweist; seine Beziehung wurde daher oft als „nexal“ bezeichnet (z.B. Walther 1979, S. 64). Z.B. ist die Schnittmenge der charakteristischen Merkmale eines Icons und einer Person nicht-leer:

$$M(\Omega) \cap M(2.1) \neq \emptyset$$

Die Schnittmenge eines Symbols, z.B. eines Wortes, und des von ihm bezeichneten Objektes, ist dagegen leer

$$M(\Omega) \cap M(2.3) \neq \emptyset,$$

aber auch als leere Relation macht es Sinn, vom BESTEHEN einer Merkmalsrelation zu sprechen. Dagegen bildet eine auf einer Hausmauer festgeschraubte Hausnummer keinen Teil eines Hauses ab; ein Autonummerschild lässt auch dann eine eindeutige Identifikation des Wagenbesitzers zu, wenn das Schild vom Wagen detachiert ist, ohne jedoch irgendwelche gemeinsame Merkmale entweder mit dem Wagen oder seinem Besitzer zu haben; ein Wegweiser hat keine Ähnlichkeiten mit dem auf es hingewiesenen Objekt, denn ob der Pfeil nach Paris, San Diego oder Edlischwil weist, hat keinen Einfluss auf Form, Farbe, Grösse usw. des Wegweisers.

Was wir also folgern können, ist, dass im semiotischen Objektbezug (anders als im Mittel- und im Interpretantenbezug) das Icon und das Symbol zusammengehören, insofern sie bezüglich ihrer Schnittmenge mit der Merkmalsmenge der von ihnen bezeichneten Objekte ein Intervall bilden

$$[(2.1), (2.3)] = ]_{2.1} 100\%, \dots, 0\%]_{2.3},$$

wobei das Intervall linksoffen ist, da völlige Übereinstimmung zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt deren Identität bedeutete (und somit die Ununterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt). Wir haben also in der Durchkreuzung der semiosis-generativen Ordnung

$$((2.1), (2.3)), (2.2) \quad \text{bzw. } ((2.3), (2.1)), (2.2)$$

$$((2.2), ((2.1), (2.3))) \quad \text{bzw. } (2.2, ((2.3), (2.1))).$$

Und damit kommen wir zurück auf das eingangs wiedergegebene Bild aus Fischer (1973, S. 48): Theoretisch können wir als Kern der Menge  $Z$  des Objektbezugs, d.h. als  $Z$ , alle drei Subzeichen (2.1), (2.2), (2.3) wählen. Auch die Entscheidung darüber, welches Subzeichen wir als „Rand“ oder „Saum“ wählen:



Saum von Z:  $s(Z) := Z \cap C(Z)$

Rand von Z:  $r(Z) := \overline{Z} \cap C(Z)$

ist ohne primären Belang, solange wir nur darauf achten, dass weder Icon (2.1) noch Symbol (2.3) durch den Begrenzungsstreifen

Begrenzung von Z:  $b(Z) := \overline{\overline{Z}} \cap C(Z)$

getrennt werden. Anders ausgedrückt: Rand oder Saum trennen immer den Index (2.2), ob dieser nun dem Kern oder der Hülle von Z angehört.

### **Literatur**

Fischer, Walther L., Äquivalenz- und Toleranzstrukturen. München 1973

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

## Qualität als Positionierung

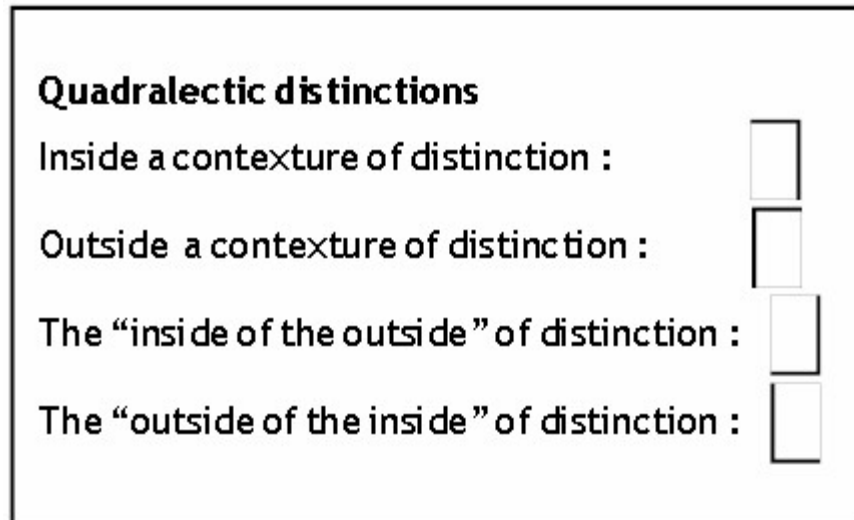
Es war ein Zeichen dafür, daß er das wahre Licht sah, das da Nichts ist.

Meister Eckehart (1260-1327)

1. In seinen frühen semiotischen Studien zu Kafka stellte Bense fest: "So tritt also das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt, infolgedessen ist es beständig gegenwärtig wie auch beständig abwesend. Die meontologische Differenz erscheint als ontologische Ambivalenz. Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden, sofern sich dieses in jedem Seienden kundgibt" (1952, S. 81). Das deckt sich in den Grundzügen mit Heidegger: "Der alte Satz ex nihilo nihil fit erhält dann einen anderen, das Seinsproblem selbst treffenden Sinn und lautet: ex nihilo omne ens qua ens fit" (1986, S. 40).

2. Wie gesagt, ist Benses Argumentation bereits in der "Theorie Kafkas" – obwohl diese 15 Jahre vor Benses erstem ausschließlich semiotischem Buch geschrieben wurde – und übrigens auch noch zehn Jahre vor E. Walthers Habilitationsvortrag über den Zeichenbegriff bei Peirce (1962) – eine semiotische: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Somit sind es bei Bense bereits anfangs der 50er Jahre die Zeichen, welche als "meontologische Differenz" in der Form von "ontologischer Ambivalenz" erscheinen, denn sie verdoppeln ja quasi die Welt, indem sie später von Bense ausdrücklich als "Zuordnungen ... zu etwas (das Objekt sein kann)", d.h. als "Metaobjekte" eingeführt werden (Bense 1967, S. 9). Zu jedem Objekt kommen somit ein oder auch mehrere Metaobjekte, d.h. Zeichen dazu, die Welt der Objekte wird dadurch vervielfacht, und der klassischen Ontologie mit dem Geltungsbereich der positiven Seinshematik wird die Semiotik mit dem Geltungsbereich einer negativen Seinshematik gegenübergestellt. Nun hatte bereits Bense (1975, S. 16) die Zeichenfunktion als Überbrückung "der Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" eingeführt. Es bleibt also noch die Frage noch klären, wie man sich die Nahtstelle zwischen Sein und Nichts vorzustellen hat. Hierzu kann man ein Modell benutzen, das erst seit kurzer Zeit

existiert und das von Rudolf Kaehr (2011, S. 12) stammt und in seinen Grundzügen auf Gotthard Günthers (1976) Unterscheidung der vier möglichen logisch-epistemischen Funktionen in einer 4-wertigen, nicht-klassischen Logik zurückgeht, die ich in Toth (2008, S. 64 ff.) in die Semiotik eingeführt hatte



Nach dem quadralektischen Modell Kaehrs kann man also die "Grundfiguren" quadralektischer Diamanten in dieser Reihenfolge dem Interpretanten-, Objekt- und Mittelbezug des Peirce-Benseseschen Zeichenmodells zuschreiben (vgl. Toth 2011):

- Mittelbezug (M):  $[A \rightarrow I] := I$
- Objektbezug (O):  $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
- Interpretantenbezug (J):  $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
- Qualität (Q)  $[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I),$

und so kann man ferner die systemische Zeichenrelation (Toth 2012a) wie folgt "quadralektisch" umformen

$$ZR_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \Rightarrow (I(A), A, I, A(I)).$$

Die entscheidende Frage bleibt jedoch, ob die aus semiotischer Sicht inverse Funktion  $A(I)$  bzw.  $[I \rightarrow A]$  wirklich ihren Platz als 0-stellige Relation INNERHALB der Zeichenrelation hat oder nicht. In Toth (2012b) war allerdings

argumentiert worden, daß die beiden Funktionen  $[A \rightarrow I]$  und  $[I \rightarrow A]$  (die nur formal invertierbar sind!) genau die Menge von Randpunkten der Hülle von Innen und Außen in einem System ausmachen, d.h. aber, nicht nur  $[A \rightarrow I]$  (vermöge dem Mittelbezug, per definitionem), sondern auch  $[I \rightarrow A]$  muß schon aus strukturellen Gründen Teil von  $ZR_{\text{sys}} =$  sein, denn das "Inside of the Outside" und das "Outside of the Inside" verhalten sich in der suggestiven Kaehrschen Notation so zueinander, dass die horizontalen Striche beider Figuren deckungsgleich werden ( $\perp$ ), d.h. die beiden systemtheoretischen Funktionen verhalten sich so, wie wenn jemand gleichzeitig z.B. vor und hinter einer Haustür steht. Daraus folgerten wir bereits in Toth (2012b), daß man als semiotische Funktion des Outside of the Inside (L) die **Perspektivierung eines Systems**, d.h. die Entscheidung darüber, was jeweils Außen und was jeweils Innen ist, bestimmen kann. (Ein Hauseingang z.B. sieht von Innen nicht gleich aus wie von Außen!) Mit anderen Worten: "L" verortet, be-gründet (im Sinne des Heideggschen "zureichenden Grundes" bzw. Kaehrs "anchoring"), das, was hinter der "Tür" steht. Nimmt man nun an, daß das, was von außerhalb der "Tür" betrachtet, innen das Zeichen und daß daher außen das Objekt ist, dann fundiert also dieser "nullheitliche" Bezug (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zur "Zerones") das Zeichen als triadische Relation über Erst-, Zweit- und Drittheit. Damit wird aber das Zeichen, aufgefaßt als Menge innerer Punkte, im Sinne der Topologie durch die Koinzidenz von  $\perp$  durch einen *sowohl äussere wie innere Punkte enthaltenden "Rand"* abgeschlossen. (In dieser systemtheoretisch interpretierten Topologie "partizipiert" also der Rand nicht nur am Nichts, sondern auch am Sein, d.h. genauso, wie es Bense 1952, S. 80, Eingangszitat, sagt). Dagegen wird das Außen im Sinne einer Menge äußerer Punkte, d.h. das Objekt, wiederum von der gleichen Grenze der Menge der Randpunkte, vom Innern abgetrennt. Man könnte diesen Sachverhalt also prägnant wie folgt charakterisieren: DIE SCHNITTSTELLE VON SEIN UND NICHTS, OBJEKT UND ZEICHEN ZEICHNET SICH DADURCH AUS, DAß SIE GEGENSEITIG ANEINANDER PARTIZIPIEREN. Diese "Partizipationsmenge", d.h. die Menge der Randpunkte, ist also nichts anderes als das, was früher auch von mir als das Gebiet der "Präsemiotik" bezeichnet wurde und von dem weiterhin abzuklären ist, ob es sich hier um eine Liniengrenze oder nicht vielmehr um ein Streifen von "Niemandland" handelt.

## Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Heidegger, Martin, Was ist Metaphysik? 13. Aufl. Frankfurt 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms.  
<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf> (2011)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

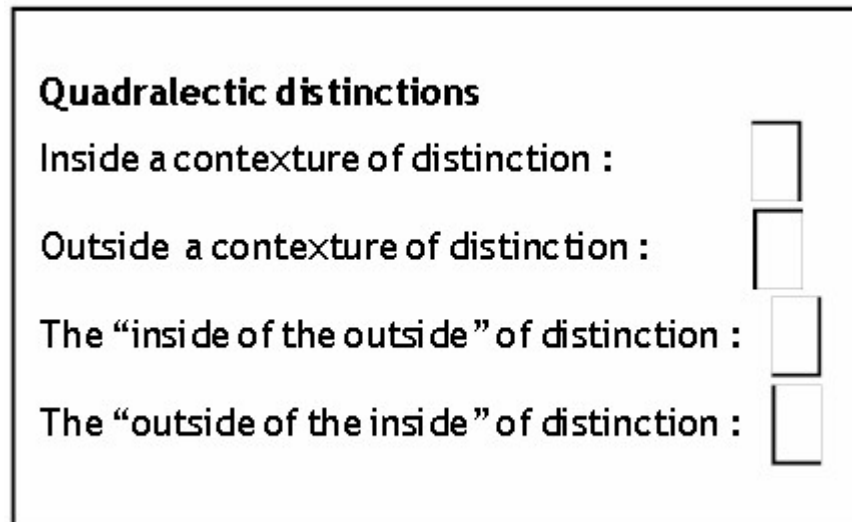
Toth, Alfred, Notizen zur Quadralektik des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als Teil des Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Zum Rand von Zeichen und Objekt

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, kann man die "quadralektischen" systemischen Funktionen in der folgenden Bestimmung von Rudolf Kaehr (2011, S. 12)



nach meinem in Toth (2011) gegebenen Vorschlag wie folgt auf die semiotischen Funktionen (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.) abbilden:

Mittelbezug (M):  $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O):  $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J):  $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

Qualität (Q)  $[A \rightarrow I]^{\circ} = [I \rightarrow A] := A(I).$

Man bemerkt also, daß "Quadralexis" (wie aus dem Namen natürlich nicht anders zu erwarten [auch wenn er korrekt "Tetralexis" lauten müßte!]) eine mindestens 4-stellige Zeichenrelation voraussetzt. Trotzdem ist es natürlich möglich, auch die Peirce-Bensesche triadische Zeichenrelation in quadralektische Notation zu transformieren:

$ZR_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (I, (A, I(A)))$

2. In Kaehrs suggestiv gewählten Symbolen machen also die beiden "Distinktionen"  $I(A)$  und  $A(I)$  den RAND zwischen den inneren und den äußeren

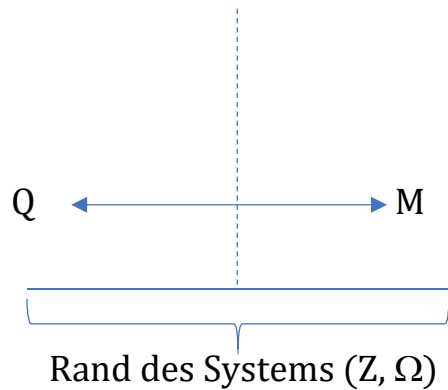
Punkten des Zeichen-Objektsystems aus; wenn man die beiden Distinktionen zusammenschreibt, ergibt sich  $\perp$ , dessen horizontaler Strich die Kontexturgrenze zwischen Außen und Innen symbolisiert und dessen durchgehender vertikaler "Sockel" symbolisiert, daß Außen und Innen trotz aufweisbarer Kontexturgrenze in Bezug auf den Rand nicht diskret separierbar sind. Und genau dies kommt nun durch die Bestimmung

Mittelbezug (M):  $[A \rightarrow I] := I$

Qualität (Q)  $[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I)$ ,

d.h.  $M^\circ = Q$ ;  $Q^\circ = M$

zum Ausdruck. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik (und nicht umgekehrt) ist, so bedeutet dies semiotisch (wiederum in Einklang mit Bense, loc. cit.), daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, und genau diese Partizipation wird durch das Konversionsverhältnis von M und Q bzw. symbolisch durch den "Sockel" in  $\perp$  zum Ausdruck gebracht. Es ist somit unzulässig – wie dies in der Semiotik bisher fast durchwegs geschehen ist –, die qualitative "Nullstufe" bzw. "Zerones" (vgl. dazu bereits Bense 1975, S. 65 f.) außerhalb des "semiotischen Raumes" und somit innerhalb eines "ontologischen Raumes" anzusiedeln, denn nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation einer tetradischen semiotischen Relation an (wobei der Begriff "Restrelation" völlig korrekt ist, da die 0-adische Relation nicht in die triadisch-verschachtelte Zeichenrelation eingebettet ist):



Die im obigen Diagramm skizzierte doppelte Abbildung  $\leftrightarrow$  kann daher als PARTIZIPATIVE AUSTAUSCHRELATION bestimmt werden. Damit ist also gerade auch die nächste Frage beantwortet, welche Werte die "Nullheit" in einer um sie erweiterten semiotischen Relation

$$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, 3.d)))$$

bzw.

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A][A \rightarrow I], [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (A(I), (I, (A, I(A))))$$

annehmen kann. Da  $[A \rightarrow I] := (1.b)$  mit  $b \in \{1, 2, 3\}$  ist, ist natürlich wegen  $(0.a) = [A \rightarrow I]^\circ$  auch  $a \in \{1, 2, 3\}$ , d.h. die bereits von Götz (1982, S. 4, 28) vorgeschlagene "trichotomische" Unterteilung der Nullheit (von Götz "Sekanz", "Semanz" und "Selektanz" genannt), ist völlig richtig. Das 3-stufige semiotische Zahlensystem der triadischen Zeichenrelation (vgl. zuletzt Toth 2012b) geht dadurch über in ein 4-stufiges:

$$3.\text{heit} \quad [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$$

$$2.\text{heit} \quad [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$$

$$1.\text{heit} \quad [A \rightarrow I]$$

$$0.\text{heit} \quad [I \rightarrow A],$$

und die zugehörigen numerischen und "quadralektischen" Matrizen sind:



	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	L	J	Γ	⊔
L	L L	L J	L Γ	L ⊔
J	J L	J J	J Γ	J ⊔
Γ	Γ L	Γ J	Γ Γ	Γ ⊔
⊔	⊔ L	⊔ J	⊔ Γ	⊔ ⊔

Für die Dualisation gilt also:

$$(\times L) = (\times 0.) = J = (.1.), \text{ d.h. } L \times J$$

$$(\times \Gamma) = (\times 2.) = \top = (.3.), \text{ d.h. } \Gamma \times \top,$$

das bedeutet jedoch, daß wir also auch innerhalb der Menge der INNEREN Punkte, d.h. in der Nichtsthematik der Semiotik, eine partizipative Austauschrelation haben, und zwar zwischen Objekt- und Interpretantenbezug. Damit stehen also paarweise ( $Q \leftrightarrow M$ ) sowie ( $O \leftrightarrow I$ ) in partizipativem Austausch. Wenn wir nun von Benses "verschachtelter" triadischer Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$$

ausgehen, so folgt daraus, daß, obwohl Q als Nullheit per se nicht in die triadische Restrelation der tetradischen Zeichenrelation einbettbar ist, Q nun doch, und zwar qua eingebettete Abbildungen der Partialrelationen der triadischen Restrelation, sozusagen durch die Hintertür in der letzteren eingebettet wird; das folgt direkt aus den partizipativen Austauschrelationen sowie aus der Transitivität der triadischen Abbildungen. Daraus folgt allerdings nicht,

daß die Nullheit damit sozusagen am Anfang einer hierarchischen Verschachtelung steht, oder anders gesagt: die tetradische Zeichenrelation läßt nicht, oder wenigstens nicht ohne weiteres, auf die Peano-Zahlenfolge (0, 1, 2, 3) abbilden, da diese, tetradisch-semiotisch interpretiert, auch (1, 0, 2, 3), (1, 2, 0, 3) oder (1, 2, 3, 0) sein könnte.

## **Literatur**

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht.  
Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Qualität als Positionierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

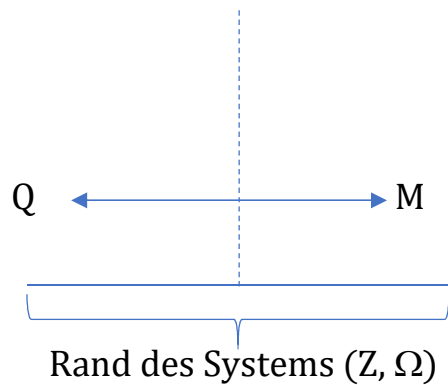
## Kategoriale Objekte in der systemischen Semiotik

1. Bense (1975, S. 65) hatte zwischen Relationszahl  $r$  und Kategorialzahl  $k$  unterschieden, die in einer semiotischen Relation immer die gleichen Werte annehmen, d.h. daß dort  $r = k$  gilt. Erweitert man jedoch die Peirce triadische, d.h. aus Erst-, Zweit- und Drittheit zusammengesetzte Zeichenrelation um eine Nullheit ein als "der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur", dann gilt für die dortigen Gebilde zwar  $r = 0$ , aber nicht unbedingt  $k = 0$ , d.h. der Bereich der Nullheit läßt sich bestimmen als "der ontische Raum aller verfügbaren Etwase  $O^\circ$ , über denen der  $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (Bense, ibd.).

2. Eine erste Konsequenz aus dieser Konzeption Benses ist, die daß Gebilde der Form, für die  $r = k = 0$  gilt, folglich nicht existieren können. Inhaltlich wären solche theoretisch durch (0.0) thematisierbare Gebilde etwa "Objekte an sich". Objekte aber lassen sich im Gegensatz zu Zeichen nicht iterieren, denn wohl ist es angängig, das Zeichen eines Zeichens ... zu bilden, aber es ist unmöglich, sich auch nur eine Vorstellung vom Stein eines Steins zu machen. Eine zweite Konsequenz aus der Benseschen Konzeption besteht im Einklang mit Toth (2012a) darin, daß in  $r = 0 \neq k$  die  $k$  also alle drei für reguläre Primzeichen vorhandene Werte annehmen kann (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.); es gilt also  $k \in \{1, 2, 3\}$ . Für die in Toth (2012a) eingeführte Matrix bedeutet dies jedoch eine einschneidende Veränderung, da aus der Unmöglichkeit von  $r = k = 0$  sofort die Asymmetrie der Matrix folgt:

	0	1	2	3
0	—	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3.

und der "Rand" des Systems von Zeichen und Objekt, wie es ebenfalls in Toth (2012a) skizziert worden war,



muß dahingehend re-interpretiert werden, daß die im Diagramm als durchgehende eingezeichnete "partizipative Austauschrelation" ( $Q \leftrightarrow M$ ) nun partiell bzw. "löcherig" geworden ist, und zwar genau am absoluten Nullpunkt des Objekts an sich. Stellt man sich die topologischen Räume links und rechts der gestrichelt eingezeichneten Kontexturgrenze als Funktionenräume vor, so haben die Funktionen in demjenigen Teilraum, welcher die inneren und in demjenigen, welcher die äußeren Punkte des Systems enthält, im absoluten Nullpunkt also einen Pol. Damit sind die Funktionen jedoch in Übereinstimmung mit Bense (1975, S. 16) sowie Toth (2012b) wiederum mit Hilfe einer "infinitesimalen Semiotik" beschreibbar, und die Zeichenfunktionen selbst sind, wie von mir schon lange vermutet (Toth 2002), auf verschiedenartige Weise asymptotisch.

3. Eine dritte – und vielleicht die wichtigste – Konsequenz aus Benses Konzeption besteht aber darin, daß wir nun die in Toth (2012a) als Qualitäten (Q) bezeichneten Gebilde der Klassifikation ( $r = 0, k > r$ ), d.h. die "trichotomische Nullheit"

(0.1), (0.2), (0.3)

wegen der obigen Matrix auch in ihrer dualen Form

(1.0), (2.0), (3.0)

interpretieren müssen. Für die nicht-dualisierten ( $r = 0, k > r$ )-Gebilde verwendet Bense (1975, S. 45 f.) die Bezeichnung "disponible Mittel", d.h. es handelt sich um Mittel, welche potentiell zu Mittelbezügen werden können, dann nämlich, wenn  $r > 0$  wird, d.h. wenn sie zu Partialrelationen der triadi-

schen Zeichenrelation werden. Das vollständige Zuordnungsschema bei Bense, loc. cit., sieht aber so aus:

$O^\circ \Rightarrow M_1^\circ$  qualitatives Substrat: Hitze

$O^\circ \Rightarrow M_2^\circ$  singuläres Substrat: Rauchfahne

$O^\circ \Rightarrow M_3^\circ$  nominelles Substrat: Name.

Da es sich bei Benses "disponiblen Objekten" der Form  $O^\circ$  gemäß Voraussetzung nicht um absolute Objekte handeln kann, müssen sie jedoch in Dualbeziehung zu den disponiblen Mitteln stehen, m.a.W.: die kategorialen Objekte sind nichts anderes als die durch Dualisierung aus den disponiblen Mitteln gewonnen Qualitäten. Im Sinne von Götz (1982, S. 4, 28) interpretiert, handelt es sich also bei (1.0) um eine Qualität, deren Dualisierung – d.h. Umkehrung des systemischen Verhältnisses von Außen und Innen – als "Sekanz" fungiert, d.h. der Etablierung des Unterschiedes zwischen einem vorgegebenen Objekt und einem Zeichenträger. Dementsprechend ist (2.0) eine Qualität, deren Dualisierung als "Semanz" fungiert, d.h. der Etablierung der Referenz zwischen einem Zeichenträger und dem vorgegebenen Objekt. Schließlich ist (3.0) eine Qualität, deren Dualisierung als "Selektanz" fungiert, d.h. der Etablierung der Wahlfreiheit eines Zeichenträgers für ein Objekt – worunter speziell die Loslösung der Zeichen von den natürlichen Anzeichen zu den künstlichen Zeichen, also der Übergang von Zeichen  $\varphi\acute{\upsilon}\sigma\epsilon\iota$  zu Zeichen  $\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota$  fällt.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 191

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Vera Barandovska (Hrsg.),  
Serta für Helmar Frank (zum 80. Geburtstag). Paderborn 2013

## Vorthetische Objekte und disponible Mittel

1. Bekanntlich gibt es keinen Eintrag für die iterierte Nullheit  $*(0.0)$  in der tetradisch-tetratomischen Matrix

	0	1	2	3
0	—	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3,

wie sie aus der allgemeinen vierstelligen Zeichenrelation

$$ZR^4 = (0.a, ((1.b), ((2.c), (3.d))))$$

durch Einsetzen von  $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3\}$  konstruiert werden kann, denn, wie bereits in Toth (2012a) begründet, wäre dies der Platz für das absolute Objekt, wie es unabhängig von jeder Wahrnehmung existierte. Dem "Loch" in der obigen Matrix korrespondiert also der Pol am Nullpunkt hyperbolischer semiotischer Funktionen (Toth 2002).

2. Obwohl nun Bense in seinem ansatzweise in (1975, S. 44 ff., 65 f.) entwickelten tetradischen Zeichenmodell anzunehmen scheint, daß es nötig sein, auf der Ebene der "Zerones" nicht nur vorthetische Mittel, sondern auch vorthetische Objekte anzunehmen (Bense 1975, S. 45):

$O^\circ \Rightarrow M_1^\circ$  qualitatives Substrat: Hitze

$O^\circ \Rightarrow M_2^\circ$  singuläres Substrat: Rauchfahne

$O^\circ \Rightarrow M_3^\circ$  nominelles Substrat: Name,

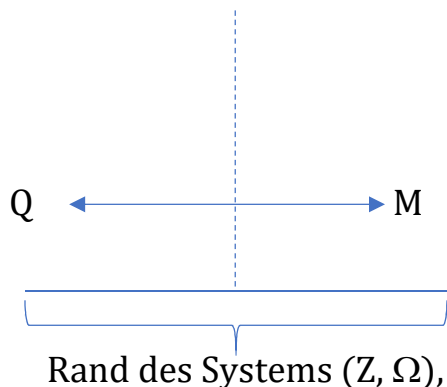
schreibt er in scheinbarem Widerspruch zu dieser Analyse: "Das zum Mittel M (einer Zeichenrelation disponible (vorthetische) Objekt ( $O^\circ$ ) kann als 0-stellige, vor-semiotische Relation mit der Relationszahl 0 aufgefaßt werden". Damit stellt sich die Frage, ob diese "Vorsemiotik" zwei

$(O^\circ \Rightarrow M^\circ \Rightarrow M)$

Abbildungen umfaßt oder nur eine

$(O^\circ \Rightarrow M)$ ; Benses weitere Zuordnungen (1975, S. 46) scheinen jedenfalls für die erste Lösung zu sprechen.

3. Erinnern wir uns nun an das in Toth (2012b) gegebene Diagramm



dann müßte dieses Schema im Falle der ersten Lösung überhaupt nicht modifiziert werden, denn nach Toth (2012c) gilt ja  $Q \leftrightarrow M = [A \rightarrow I] \leftrightarrow [A \rightarrow I]^\circ$ , d.h. "disponible" Objekte stehen in einer "partizipativen" Austauschrelation mit den Mittelbezügen. Entscheidet man sich jedoch für die zweite Lösung, dann müßte man, da es keine disponiblen Objekte mehr gibt, die kategorialen, d.h. vorthetischen Objekte in Austausch mit den Mittelbezügen setzen können. Beide Lösung sind natürlich Unsinn, aber es heißt nach dem soeben Gesagten fast wie mit dem Zaunpfahl winken, wenn wir feststellen, daß beide Lösungen zu einer zusammenfallen, wenn wir annehmen, DAß DISPONIBLE MITTEL UND KATEGORIALE OBJEKTE EIN UND DASSELBE SIND. Disponible Mittel sind ja per definitionem 0-relationale Mittel, haben also die Zeichenklassifikation  $(r = 0, k > r)$  und sind als 0-stellige Relationen somit nichts anderes als Objekte. Das leuchtet auch praktisch ein, denn ein Mittel ist keine Relation (zu was auch: die Zeichenrelation ist ja noch gar nicht etabliert; wir befinden uns mit Benses Worten eben in der "Vorsemiotik" oder Präsemiotik), also ist das Mittel ein Objekt, wenn auch ein kategoriales, d.h. im wesentlichen ein wahrgenommenes, denn nur Wahrgenommenes kann "disponibel" sein; absolute Objekte sind weder wahrnehmbar noch disponibel. Wenn wir somit die Q im obigen Schema als kategoriale Objekte auffassen dürfen, dann finden wir diese Annahme durch



die im Rand zwischen dem Q- und dem M-Teilraum durchlaufende Kontexturgrenze bestätigt. Im Falle des Schemas fällt gemäß Toth (2012c) diese Kontexturgrenze sowohl mit derjenigen zwischen Zeichen und Objekt als auch mit derjenigen zwischen System-Außen und System-Innen zusammen.

## **Literatur**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen von Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Objekte in der systemischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Semiotische Funktionen retrosemiotischer systemischer Abbildungen

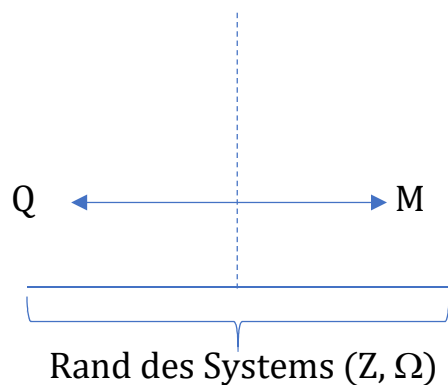
1. In Toth (2012a, b) hatten wir einen möglichen Übergang von der systemischen triadischen zu einer systemischen tetradischen Zeichenrelation aufgezeigt, der auf der Einbettung der bereits von Bense (1975, S. 65 f.) eingeführten Kategorie der "Nullheit" in die triadische Peircesche Relation über den "Fundamentalkategorien" Erst-, Zweit- und Drittheit basiert:

$$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, (3.d))))).$$

Wenn wir uns nun an die systemische Form der triadischen Peirce-Benseschen Zeichenrelation

$$ZR^3_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

halten, dann sind wir also gezwungen, eine der Semiose (0.a) entsprechende systemische Abbildung einzuführen. In Toth (2012b) wurde ausgeführt, daß die sog. Qualitäten (0.a) nichts anderes als Retrosemiosen, also Konversionen der Mittelbezüge sind, da letztere das "Innen vom Außen" und erstere das dazu konverse "Außen vom Innen" eines zugrunde gelegten Zeichen-Objekt-Systems thematisieren:



Wegen  $[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A]$  hat die tetradische systemische Zeichenrelation also die folgende Form

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]].$$

2. Betrachten wir nun aber die übrigen Retrosemiosen von  $ZR^3_{\text{sys}}$  bzw.  $ZR^4_{\text{sys}}$ :

$$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]^\circ = [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$$

$$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]].$$

Wie man sogleich sieht, ist die Objektsabbildung wegen der Einschachtelung keineswegs symmetrisch, d.h. dualinvariant. Links des Gleichheitszeichens wird zwar ein Mittel auf ein Außen, links des Gleichheitszeichens zwar ein Außen auf ein Mittel abgebildet, aber links ist die Comäne das Außen, rechts jedoch eine Abbildung des Innen auf das Außen. Es bleibt also sozusagen das Objekt bei der Konversion zur Retrosemiose zwar erhalten, aber in anderer Perspektive. Was die Interpretantenabbildung betrifft, so sei hier nur in an sich sträflicher Kürze festgehalten, daß die semiosische Codomäne des Außen in der Retorsemiose zum Innen wird. Wenn wir also die Semiosen und Retrosemiose einander wie folgt gegenüberstellen

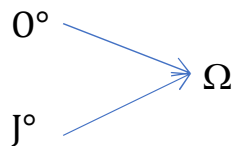
$[A \rightarrow I]$		$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$		$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$		$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Zeichen		Objekt

(Z, Ω)-System,

dann sind wir also mit Hilfe der Systemtheorie nicht nur fähig, die Semiotik, sondern auch ihre zugehörige "Ontik" (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zum "ontischen Raum" im Zus. m.d. kategorialen Nullheit) zu behandeln, d.h. wir haben eine systemische und nicht direkt aus der Semiotik abgeleitete, aber dennoch wesentlich der Semiotik näherstehende Objekttheorie als diejenige, die Stiebing (1981) vorgeschlagen hatte. Dieses höchst interessante Ergebnis erstaunt jedoch kaum, denn wir hatten wiederholt darauf hingewiesen, daß die Einführung der Systemtheorie in die Semiotik nicht bloß eine alternative Schreibweise von längst Bekanntem, sondern vor allem eine kategoriale Reduktion der semiotischen auf die systemischen Kategorien und somit eine weitere "Tieferlegung" der Semiotik bedeutet. Sehr vereinfacht, aber essentiell gesagt: Nicht alles Systemhafte ist zeichenhaft, daher gibt es also in dieser Welt sehr vieles, was in den Anwendungsbereich der obigen systemischen

Relationen fällt, damit aber noch keineswegs durch die Hintertür heraus zum Zeichen gestempelt wird ("der pansemiotische Meuchelmord der Objekte"!).

Eine systemisch-semiotische Objekttheorie ist also eine solche, bei der Mittelbezüge zu Qualitäten werden und Objektbezüge unter Perspektivierungswechsel erhalten bleiben. Wenn wir uns nun aber die Interpretantenbezüge genauer anschauen, finden wir folgenden Prozeß:



d.h. ein "Merging" bzw. einen kategorialen Kollaps der semiotisch differenten Objekt- und Interpretantenbezüge in das retrosemiotische Objekt. Eine systemisch-semiotische Objekttheorie ist damit de facto dyadisch, da nur noch Qualitäten und Objekte erhalten sind, wenn man die Kontexturgrenze im  $(Z, \Omega)$ -System in Richtung von  $\Omega$  überschreitet.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael. Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 2, 1981

Toth, Alfred, Kategoriale Vorthetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das semiotische Fadenkreuz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie

1. In Toth (2012a) hatten wir, ausgehend von der triadischen systemischen Repräsentationsrelation

$$ZR^3_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]],$$

das folgende System von Semiosen und ihren konversen Retrosemiosen

$[A \rightarrow I]$		$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$		$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$		$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Zeichen		Objekt
$(Z, \Omega)$ -System		

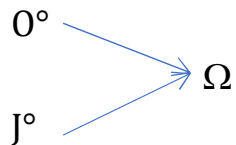
aufgestellt, das wegen der in Toth (2012b) präsentierten Definition der nullheitlichen (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) Qualitäten als  $[A \rightarrow I]^\circ$  jedoch im Sinne einer tetradischen semiotische Repräsentationsrelation der Form

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

zu interpretieren ist. Ferner hatten wir festgestellt, daß im obigen Schema der Semiotik auf der linken Seite der kontexturalen Grenze des  $(Z, \Omega)$ -Systems eine Ontik im Sinne von Benses "ontischem Raum" (1975, S. 65 f.) auf der rechten Seite der Kontexturgrenze gegenübersteht und in dieser Zweiteilung einer systemischen semiotischen "Metaphysik" eine Bestätigung dafür gefunden, daß eben nicht alles Systemhafte zeichenhaft, aber alles Zeichenhafte systemhaft ist.

2. Wegen der Verschiebung der Klammerung, v.a. aber wegen der Austauschrelationen von Domänen und Codomänen beim Übergang von den Semiosen zu den Retrosemiosen wechseln also beim Übertritt der Kontexturgrenze von der Semiotik zur Ontik die Mittelbezüge zu Qualitäten, während die zu den Objektbezügen konversen Objekte sich durch Verschiebung der Perspektivierung auszeichnen (vgl. dazu Toth 2012c). Vor allem aber findet ein Wechsel

von  $I \Rightarrow [I \rightarrow A]$  bei den Interpretantenabbildungen statt, und weil die Codomäne der eingebetteten Abbildung einen Wechsel von  $I$  zu  $A$  zeigt, koinzidieren innerhalb der Ontik Interpretant und Objektbezug bzw. Subjekt und Objekt (was auch vom vorwissenschaftlichen Standpunkt aus durchaus nicht erstaunt, da das Objekt ja gerade durch eine Kontexturgrenze vom Subjekt getrennt ist):



Dieses kategoriale "Merging" bedeutet also, daß zwar die Semiotik (nach wie vor) triadisch, ihre zugehörige Ontik jedoch dyadisch ist, da ja von den semiotischen Kategorien  $M$ ,  $O$  und  $I$  nur noch das  $O$  korrespondierende Objekt  $\Omega$  und die  $M$  korrespondierenden Qualitäten  $Q$  erhalten bleiben:

Semiotik =  $\langle M, O, I \rangle$

Ontik =  $\langle Q, \Omega \rangle$ .

3. Auf der Basis der systemtheoretischen Semiotik fragt man sich nach dieser Zweiteilung in Semiotik und Ontik in Übereinstimmung mit Benses eigener Intention, wie denn die Übergänge zwischen beiden Teilräumen dieser "neuen Metaphysik" funktionieren, oder präzise gefragt: Weshalb benötigen wir überhaupt die tetradische Repräsentationsrelation, wenn doch das triadische Zeichen- und das dyadische Objektschema offenbar zu einer Partition dieser "neuen Metaphysik" ausreichen? Nun ist es aber so, daß die tetradische Relation

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

die um die Qualitäten erweiterte Peirce-Bensesche Zeichenrelation ist, d.h. sie enthält mit den Qualitäten nicht nur die Mittelbezüge, sondern auch die zu ihnen ontisch konversen Mittel (ein Umstand, der in der Stuttgarter Schule oft verwischt wurde, meist zwar nur terminologisch, teilweise aber auch der Sache nach). Man kann nun aber  $ZR^4_{\text{sys}}$  als die systemische Repräsentation dessen

auffassen, was ich bereits in früheren Arbeiten "konkrete Zeichen" nannte und also den "abstrakten Zeichen" der Peirce-Benseschen triadischen Zeichenrelation gegenüberstellen. Ein konkretes Zeichen ist also ein Zeichen, das seinen Zeichenträger mit-enthält, das sind somit die im täglichen Leben gebrauchten Zeichen wie z.B. Kreidestriche, Ampellichter oder metallene Verkehrsschilder. Dies führt uns somit zur im Titel dieses Aufsatzes angekündigten Dreiteilung der Semiotik in konkrete und abstrakte Semiotik sowie Ontik. Ihre Repräsentationssysteme können nach unseren obigen Darlegungen wie folgt schematisiert werden:

$$\text{Ontik} = \langle Q, \Omega \rangle = [[A \rightarrow I], [A \rightarrow [I \rightarrow A]], [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]]$$

$$\text{Abstrakte Semiotik} = \langle M, O, I \rangle = \text{ZR}^3_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

$$\text{Konkrete Semiotik} = \langle Q, M, O, I \rangle = \text{ZR}^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]].$$

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Funktionen retrosemiosischer Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Vorthetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

## Zur Anwendung hyperkomplexer Zahlbereiche auf das semiotisch-ontische Modell

1. Erweitert man die triadische systemische Repräsentationsrelation (Toth 2012a)

$$ZKl^3 = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

durch Einbettung von Qualitäten (vgl. Toth 2012b, c), welche durch

$$Q = [A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A]$$

definiert wurden, zur tetradischen systemischen Repräsentationsrelation konkreter Zeichen

$$ZKl^4 = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]],$$

so definieren die beiden Funktionen  $y = I(A)$  und  $y^{-1} = A(I)$  den RAND zwischen den inneren und den äußeren Punkten des Zeichen-Objektsystems

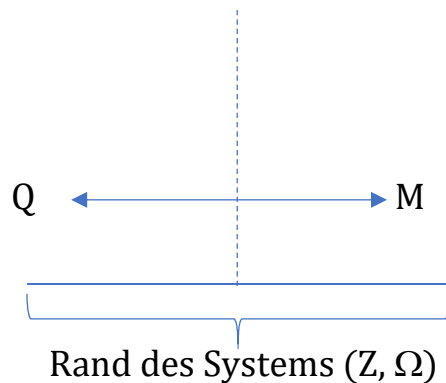
Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I),$

$$\text{d.h. } M^\circ = Q; Q^\circ = M.$$

2. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik ist, so bedeutet dies, daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, d.h. nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation



einer tetradischen semiotischen Relation an. Wir können damit folgendes Modell benutzen:



Im Rand – der somit als Streifen und nicht als demarkative Linie vorzustellen ist – approximieren somit die Zeichen, von denen Bense (1975, S. 16) gesagt hatte, sie würden als Funktionen die "Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrücken" die Objekte, und umgekehrt approximieren die Objekte die Zeichen. Anders ausgedrückt: Sowohl Zeichen- als auch Objektfunktionen verhalten sich zur Kontexturgrenze im Rande (in der Skizze gestrichelt eingezeichnet) hyperbolisch (vgl. dazu ausführlich Toth 2002). Wie nun die komplexen Zahlen mit festem Betrag aus einer Kreislinie liegen, liegen die binären hyperkomplexen Zahlen, deren Produkt mit ihren Konjugierten einen festen Betrag hat, auf einer Hyperbel. Man könnte somit binäre hyperkomplexe Zahlen zur Beschreibung hyperbolischer semiotischer Zeichen- und ontischer Objektfunktionen verwenden.

Eine weitere Anwendung hyperkomplexer Zahlen (vgl. dazu allgemein Toth 2007, S. 74 ff.) betrifft die Hamiltonschen sowie die Cliffordschen sog. Biquaternionen (vgl. allgemein Kantor/Solodownikow 1978). Biquaternionen unterscheiden sich von Quaternionen, indem deren Elemente komplexe Zahlen sind. Da sie 8-dimensionale Zahlensysteme sind, dürften sie sich dazu eignen, tetradische systemische Relationen (wie z.B.  $ZKl^4$ ), deren Partialrelationen sich ja durchwegs auf Dyaden reduzieren lassen (vgl. Toth 2012d), in einem den Stiebingschen an Komplexität bei weitem übersteigenden semiotischen Raum darzustellen.

## Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kantor, Isaj L./A.S. Solodownikow, Hyperkomplexe Zahlen. Leipzig 1978

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

## Zu einer semiotischen Bewußtseinstheorie

1. Absolute Objekte kann es allein deswegen nicht geben, da der Begriff Objekt nur in Zusammenhang mit seiner dichotomischen Entsprechung, dem Begriff Subjekt, auftreten kann. Ferner gibt es Objekte nur für Subjekte, da Objekte einander nicht wahrnehmen. Aus diesen simplen Feststellungen folgt bereits, daß Objekte nur als (durch Subjekte) wahrgenommene semiotisch existent sind. Weil Objekte und Subjekte immer nur einheitlich vorkommen, können Subjekte Objekte wiederum nicht absolut wahrnehmen, sondern identifizieren sie an Hand von sie definierenden Eigenschaften, denn nur auf diese Weise kann ein Subjekt z.B. einen Stein von einem formgleichen Holzklötzchen unterscheiden. Nun wissen wir bereits aus der klassischen Logik, daß die Existenz von Objekten aus ihren Eigenschaften folgt:

$$(1) \quad \vdash. g(\bigwedge x f(x)) \rightarrow E! \bigwedge x f(x)$$

"Hat eine Kennzeichnung ( $\bigwedge$ ) eine Eigenschaft, folgt daraus die Existenz des gekennzeichneten Gegenstandes" (Menne 1991, S. 100).

Ferner wissen wir ebenfalls aus der klassischen Logik, daß die Eigenschaften von Objekten vom Subjekt abhängen:

$$(2) \quad \vdash. E! \bigwedge x f(x) \rightarrow \bigwedge x f(x) \equiv \bigwedge x f(x)$$

"Wenn der gekennzeichnete Gegenstand existiert, gilt die Reflexivität der Identität von Kennzeichnungen" (Menne, ibd.).

Denn Reflexion kann nur eine Eigenschaft von Subjekten sein, da Objekte weder reflektieren, noch einander wahrnehmen können, usw.

2. Wenn aber Objekte durch ihre Eigenschaften (streng genommen, genügt bereits eine einzige, da die Anzahl der Domänenelemente in  $f(x)$  nicht festgelegt ist) definiert sind und die Eigenschaften von den Subjekten abhängen, dann folgt mit Transitivität, daß Subjekte die Objekte definieren, oder genauer gesagt, daß die Existenz von Objekten nicht unabhängig von Subjekten ist. Oder noch anders gesagt: Da es keine absoluten Objekte gibt, gibt es natürlich auch keine diskrete Trennungslinie zwischen Objekt und Subjekt, sondern es gibt vielmehr, wie bereits in Toth (2012a, b) angedeutet, Austauschrelationen

zwischen beiden Seiten der (vermeintlichen) Kontexturgrenze, welche die gegenseitigen Partizipationen des Objekts am Subjekt und des Subjekts am Objekt verbürgen. Damit sind wir aber, übrigens auf ganz anderen Wegen, bei der in Toth (2012c) vorgeschlagenen Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie angelangt:

$[A \rightarrow I]$		$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$		$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$		$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Zeichen		Objekt
$(Z, \Omega)$ -System		

Wie man erkennt, ist in diesem ontisch-semiotischen Schema die Ontik in Abhängigkeit von der Semiotik und die Semiotik in Abhängigkeit von der Ontik definiert. Wie man ebenfalls erkennt, ist jedoch das jeweilige Verhältnis von Semiosen und Retrosemiosen bzw. den jeweils zueinander konversen Relationen nicht-trivial, da z.B. die einfach eingebettete Abbildung  $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$  auch zu mehrfach eingebetteten Abbildungen wie z.B.  $[[[A \rightarrow I]] \rightarrow A]$ ,  $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]]$ ,  $[[[A \rightarrow I]] \rightarrow [A]]$ , usw. transformierbar wäre, weil ferner z.B.  $[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$  mehr als eine konverse bzw. duale Relation hat, usw. Kurz, das von mir seinerzeit vorgeschlagene ontisch-semiotische Modell erfüllt ganz genau die Anforderung an eine semiotische Bewußtseinstheorie, wie sie oben umrissen wurde. In Sonderheit erfüllt die tetradische systemische Repräsentationsrelation

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]],$$

die ja nichts anderes als eine um die nullstellige Qualitätsrelation  $[I \rightarrow A]$  erweiterte systemische Repräsentation der triadischen Peirce-Benseschen Zeichenrelation ist, die Verankerung der Zeichenrelation in der Objektrelation. Damit sind sozusagen die Qualitäten eines Objektes die andere Seite der Mittelbezüge eines Zeichens, und umgekehrt, wobei sich die "Seiten" im Rand des Zeichens befinden, den dieser mit dem Rand des Objektes teilt, und wo die partizipativen Austauschrelationen zwischen Objekt und Subjekt operieren.

Daß das kategoriale Objekt auf der entsprechenden anderen Seite der semiotischen Objektbezüge und das kategoriale Subjekt auf der entsprechenden anderen Seite der semiotischen Interpretantenbezüge steht, dürfte ohne weitere Begründung einleuchten. Natürlich sind Semiotik und Ontik auch in Bezug auf die Struktur ihrer Partialrelationen parallel, denn so wie der Mittelbezug im Objektbezug und beide zusammen nach Bense (1979, S. 53) im Interpretantenbezug inkludiert sind, ist auch die Qualität ein Teil des Objektes und sind beide "Teile", d.h. Abhängigkeiten, vom Subjekt, also genauso, wie es die eingangs skizzierte semiotische Bewußtseinstheorie verlangt. Beim ontischen Objekt, das durch die Abbildung  $[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$  definiert ist, wird also ein Objekt auf seine Qualitäten abgebildet, und diese Abbildung ist natürlich nur dann möglich, wenn die Qualitäten primordial sind im Wahrnehmungsprozess, wenn also das Objekt durch seine Qualitäten und nicht umgekehrt wahrgenommen wird, also kurz gesagt im Einklang mit dem 1. logischen Kennzeichnungsgesetz, da wir oben bereits besprochen hatten. Auf der Subjektebene schließlich wird dieses Objekt zur Funktionsvariablen eines Subjekts, formal:  $[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$ , womit wir die ontische Entsprechung zum 2. logischen Kennzeichnungsgesetz haben.

Abschließend sei festgehalten, daß die beiden logischen Kennzeichnungsgesetze, obwohl sie natürlich auf dem Boden der zweiwertigen aristotelischen Logik stehen, dadurch, daß sie Subjektpartizipation am Objekt und Objekt-partizipation am Subjekt implizieren, sozusagen wie Vorboten einer mehrwertigen Güntherlogik wirken, da sie ja mindestens die Möglichkeit nicht ausschließen, daß diese gegenseitigen Partizipationen durch proemiale Austauschrelationen bewerkstelligt werden.

## **Literatur**

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

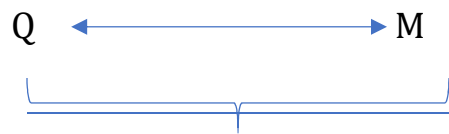
Toth, Alfred, Zwei logisch-semiotische Gesetze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Panizzas Realitätstheorem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

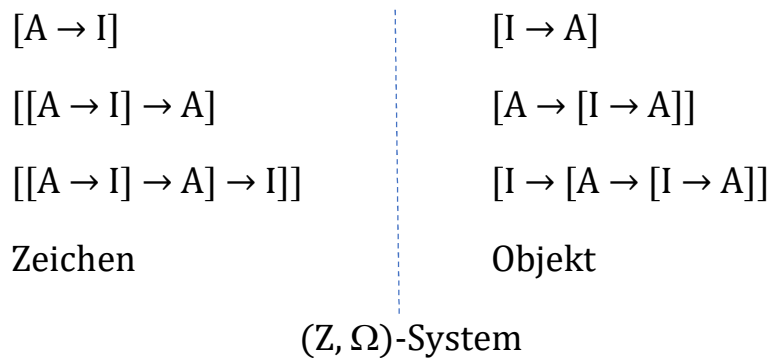
## Hyperreale Annäherung an die semiotische Nullheit

1. In Toth (2012) hatten wir den Rand zwischen Zeichen und Objekt wie folgt skizziert:



Rand des Systems  $(Z, \Omega)$ ,

und das ganze semiotisch-ontische System wie folgt dargestellt:



Der Rand des  $(Z, \Omega)$ -Systems ist somit keine Demarkationslinie, sondern ein Streifen "Niemandland", in dem sich Übergangsrelationen finden, welche den partizipialen Austausch zwischen Zeichen und Objekt qua Abbildungen  $[A \rightarrow I]$  und  $[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A]$  bewerkstelligen. Es handelt sich also um den Bereich der semiotischen Nullheit (vgl. Bense 1975, S. 65 f), indem, etwas poetisch gesprochen, die transitionalen Relationen zwischen ontischem und semiotischem Raum "ausdünnen".

2. Der Vorschlag von Götz (1982, S. 4, 28) bestand darin, für die Nullheit eine trichotomische Unterteilung anzunehmen, wie sie für die Zeichen besteht ((0.1) oder Sekanz, (0.2) oder Semanz, (0.3) oder Selektanz), allein, wir dürfen nicht ohne weiteres vom semiotischen Raum auf diesen präsemiotischen Übergangsraum schließen (vgl. Toth 2008a). Schaut man sich die Definitionen der surrealen Conway-Zahlen (vgl. Toth 2008b) an, so wird die 0 wie folgt definiert

$$0 := \{ | \},$$

d.h. mittels "Lücken" vor uns nach einer Zahlen, so daß die Definitionen von 1 und 2

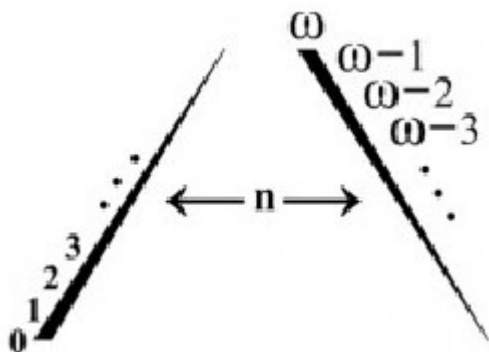
$$1 := \{0 \mid \}$$

$$2 := \{0, 1 \mid \}$$

lauten. Bildlich gesprochen, handelt es sich arithmetisch also darum, die Lücke vor dem "Unterschied" in  $\{ \mid \}$  zu inspizieren. Ein konkreter Vorschlag hierzu stammt von Abraham Robinsons "hyperrealen Zahlen" im Rahmen der "Non-Standard Analysis" (vgl. Ebbinghaus et al. 1992, S. 255 ff.):

$$\{0, 1, 2, 3, \dots \mid \omega, \omega-1, \omega-3, \omega-4, \dots\} = (\{n\} \mid \{\omega-n\})$$

Die Inzidenz der beiden Folgen, graphisch dargestellt durch das folgende Diagramm, das ich einer im Internet veröffentlichten Studie von Peter Ripota entnehme

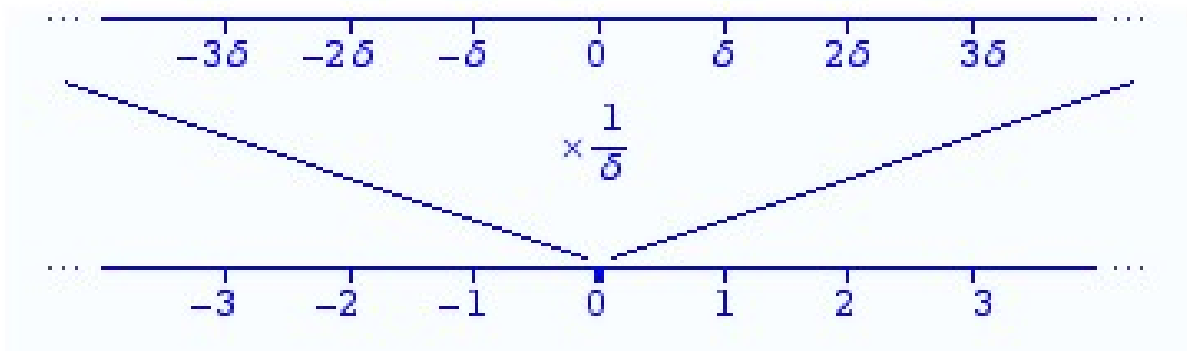


findet statt bei

$$n = \omega/2 = \omega-n.$$

Hyperreelle Zahlen erweitern also die reellen Zahlen dadurch, daß sie ihre benachbarten infinitesimalen Zahlen angeben. Für die Zahl 0 bedeutet dies sozusagen eine Aufsplitterung zwischen 0 und 1, wo die hyperreellen Zahlen  $> 0$  sein müssen (das folgende Diagramm kann ich leider nicht mehr auf seine Quelle zurückverfolgen):





Wie man erkennt, findet also die infinitesimale "Aufsplitterung" sowohl in den Bereich der Negativität als auch in denjenigen der Positivität statt. Sollte dieses Modell also auf den Rand zwischen Zeichen und Objekt anwendbar sein, so muß mit einem (infinitesimalen) Kontinuum zwischen dem semiotischen und dem ontischen Raum und nicht mit einer den Zeichen nachgebildeten diskreten (trichotomischen) Subkategorisierung gerechnet werden. Die "Verfeinerung" ins Infinitesimale würde dann der oben erwähnten "Verdünnung" der Relationen entsprechen, wobei diese sich verdünnenden Relationen durch die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt liefern und so letztlich die logische Zweiwertigkeit aufheben.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Ebbinghaus, Hans-Dieter et al., Zahlen. Berlin 1992

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Zeichendefinitionen mit surrealen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Der Rand von Zeichen und Objekt. . In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Semiotische Abbildungen und Relationskennzeichnungen I

1. In diesem Beitrag wird eine verallgemeinerte Fassung systemischer semiotischer Abbildungen (vgl. z.B. Toth 2012a) versucht, in Sonderheit soll das Manko behoben werden, daß relationale Ausdrücke, die nicht oder nicht nur auf Dyaden reduzierbar sind, wie z.B. (1,2.3) oder (1.3.2) (vgl. Toth 2012b) systemisch bisher nicht darstellbar sind.

2. Wir gehen wieder aus von

$$ZR^3_{\text{sys}} = [[A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

mit dem folgenden System von Semiosen und Retrosemiosen

$$\begin{array}{ll} [A \rightarrow I] & [I \rightarrow A] \\ [[A \rightarrow I] \rightarrow A] & [A \rightarrow [I \rightarrow A]] \\ [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] & [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]] \end{array}$$

und setzen

$$\omega := [I \rightarrow A].$$

Um nun Abbildungen wie z.B.  $[A \rightarrow \omega]$  oder  $[\omega \rightarrow I]$  zu ermöglichen, d.h. um speziell im Falle von semiotischen Relationen zwischen triadischen und trichotomischen Zeichenzahlen zu unterscheiden (vgl. Toth 2012c)

$$\begin{array}{ll} \boxed{[A \rightarrow I]} & \boxed{[I \rightarrow A]} \\ \boxed{[[A \rightarrow I] \rightarrow A]} & [A \rightarrow \boxed{[I \rightarrow A]]} \\ \boxed{[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]} & [I \rightarrow [A \rightarrow \boxed{[I \rightarrow A]]}] \end{array}$$

müssen wir sozusagen diejenigen Domänen- und Codomänenelemente aus den obigen Abbildungen extrahieren, die als neue Domänen- und Codomänenelemente der "zusammengesetzten" Abbildungen von Typen wie  $[A \rightarrow \omega]$  oder  $[\omega \rightarrow I]$  fungieren. Eine Möglichkeit hierzu, sind Klassen-Relationskennzeichnungen (vgl. z.B. Menne 1991, S. 140). Wir definieren somit

$$I =: R^{\rightarrow}[\omega] = R^{\rightarrow} [I \rightarrow A]$$

$$A =: R^{\leftarrow}[\omega] = R^{\leftarrow}[I \rightarrow A].$$

Damit haben wir für die zusammengesetzten Basis-Abbildungen

$$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] = [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]$$

$$[A \rightarrow [I \rightarrow A]] = [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]]$$

$$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I] = [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]$$

$$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]] = [[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]].$$

Wenn wir nun Relationen wie die oben gegeben konstruieren wollen, so haben wir

$$(1,2,3) = [[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]], R^{\leftarrow}[\omega]] \text{ oder}$$

$$[[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]], R^{\rightarrow}[\omega],$$

je nachdem, ob die vorangeschaltete Erstheit systemisch A oder I ist.

Im Falle von (1.3.2) müssen wir entweder 3-dimensionale Abbildungen konstruieren, oder aber uns zwischen den beiden möglichen Fällen

$$(1.3.2) = ((1.3).2) \text{ oder } (1.(3.2))$$

entscheiden, d.h. in beiden Fällen stehen wir wie im ersten Beispiel vor der Entscheidung für  $R^{\leftarrow}[\omega]$  oder für  $R^{\rightarrow}[\omega]$  als Domäne oder als Codomäne.

## Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kombinationen von n-aden und n-tomien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Äquivalenz und Disäquivalenz bei semiotischen Zahlenfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

## Semiotische Abbildungen und Relationskennzeichnungen II

1. In Toth (2012a) hatten wir definiert

$$I =: R^{\rightarrow}[\omega] = R^{\rightarrow} [I \rightarrow A]$$

$$A =: R^{\leftarrow}[\omega] = R^{\leftarrow} [I \rightarrow A].$$

Damit konnten wir die zusammengesetzten Basis-Abbildungen

$$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] = [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]$$

$$[A \rightarrow [I \rightarrow A]] = [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]]$$

$$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I] = [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]$$

$$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]] = [[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]].$$

sowie weitere ebene systemische Abbildungen wie z.B.

$$(1,2,3) = \{[[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]], R^{\leftarrow}[\omega]],$$

$$[[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]], R^{\rightarrow}[\omega]]\}$$

erzeugen.

2. Das vollständige Basis-System für eine triadische systemische Relation ist damit für dessen ontisches Teilsystem

$$[\omega \rightarrow R^{\rightarrow}[\omega]] = [\omega \rightarrow I] = [[I \rightarrow A] \rightarrow I]$$

$$[\omega \rightarrow R^{\leftarrow}[\omega]] = [\omega \rightarrow A] = [[I \rightarrow A] \rightarrow A]$$

$$[R^{\rightarrow}[\omega] \rightarrow \omega] = [I \rightarrow A] = [I \rightarrow [I \rightarrow A]]$$

$$[R^{\leftarrow}[\omega] \rightarrow \omega] = [A \rightarrow \omega] = [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$$

und für dessen semiotisches Teilsystem

$$[\omega^{-1} \rightarrow R^{\rightarrow}[\omega^{-1}]] = [\omega^{-1} \rightarrow I] = [[A \rightarrow I] \rightarrow I]$$

$$[\omega^{-1} \rightarrow R^{\leftarrow}[\omega^{-1}]] = [\omega^{-1} \rightarrow A] = [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$$

$$[R^{\rightarrow}[\omega^{-1}] \rightarrow \omega^{-1}] = [I \rightarrow \omega^{-1}] = [I \rightarrow [A \rightarrow I]]$$

$$[R^{\leftarrow}[\omega^{-1}] \rightarrow \omega^{-1}] = [A \rightarrow \omega^{-1}] = [A \rightarrow [A \rightarrow I]].$$

Die tetradische systemische Relation

$$ZR^4_{\text{sys}} = [[I \rightarrow A], [A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]],$$

welche mit den beiden zueinander konversen Abbildungen  $[A \rightarrow I]$  und  $[A \rightarrow I]^{\circ}$  zugleich die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt enthält, ist somit im Gegensatz zu  $ZR^3_{\text{sys}}$  durch die simultane Präsenz von  $[\omega]$  und  $[\omega^{-1}]$  als Randelementen ausgezeichnet, welche zugleich dem ontischen und dem semiotischen Raum angehören (vgl. Bense 1975, S. 65 f.; Toth 2012b).

3. Um auch Fälle wie z.B.  $[I \rightarrow \omega \rightarrow A]$  mit einer Basisabbildung in "Sandwich-Position" so einfach wie möglich behandeln zu können, könnte man ferner z.B.

$$[\omega \rightarrow I] := \alpha \quad [\omega \rightarrow A] := \beta$$

$$[I \rightarrow \omega] = \alpha^{-1} \quad [A \rightarrow \omega] = \beta^{-1}$$

setzen, wodurch man für  $[I \rightarrow \omega \rightarrow A]$  die beiden möglichen "Lesarten"  $[A, \alpha^{-1}]$  und  $[\beta, I]$  bekäme.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Abbildungen und Relationskennzeichnungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Der Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Zu einer Typologie des Randes

1. Dichotomische Systeme (vgl. Toth 2012a)

$$S = [\Omega, \emptyset]$$

und Objekte

$$\Omega = [A, I]$$

sind "randlos", da sie kein vermittelndes Glied zwischen System oder Objekt und Umgebung aufweisen. Will man jedoch Objekte wie Wände, Türen, Fenster, Kuchen, Pizzas, Geschirr, Seen, Flüsse usw. beschreiben, so benötigt man einen trichotomischen Systembegriff

$$S = [\Omega, \emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]].$$

Für das topologische Verhältnis von Objekt, Umgebung und Rand gibt es demnach folgende  $3! = 6$  Möglichkeiten:

- a)  $[\Omega, \emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]$
- b)  $[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset]$
- c)  $[\emptyset, \Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]$
- d)  $[\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega]$
- e)  $[\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega, \emptyset]$
- f)  $[\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset, \Omega].$

2. Nehmen wir als Beispiel das System Straße, bestehend aus Fahrbahn und Gehsteig. Dann könnte man die 6 Fälle z.B. wie folgt interpretieren

- a) [Gehsteig, Bankette, Randstein]
- b) [Fahrbahn, Randstein, Bankette]
- c) [Wiese, Gehsteig, Randstein]
- d) [Bankette, Randstein, Fahrbahn]

- e) [Randstein, Gehsteig, Wiese]
- f) [Randstein, Bankette, Gehsteig].

Wie man erkennt, hängt also die Interpretation von  $S$  nicht nur von  $S$  selber, sondern auch von dessen Perspektivierung ab, d.h. die sechs möglichen Kombinationen eines trichotomischen Systems machen dieses zu einem *gerichteten System*. Würde man nämlich von einem ungerichteten System ausgehen, müßte man voraussetzen, daß Objekt, Umgebung und Rand durch die Systempermutationen die Seiten wechseln.

3. Wie wir ferner bereits in Toth (2012b) gesehen haben, gibt es drei elementare topologische Möglichkeiten für Ränder: diese können entweder zum Objekt selbst, zu seiner Umgebung oder zu beiden gehören, d.h. wir haben

- a)  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \Omega$
- b)  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \emptyset$
- c)  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset (\Omega \cap \emptyset)$

Beispiele sind: Für a) Anbau, für b) Tellerrand, für c) Brücke. Dabei gilt offenbar

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \Omega) = (\mathfrak{R} \subset [A, I]) = \mathfrak{R} \subset S$$

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \emptyset) = (\mathfrak{R} \subset [I, A]) = \mathfrak{R} \subset S^{-1},$$

und somit bekommen wir

$$[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset] = [\Omega, \mathfrak{R}[S^{-1}], \emptyset] = [\Omega, \mathfrak{R}[I, A], \emptyset]$$

$$[\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega] = [\Omega, \mathfrak{R}[S], \emptyset] = [\Omega, \mathfrak{R}[A, I], \emptyset].$$

Damit ist es also nicht nur möglich, mit Hilfe der Permutationen von  $S = [\Omega, \emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]$  (sonst ad hoc einzuführende) Ortskategorien von Objekten zu ersetzen (bei semiotischen Objekten z.B. bei Gräbern, Grenzen, Dialektwörtern usw.), sondern auch die Position von Objekten innerhalb von Systemen wenigstens für die obigen zwei Permutationen zu formalisieren, denn z.B. kann

ein zwischen  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]$  und  $\emptyset$  liegendes Objekt von dieser Lage unabhängig entweder zu  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]$  oder zu  $\emptyset$  gedreht, d.h. perspektiviert sein.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Nicht-konvertierbare Umgebungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Perspektivierte objektale Triplets. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b



## Systeme von Objekten und Zeichen

1. Eine mögliche Spezifizierung der Abbildungsbeziehungen zwischen Zeichen und Objekten, wie sie z.B. in konkreten Zeichen (Toth 2011a) und in semiotischen Objekten (Toth 2011b) gemeinsam auftreten, wurde in Toth (2012a) gegeben, und zwar durch die Objekteigenschaften der Detachierbarkeit ( $\delta$ ), Symphysis ( $\sigma$ ) und Objektabhängigkeit

Detachierbarkeit:  $\delta = f(\text{ZR}, \Omega_1)$

Symphysis:  $\sigma = f(\text{ZR}, \Omega_2)$

Objektgebundenheit  $o = f(\text{ZR}, \{\Omega_i\})$ .

Diese Eigenschaften sind universal, d.h. sie gelten auch zwischen Objekten, und zwar sowohl dann, wenn zwischen ihnen semiotische oder rein objektale Abbildungsbeziehungen bestehen. Z.B. gilt für Körperteile  $\delta = 0$ ,  $\sigma = o = 1$  (objektale Abbildungen), und für Paarobjekte (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 122; semiotische Abbildungen) wie Achse und Rad, Schlüssel und Schloß usw. gilt  $\delta = \sigma = o = 1$  (denn man kann z.B. zwar Räder, aber nicht Ohren zum Auswechseln ab- und wieder anschrauben).

2. Für den Fall, daß zwischen Paaren von Objekten (vgl. wiederum Benses Beispiele ap. Walther 1979, S. 122) semiotische, d.h. iconische, indexikalische oder symbolische Abbildungen bestehen, kann man, ausgehend von der in Toth (2012b) gegebenen trichotomischen Systemdefinition

$S = [\Omega, \emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]$ .

die Umgebungen von Objekten als Zeichen

$\emptyset = \text{ZR}$

und die Ränder zwischen Objekten und Zeichen als semiotische Abbildungen

$\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] = \mathfrak{R}[\Omega, \text{ZR}]$

interpretieren. Damit bekommen für also folgende permutative Systeme

a)  $[\Omega, \text{ZR}, \mathfrak{R}[\Omega, \text{ZR}]$

- b)  $[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], ZR]$
- c)  $[ZR, \Omega, \mathfrak{R}[\Omega, ZR]]$
- d)  $[ZR, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega]$
- e)  $[\mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega, ZR]$
- f)  $[\mathfrak{R}[\Omega, ZR], ZR, \Omega]$ .

Weil Objekt und Zeichen hier innerhalb einer systemischen Dichotomie definiert sind, folgt daraus allerdings, daß wir die Systemdefinition erweitern müssen, falls  $\Omega$  nicht das Referenzobjekt von ZR ist, d.h. also besonders dann, wenn  $\Omega$  der Zeichenträger ist (z.B. bei einem Wegweiser, wo das erste Objekt, der Träger des Zeichenanteils des semiotischen Objekts ja nicht mit dem zweiten Objekt, dem Ort, auf den der Wegweiser verweist, identisch ist; nicht jedoch z.B. bei einer Prothese, wo der Träger des Zeichenanteils zugleich das Referenzobjekt ist, d.h. das reale Bein).

Wegen

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \Omega) = (\mathfrak{R} \subset [A, I]) = \mathfrak{R} \subset S$$

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \emptyset) = (\mathfrak{R} \subset [I, A]) = \mathfrak{R} \subset S^{-1},$$

haben wir schließlich

$$b') \quad [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], ZR] = [\Omega, \mathfrak{R}[S^{-1}], ZR] = [\Omega, \mathfrak{R}[ZR, \Omega], ZR]$$

$$d') \quad [ZR, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega] = [ZR, \mathfrak{R}[S], \Omega] = [ZR, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega],$$

d.h. eine Perspektivierung des Zeichens im Rande von Zeichen und Objekt durch Konversion der semiotischen Abbildung(en) zwischen ihnen.

### Literatur

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Detachierbarkeit, Symphysis und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Perspektivierte objektale Triplets. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

## Metasemiotik semiotischer Objektrelationen

1. Die Linguistik gehört wie alle "konkreten" Zeichensysteme primär nicht zur Semiotik, sondern zur Metasemiotik (vgl. Bense 1981, S. 91 ff.). Das bedeutet u.a., daß Beschränkungen für semiotische Strukturen nicht auf semiotischer, sondern auf metasemiotischer Ebene angetroffen werden können. Vor allem aber bedeutet es, daß man für metasemiotische Systeme nicht von der abstrakten Peirceschen Zeichenrelation  $ZR = (M, O, I)$ , sondern von der von mir so genannten "konkreten" Zeichenrelation

$$KZR = (\Omega, (M, O, I)),$$

die also ZR als eingebettete Relation sowie den (objektalen) Zeichenträger enthält, auszugehen hat (vgl. z.B. Toth 2011). Für abstrakte Zeichen genügt ein Mittelbezug als "Medium"; konkrete Zeichen aber bedürfen eines Zeichenträgers (vgl. Bense/Walther 1973, S. 137), der die Zeichenrelation realisiert bzw. manifestiert.

2. Da konkrete Zeichen den Zeichenträger als explizites und das externe (bezeichnete) Objekt als implizites (nämlich durch den Objektbezug, d.h. das interne oder semiotische Objekt repräsentiertes) Objekt enthalten, fallen sie, wie zuletzt in Toth (2012) gezeigt, in den Gegenstandsbereich der semiotischen (systemischen) Objekttheorie, d.h. wir gehen von den folgenden Definitionen

$$S = [\Omega, \emptyset]$$

$$\Omega = [A, I],$$

sowie den Perspektivierungsbedingungen

$$(S = S^{-1}) = ([\Omega, \emptyset] = [\emptyset, \Omega]) \text{ (für Perspektivierungsinvarianz)}$$

$$(S \neq S^{-1}) = ([\Omega, \emptyset] \neq [\emptyset, \Omega]) \text{ (für Perspektivierungsvarianz)}$$

aus.

3. Nun ist bei den wenigsten konkreten Zeichen das Objekt, das der Zeichenträger darstellt bzw. deren Teil er ist, zugleich das Objekt der Referenz der in die konkrete Zeichenrelation eingebetteten Zeichenrelationen, d.h. die obige

dichotomische Systemdefinition ist defizitär und muß durch eine (mindestens) trichotomische ersetzt werden:

$$S = [\Omega_i, \emptyset, \mathfrak{R}[\Omega_j, \emptyset]]$$

mit  $i \neq j$ . Da in dieser Definition die Dichotomie von Zeichen und Objekt unangetastet ist, haben wir also

$$\Omega_j^{-1} = ZR_j,$$

sofern (wie die Indizierung zeigt)  $\Omega_j$  also das externe Gegenstück des internen Objektbezugs von ZR ist. (Das ist wesentlich, da somit  $\Omega_j$  und  $ZR_j$  einander transzendent sind, während zwischen  $ZR_j$  und dem Zeichenträger  $\Omega_i$  natürlich keine Transzendenz besteht, da sonst die materiale Realisation einer Zeichenrelation bereits eine kontextuelle Transgression bedeutete.) Damit gilt nun aber

$$\emptyset = ZR$$

und wir bekommen für  $\wp S$  also folgende permutative Systeme

- a)  $[\Omega, ZR, \mathfrak{R}[\Omega, ZR]]$
- b)  $[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], ZR]$
- c)  $[ZR, \Omega, \mathfrak{R}[\Omega, ZR]]$
- d)  $[ZR, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega]$
- e)  $[\mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega, ZR]$
- f)  $[\mathfrak{R}[\Omega, ZR], ZR, \Omega].$

Wegen

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \Omega) = (\mathfrak{R} \subset [A, I]) = \mathfrak{R} \subset S$$

$$(\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset] \subset \emptyset) = (\mathfrak{R} \subset [I, A]) = \mathfrak{R} \subset S^{-1},$$

gilt speziell

$$b') \quad [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], c] = [\Omega, \mathfrak{R}[S^{-1}], ZR] = [\Omega, \mathfrak{R}[ZR, \Omega], ZR]$$

d')  $[ZR, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega] = [ZR, \mathfrak{R}[S], \Omega] = [ZR, \mathfrak{R}[\Omega, ZR], \Omega]$ .

Wenn also z.B. das metasemiotische System der deutschen Standardsprache bestimmte Kombinationen von Objekt, Zeichen und dem Rand zwischen ihnen limitiert, vgl. etwa

$[Hans]_{\Omega} [schreibt]_{\mathfrak{R}[\Omega, ZR]} [einen\ Brief]_{ZR}$

mit der Zuordnung von  $\Omega$ ,  $\mathfrak{R}[\Omega, ZR]$  und  $ZR$  (in dieser Reihenfolge) zu den pragmatischen Funktionen Thema, Brücke, Rhema und die im Dt. als ungrammatisch ausgeschlossenen Varianten

\*  $[schreibt]_{\mathfrak{R}[\Omega, ZR]} [einen\ Brief]_{ZR} [Hans]_{\Omega}$

\*  $[schreibt]_{\mathfrak{R}[\Omega, ZR]} [einen\ Brief]_{ZR}$

\*  $[einen\ Brief]_{ZR} [Hans]_{\Omega} [schreibt]_{\mathfrak{R}[\Omega, ZR]}$ , usw.,

dann handelt es sich bei den Limitationsregeln also nicht um semiotische, sondern um metasemiotische Beschränkungen.

Geht man von insgesamt drei Objekten aus, von denen natürlich wiederum mindestens eines als Zeichenträger und also höchstens zwei als Referenzobjekte fungieren, dann ist man gezwungen, auch zwei Ränder anzunehmen, d.h. man hat dann eine pentadische systemische Relation wie z.B.

$S^* = [\Omega_i, \Omega_j, ZR, \mathfrak{R}[\Omega_i, ZR], \mathfrak{R}[\Omega_j, ZR]]$ ,

so daß hier bereits  $5! = 120$  Ordnungspermutationen möglich sind. Dieser Hinweis mag eine Vorstellung davon vermitteln, weshalb die nach Ökonomie strebenden metasemiotischen Systeme starke Regelwerke besitzen müssen, um der semiotischen Strukturexplosion Einhalt zu gebieten. Daraus mag man allerdings auch ersehen, warum es das Phantasma einer (innativen) "Universalsprache" nicht geben kann, die alle und nur die grammatischen Sätze aller Sprachen enthält. Das Gegenteil ist der Fall: Die semiotische Ebene bietet einen riesigen "Pool" von Strukturmöglichkeiten, aus denen sich verschiedene Sprachen die ihnen passendn herausuchen und dann mit Hilfe von metasemiotischen Beschränkungen grammatikalisieren.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten.  
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Systeme von Objekten und Zeichen I, II. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2012

## Orthogonalität von Ontik und Semiotik

1. In Toth (2012a) wurde gezeigt, daß ontisches und semiotisches System zueinander isomorph sind

$$S_{\text{ont}} = (S_1, (S_2, (S_3, \dots S_n) \cong$$

$$S_{\text{sem}} = (ZR_1, (ZR_2, (ZR_3, \dots ZR_n),$$

insofern der metarelationalen ontischen Struktur

$$S_1 = [\Omega, \emptyset],$$

$$S_2 = [S, [\Omega, \emptyset]]$$

$$S_3 = [S, [S, [\Omega, \emptyset]]]$$

$$S_4 = [S, [S, [S, [\Omega, \emptyset]]]], \text{ usw.}$$

die metarelationalen semiotische Struktur (vgl. Toth 2009)

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

$$ZR' = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I)))$$

$$ZR'' = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow I)))$$

$$ZR''' = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O))) \rightarrow I))), \text{ usw.}$$

korrespondiert. Dabei stehen die drei Typen von Rändern

$$S_{1a}^* = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset]$$

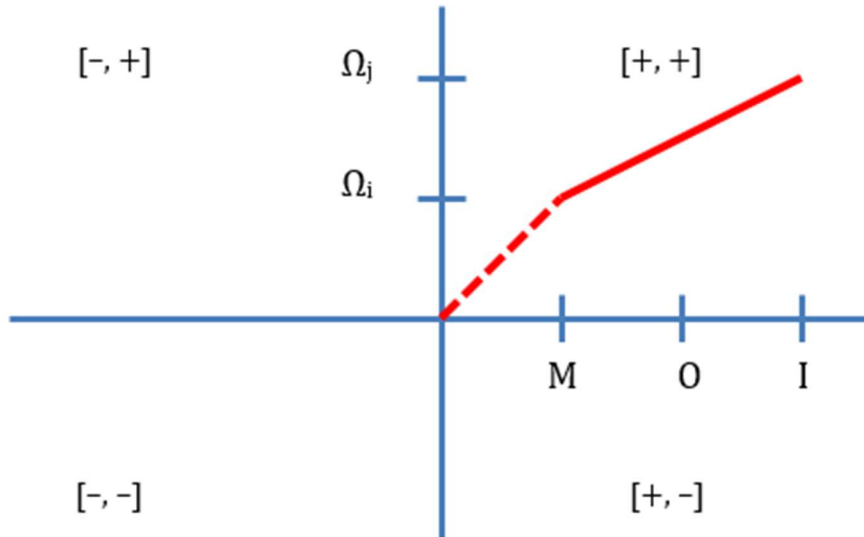
$$S_{1b}^* = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]], \emptyset]$$

$$S_{1c}^* = [\Omega, [\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset]]$$

an der Schnittstelle von Ontik und Semiotik, indem sie zwischen ontischem und semiotischen Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) vermitteln.

2. Wir können damit Ontik und Semiotik vorschlagsweise als orthogonales System wie folgt skizzieren





Die rote Randfunktion ist damit die Grenzscheide zwischen Ontik und Semiotik, wenigstens was den doppelt positiven Quadranten des Koordinatensystems betrifft. Der gestrichelte Teil der Randfunktion ist semiotisch nicht definiert, weil er zwischen der semiotischen Nullheit (vgl. Bense 1975, S. 45 f.) und der Erstheit liegt und damit präsemiotisch zwischen Ontik und Semiotik vermittelt (vgl. Toth 2012b). Die Randfunktion ist also der oder mindestens ein Extremfall der Benseschen Definition des Zeichens als "Funktion, die ... die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag" (Bense 1975, S. 16). Da es nach Toth (2007) möglich ist, drei weitere Semiotiken zu konstruieren, von denen mindestens einer der beiden Parameter negativ ist und die deshalb in den übrigen drei Quadranten des obigen Koordinatensystems liegen, folgt, daß wegen der Isomorphie zwischen Ontik und Semiotik nicht nur mit "negativen Zeichen", sondern auch mit "negativen Objekten" gerechnet werden kann.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, The Droste-Effect in Semiotics. In: GrKG 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Disponibilität als zeichengenetische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Zeitkategorie

1. In Toth (2012a) hatten wir eine mögliche Lösung des Problems des Fehlens einer Ortskategorie innerhalb der Peirceschen (sowie weitaus der meisten der bekannten) Zeichendefinitionen gegeben. Dabei wurde darauf hingewiesen, daß die abstrakte Peircesche Zeichenrelation  $ZR = (M, O, I)$  sowohl orts- als auch zeitunabhängig ist. Das gilt natürlich für generell für Relationen, d.h. nicht nur für Zeichenrelationen, denn nur substantiell Manifestes, d.h. Objekte, nicht aber Metaobjekte sind raumzeitlich fixiert oder fixierbar. Speziell bei Zeichen verdanken sich also jene Fälle, die örtlich und/oder zeitlich fixiert sind, der Tatsache, daß nach Bense mitreale Objekte ihre Existenz ihrem Bezug auf reale Objekte verdanken (Bense/Walther 1973, S. 64 f.). Damit ist ein raumzeitlich fixiertes Zeichen notwendig eines, das mindestens für eine seiner semiotischen Kategorien dessen ontische Entsprechung enthalten muß, d.h. mindestens eine transkontextuelle Verbindung zwischen dem semiotischen und dem ontischen Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.). Nun würde allerdings eine Präsenz sowohl des internen (O) als auch des externen Objektes ( $\Omega_j$ ) und/oder des Interpretanten (I) und des Interpreteten ( $\Sigma$ ) zu einem transzendentalen Zeichen führen, das nur im Rahmen der Polykontextualitätstheorie zu behandeln wäre. Da jedoch das ontische Gegenstück des semiotischen Mittelbezugs (M) der objektale Zeichenträger ( $\Omega_i$ ) ist, kann man den letzteren dazu verwenden, die abstrakte Zeichenrelation  $ZR = (M, O, I)$  durch Einbettung von  $\Omega_i$  in der Objektwelt zu verankern. Wir erhalten damit die bereits aus Toth (2012b) bekannte sog. konkrete Zeichenrelation

$$KZR = (\Omega_i, (M, O, I)),$$

die also nicht allein abstrakte Zeichen repräsentiert, sondern konkrete, realisierte Zeichen zugleich präsentiert und repräsentiert, und zwar ohne aus der monokontextuellen Basis der Peirce-Benseschen Zeichendefinition hinauszuführen.

2. Der Zeichenträger  $\Omega_i$  kann nun, wie bereits in Toth (2012c) gezeigt, genau wie das Signal, als raumzeitliche Funktion

$$\Omega_i = f(x, y, z, t)$$

definiert werden. Da  $\Omega_i$  innerhalb von KZR in ZR eingebettet ist, wird also die abstrakte Zeichenrelation durch Lokalisierung des objektalen Zeichenträgers raumzeitlich fixierbar. Da nach Toth (2012d) für natürliche Zeichen, Ostensiva und Spuren

$$(\Omega_i \subseteq \Omega_j)$$

gilt, ist in diesem semiotischen Grenzfall auch die vom Zeichen aus transzendenten Kategorie des externen (bezeichneten) Objektes über den einen Teil von ihm bildenden Zeichenträger innerhalb der Monokontextualität direkt raumzeitlich fixierbar.

Da nach unseren Voraussetzungen also die den semiotischen korrespondierenden ontischen Kategorien in die raumzeitliche Fixierung involviert sind und da wir ferner in Toth (2012e) festgestellt hatten, daß die beiden von Bense eingeführten und einander wechselseitig transzendenten Räume, d.h. der ontische Raum der Objekte und der semiotische Raum der Zeichen, nicht-diskret sind, insofern bereits Bense (1975, S. 45 f.) die nach ihm "nullheitliche" (1975, S. 65 f.) Ebene der "disponiblen Mittel ( $M^\circ$ )" als zwischen dem ontischen und dem semiotischen Raum vermittelnden Raum (mit Abbildungen zwischen allen drei Räumen) angenommen hatte, folgt also die Korrektheit des in Toth (2011) vorgeschlagenen trichotomischen Semiose-Modells, das einen topologischen Rand enthält, der genau die Abbildungen ontischer Objekte auf disponible Mittel

$$\{\Omega\} \rightarrow \{M^\circ\}$$

sowie disponibler Mittel auf semiotische Zeichen

$$\{M^\circ\} \rightarrow \{ZR\}$$

enthält. In anderen Worten: Zur Definition des vollständigen ontisch-semiotischen Systems reicht der dichotomische Systembegriff  $S = [\Omega, \emptyset]$  nicht aus, sondern es muß von einem erweiterten, trichotomischen Systembegriff "mit Rand"

$$S_1 = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset]$$

ausgegangen werden, in dem der Rand entweder, wie in  $S_1$  neutral, oder wie in  $S_2$  und in  $S_3$  entweder in die Objekt-

$$S_2 = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]], \emptyset].$$

oder in die Umgebungskategorie eingebettet sein kann

$$S_3 = [\Omega, [\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]], \emptyset].$$

Damit sind wir zwei Schritte vor dem Ziel: Wegen der systemischen Dichotomie von Objekt und Zeichen können wir nun

$$\emptyset := ZR = (M, O, I)$$

setzen und weiter den Rand gemäß unseren obigen Voraussetzungen mit dem zwischen Ontik und Semiotik vermittelnden (bzw. das Zeichen in der Objektwelt verankernden) Zeichenträger identifizieren

$$[\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]] := \Omega_1.$$

Weitere Variationen bzgl. der relativen Position von Objekt und Zeichen ergeben sich durch

$$S_{2'} = [[\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega], \emptyset] \text{ sowie}$$

$$S_{3'} = [\Omega, [\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]]$$

sowie durch Subsystembildung (vgl. Toth 2012f).

3. Damit ist also der örtliche Teil der raumzeitlichen Fixierung eines Zeichens durch seinen ontischen Zeichenträger im Rahmen des Peirceschen Zeichenmodells vollständig behandelt, und es verbleibt also sozusagen noch unser Hauptthema, d.h. die Zeitkategorie. Natürlich kann man hierzu mit Günther (1967) die Zeitachse eines Systems als Kontextur definieren und zeitliche Abläufe also innerhalb der Polykontexturalitätstheorie behandeln. Wir hatten uns allerdings bereits bei der Ortskategorie des Zeichens für eine der Peirce-Benseschen monokontexturalen Zeichendefinition entsprechende monokontexturale Behandlung entschieden und müssen somit auch bei der Zeitkategorie auf dem Boden der zweiwertigen aristotelischen Logik bleiben. Betrachten wir also den Rand des trichotomischen Objekt-Zeichen-Systems etwas

genauer: Während die lokale Fixierung eines Zeichens durch die Position des Randes innerhalb des Gesamtsystems ausdrückbar ist, kann die interne Struktur des Randes  $\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]$  vs.  $\mathfrak{R}[\emptyset, \Omega]$  zur temporalen Fixierung eines Zeichens benutzt werden. Man vgl. die folgenden Varianten

$$\begin{array}{l} S_{1a} = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset] \\ S_{2b} = [\emptyset, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \Omega] \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} S_{1a} \\ S_{2b} \end{array}} \right\} S$$

$$\begin{array}{l} S_{2a} = [\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega] \\ S_{1b} = [\Omega, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \emptyset] \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} S_{2a} \\ S_{1b} \end{array}} \right\} S^*$$

Während in S die Positionen von Objekt und Zeichen der internen Struktur des Randes entsprechen, herrscht in S\* das konverse Verhältnis, d.h. wir haben in S

$$S_{1a} = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset] \quad S_{2b} = [\emptyset, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \Omega]$$


jedoch in S\*

$$S_{2a} = [\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega] \quad S_{1b} = [\Omega, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \emptyset]$$


Um inhaltlich zu begründen, was die interne Konversion des Randes mit der Zeitkategorie des Zeichens zu tun hat, gehen wir von dem folgenden Gedicht Max Benses aus (Bense 1985, S. 24)

### Spekulatives Abenteuer

Die fürchterliche Vorstellung  
 der tiefsten Minuten meines Bewußtseins:  
 vor der unerbittlichen Kante  
 der Fläche des Verlassens.  
 Abenteuer zwischen Schritten und Wörtern  
 an der Küste  
 zwischen Gewesenem und Gewordenem.

Aber in der Ferne dort hinten  
 erkenne ich mich ganz als mich  
 am scharfen Schnitt eines Messers.

(Die transkontexturale Erhaltung nach dem Tode gehört zu den großen Widersprüchen im Denken des "Antitranszendentalisten" Bense [vgl. etwa Benses Einleitung zur Neuauflage von Mongré-Hausdorffs "Zwischen Chaos und Kosmos" [Bense 1976].] In dem Gedicht steht also jemand gleichzeitig auf beiden Seiten der kontextuellen Grenze. Von der Position des Diesseits aus gesehen gilt also

$$S_1 = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset],$$

während von der Position des Jenseits aus gesehen nur dann

$$S_3 = [\emptyset, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \Omega]$$

gälte, wenn nicht zugleich dieselbe in der Position des Diesseits stünde. Von beiden Positionen aus gilt somit

$$S_{2a} = [\Omega, \mathfrak{R}[\emptyset, \Omega], \emptyset]$$

(und falls die Person im Gedicht nicht vom Diesseits aus sich selbst im Jenseits sähe, sondern im Jenseits stünde und sich selbst im Diesseits sähe, dann gälte natürlich  $S_{2b} = [\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega]$ ).

Nun impliziert aber transkontexturale Überschreitung, wie von Günther (1967) ausführlich dargelegt, Zeit, denn, impressionistisch gesprochen: jede Reise – auch diejenige vom Diesseits ins Jenseits (sowie, seltener, zurück) erfordert Zeit. Wenn also jemand sich selbst von einer Position A aus zugleich in der Position B stehen sieht (bzw. vice versa), dann muß auch polykontextural gesehen zwischen den zu supponierenden antiparallelen Bewegungen von A nach B (bzw. von B nach A) Zeit vergangen sein, auch wenn diese beiden gegenläufigen Prozesse wie im Gedicht Benses simultan beschrieben werden. Daraus folgt nun aber, daß bei den Fällen, von bei konstanten Objekt- und Zeichen-Positionen die interne Struktur des Randes konvertiert erscheint, automatisch eine Zeitkategorie zusätzlich zur durch die externe Position des Randes im gesamten Objekt-Zeichen-System bereits vor-fixierten Ortskategorie hinzutritt. Im Rahmen eines wesentlich dichotomisch-monokontexturalen Systembegriffs mit trichotomischer Erweiterung durch einen von beiden

Systemkomponenten partizipativen Rand gibt es für eine Zeitkategorie also genau die beiden obigen Fälle  $S_{2a}$  und  $S_{1b}$ . Somit könnte man theoretisch einen Schritt weitergehen und, anstatt die Zeitkategorie auf den Rand zwischen Objekt und Zeichen zu definieren, das Zeichen selbst als System auffassen, indem die dem ontischen Zeichenträger korrespondierende semiotische Mittelrelation (M) als Rand zwischen dem Objekt- (O) und dem Interpretantenbezug (I) vermittelt. Die wechselseitigen Partizipationen sind hier ja per definitionem dadurch schon gegeben, weil M, wie schon sein Peircescher Name sagt, als Vermittlungskategorie zwischem bezeichnendem Objekt und interpretierendem Bewußtsein im Rahmen der Zeichenfunktion (vgl. Bense 1975, S. 16) eingeführt ist. Wir könnten also von

$$S = [O, \mathfrak{R}[O, I], I]$$

mit  $\mathfrak{R}[O, I] := M$

ausgehen, wobei sich als externe Positionen des Randes zuhanden einer zeicheninternen Ortskategorie

$$S_1 = [O, \mathfrak{R}[O, I], I]$$

$$S_2 = [[O, \mathfrak{R}[O, I]], I]$$

$$S_3 = [O, [\mathfrak{R}[O, I], I]]$$

und für die interne Ordnung des Randes zuhanden einer zeicheninterne Zeitkategorie entsprechend bei den Verhältnissen ontischer Objekte nun für semiotische Zeichen die Möglichkeiten

$$\left. \begin{array}{l} S_{1a} = [O, \mathfrak{R}[O, I], I] \\ S_{2b} = [I, \mathfrak{R}[I, O], O] \end{array} \right\} S$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{2a} = [I, \mathfrak{R}[O, I], O] \\ S_{1b} = [O, \mathfrak{R}[I, O], I] \end{array} \right\} S^*$$

ergeben mit



$$S_{1a} = [O, \mathfrak{R}[O, I], I]$$

$$S_{2b} = [I, \mathfrak{R}[I, O], O]$$

jedoch in  $S^*$

$$S_{2a} = [I, \mathfrak{R}[O, I], O]$$

$$S_{1b} = [O, \mathfrak{R}[I, O], I]$$

Damit sind wir am Ziel und haben sowohl Orts- als auch Zeitkategorien sowohl für ontische wie für semiotische Systeme und damit für das vollständige in Toth (2011) skizzierte Semiose-Modell eingeführt.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max (Hrsg.), Paul Mongré [= Felix Hausdorff], Zwischen Chaos und Kosmos. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Time, time-less logic, and self-referential systems. In: Annals of the New York Acad. of Sc. 138, 1967, S. 396-406

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Ortskategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konkrete Zeichen und semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zeichenträger, Referenzobjekt und Rand. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Ostensiva und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Disponibilität als zeichengenetische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Subsysteme mit und ohne Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

## Ränder von zeicheninternen Systemen

1. Bislang (vgl. z.B. Toth 2012a) waren wir von ontisch-semiotischen Systemen ausgegangen, d.h. von Systemen, die sowohl die Elemente des ontischen als auch diejenigen des semiotischen Raumes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) enthalten, kurz gesagt also sowohl von bezeichneten Objekten als auch von bezeichnenden Zeichen. Dabei wurde "von unten herauf" zuerst das ontische Objekt als

$$\Omega := [A, I]$$

und hernach das es einbettende System als

$$S := [\Omega, \emptyset]$$

und schließlich das dem ontisch-semiotischen übergeordneten (bzw. erkenntnistheoretisch "unter-geordnete" System mit Umgebungen für Subjekte definiert, welches wiederum sowohl  $\Omega$  als auch  $S$  enthält:

$$\mathfrak{S} := [S, \emptyset] = [[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_j]$$

2. Setzen wir nun  $\emptyset_i = ZR = (M, O, I)$ , dann erhalten wir ein System mit topologischem Rand

$$\mathfrak{S}^+ = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \emptyset_j],$$

und falls a)  $i \neq j$  ist und b) auch ein Rand zwischen dem System und seiner Umgebung angenommen wird, bekommen wir

$$\mathfrak{S}^{+*} = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \mathfrak{R}[[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \emptyset_j], \emptyset_j].$$

Ausgeschrieben sehen also die beiden Haupttypen subjektiver ontisch-semiotischer Systeme mit nur internem bzw. sowohl mit internem als auch mit externem Rand wie folgt aus

$$\mathfrak{S}^+ = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \emptyset_j],$$

$$\mathfrak{S}^{+*} = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \mathfrak{R}[[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \emptyset_j], \emptyset_j],$$

mit anderen Worten: es kann der Grenzfall eintreten, daß ein Zeichen selbst eine zeichenhafte Umgebung bekommt. Wir sprechen in diesem Grenzfall also

von Rändern von *zeicheninternen* Systemen, d.h. es sind ontische-semiotische Systeme, bei denen "so getan werden kann", als seien die Objektpositionen nicht besetzt (bzw. durch Nullobjekte vertreten). Ein angesichts der Stuttgarter Erweiterung der Peirceschen Semiotik geradezu klassisch zu nennendes (jedoch nicht das einzige!) Beispiel für zeicheninterne Systeme sind die von Bense (1981) so genannten semiotischen "Dualsysteme", d.h. Dualrelationen zwischen einer der zehn Peirceschen Zeichenthematiken und ihrer konversen "Realitätsthematiken", deren allgemeine Form durch

$$ZTh \times RTh = ((1.a), (2.b), (3.c)) \times ((c.3), (b.2), (a.1))$$

dargestellt werden kann. (Genau genommen handelt es sich also um eine Konversion der Konversion oder "Metakonversion", da sowohl die dyadischen Teilrelationen als auch deren monadische Teilrelationen "umgedreht" werden.)

Von besonderem Interesse sind diese Fälle zeicheninterner Systeme mit Rändern auch deswegen, weil jede der zehn Peirceschen Zeichenrelationen (und wohl auch die siebzehn durch die semiotischen Inklusionsgesetze vom semiotischen Gesamtsystem ausgeschlossenen) nach Toth (2012b) den Status einer eigenen Kontextur hat. Kurz gesagt, macht es also einen erheblichen Unterschied, ob man zeicheninterne Systeme *innerhalb* oder *zwischen* diesen "semiotischen Kontexturen" betrachtet. Das ist insofern von besonderer Relevanz, da Walthers (1982) Darstellung des Peirceschen "Zehnersystems" als "eigenreales Dualitätssystem" eingeführt ist, eine Bezeichnung, die darauf beruht, daß die eigenreale Zeichenthematik in mindestens einer ihrer dyadischen Partialrelationen mit jeder anderen und dadurch mit allen zehn Peirceschen Zeichenthematiken verknüpft ist und daß dies ebenfalls für die Realitätsthematiken – und daher für alle Paare "metakonverser" Strukturen innerhalb jeder semiotischen Kontextur gilt. Wie man nämlich nun zeigen kann, trifft dies gerade dann nicht zu, wenn man Teilsysteme zeicheninterner Systeme aus verschiedenen Kontexturen kombiniert, dann gibt es nämlich sehr viele Fälle von randlosen Systemen, d.h. solchen, die aus dem Rahmen des Waltherschen eigenrealen Dualitätssystem herausfallen. Damit können wir folgende Typen zeicheninterner Systeme unterscheiden:

1. Monokontexturale zeicheninterne Systeme mit

1.1. einem monadischen Rand

$$\text{Z.B. } \mathfrak{R}[\{(3.1), (2.1), (1.1)\} \times \{(1.1), (1.2), (1.3)\}] = (1.1)$$

1.2. zwei monadischen Rändern

$$\text{Z.B. } \mathfrak{R}[\{(3.1), (2.1), (1.3)\} \times \{(3.1), (1.2), (1.3)\}] = \{(3.1), (1.3)\}$$

1.3. einem dyadischen Rand

$$\text{Z.B. } \mathfrak{R}[\{(3.1), (2.1), (1.2)\} \times \{(2.1), (1.2), (1.3)\}] = \{(2.1) \rightarrow (1.2)\}$$

Da es genau die gleichen drei Typen natürlich auch bei bikontexturalen Systemen geben kann, führen wir für letztere nur den Grenzfall der Randlosigkeit auf:

$$\text{Z.B. } \mathfrak{R}[\{(3.1), (2.1), (1.1)\}, \{(3.2), (2.2), (1.2)\}] = \emptyset.$$

$$\mathfrak{R}[\{(3.1), (2.1), (1.1)\}, \{(2.1), (2.2), (2.3)\}] = \emptyset.$$

Wie man erkennt, gilt die Randlosigkeit natürlich für die Kombination jeweils beider Teilsysteme, d.h. in Benses Terminologie: Es spielt keine Rolle, ob man die Zeichenthematiken oder die Realitätsthematiken von Zeichen aus zwei verschiedenen semiotischen Kontexturen kombiniert oder man eine Zeichenthematik aus einer Kontextur mit einer Realitätsthematik aus einer anderen Kontextur miteinander kombiniert.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einführung ontisch-semiotischer Subjektkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

## Zeicheninterne kontextuelle Projektionen

1. Vom Standpunkt der Theorie ontisch-semiotischer Systeme ist die von Bense (1976) eingeführte verdoppelte Repräsentation der semiotischen Teilsysteme durch die den "Zeichenthematiken" in metakonverser Relation (vgl. Toth 2012) koordinierten "Realitätsthematiken" auffällig und wurde daher schon in der vor-systemischen Semiotik diskutiert. So liest man z.B. bei Bense: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist. Das Präsentamen geht kategorial und realiter dem Repräsentamen voran. So auch die Realitätsthematik der Zeichenthematik; aber wir können den präsentamentischen Charakter der Realitätsthematik erst aus dem repräsentamentischen Charakter ihrer Zeichenrelation eindeutig ermitteln" (1981, S. 11). Konkret bedeutet dies also: Ontische Objekte sind überhaupt nicht zugänglich, sondern nur ihre entsprechenden Metaobjekte, wobei bei deren verdoppelter semiotischer Repräsentation die Zeichenthematik der Subjektpol, die Realitätsthematik aber den Objektpol thematisiert.

2. Nun hatten wir in Toth (2012) gezeigt, daß die aus Zeichen- und Realitätsthematik zusammengesetzten semiotischen Systeme in drei Typen mit und in einem Typ ohne Rand zerfallen:

1. Monokontexturale zeicheninterne Systeme mit

1.1. einem monadischen Rand

Z.B.  $\mathfrak{R}(((3.1), (2.1), (1.1)) \times ((1.1), (1.2), (1.3))) = (1.1)$

1.2. zwei monadischen Rändern

Z.B.  $\mathfrak{R}(((3.1), (2.1), (1.3)) \times ((3.1), (1.2), (1.3))) = ((3.1), (1.3))$

1.3. einem dyadischen Rand

Z.B.  $\mathfrak{R}(((3.1), (2.1), (1.2)) \times ((2.1), (1.2), (1.3))) = ((2.1) \rightarrow (1.2))$

Da es genau die gleichen drei Typen natürlich auch bei bikontexturalen Systemen geben kann, führen wir für letztere nur den Grenzfall der Randlosigkeit auf:

Z.B.  $\mathfrak{R}[(3.1), (2.1), (1.1)], ((3.2), (2.2), (1.2))] = \emptyset$ .

$\mathfrak{R}[(3.1), (2.1), (1.1)], ((2.1), (2.2), (2.3))] = \emptyset$ .

Man kann somit innerhalb jeder semiotischen Kontextur die Ränder von je zwei semiotischen Teilsystemen auch als kategoriale Projektionen von der Zeichen- in die Realitätsthematiken und vice versa auffassen. Diese Sichtweise aus anderem Standpunkt ist mehr als ein bloßes Spiel angesichts der Rand-Verhältnisse zweier besonderer semiotischer Systeme, denen Bense sogar sein letztes semiotisches Buch gewidmet hatte (Bense 1992):

1. eigenreales semiotisches System (er)

$\times((3.1), (2.2), (1.3)) \equiv ((3.1), (2.2), (1.3))$

2. kategorienreales semiotisches System (kr)

$\times((3.3), (2.2), (1.1)) \equiv ((1.1), (2.2), (3.3))$

Wir haben somit

$\mathfrak{R}_{er} = ((3.1), (2.2), (1.3)) = er$

$\mathfrak{R}_{kr} = ((3.3), (2.2), (1.1)) = kr$ ,

d.h. wir haben hier die beiden Grenzfälle des vollständigen Peirceschen Systems, wo die Ränder mit den semiotischen Systemen zusammenfallen. Faßt man nun die Ränder als Projektionen entweder von den zeichen- oder den realitätsthematiken Teilsystemen in die beiden semiotischen Systeme auf, so liegen also in diesen beiden Fällen vollständige zeicheninterne kontextuelle Abbildungen vor. Hiermit dürften wir die tiefste Begründung für die folgende Besonderheit gefunden haben, die Rudolf Kaehr (2008) entdeckt hatte: Kontexturiert man nämlich die dyadischen Partialrelationen beider semiotischen Systeme, so erhält man z.B.

1. eigenreales semiotisches System (er)

$\times((3.1)_{\alpha}, (2.2)_{\beta,\gamma}, (1.3)_{\delta}) \not\equiv ((3.1)_{\delta}, (2.2)_{\gamma,\beta}, (1.3)_{\alpha})$



## 2. kategorienreales semiotisches System (kr)

$$\times((3.3)_{\alpha,\beta}, (2.2)_{\beta,\gamma}, (1.1)_{\gamma,\delta}) \cong ((1.1)_{\delta,\gamma}, (2.2)_{\gamma,\beta}, (3.3)_{\beta,\alpha})$$

und damit die Aufhebung von Eigen- und Kategorienrealität als Folge von Aufhebung des logischen Identitätssatzes, oder in anderen Worten: Die beiden semiotischen Systeme sind nun randlos (und damit fällt auch das gesamte von Walther 1982 konzipierte "dualitätstheoretische System" zusammen). Damit darf man natürlich die drei oben aufgezeigte Typen von semiotischen Systemen mit Rändern in entsprechender Weise als partielle kontextuelle Rand-Projektionen auffassen.

### Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Toth, Alfred, Ränder von zeicheninternen Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Revision der Peirce-Bense-Semiotik

1. Am Anfang steht ein Objekt – und es ist völlig belanglos, ob es vorgegebenen oder nicht vorgegeben, "real" oder "imaginär" ist. Da es keine absoluten Objekte gibt, ist es jedenfalls ein *wahrgenommenes* oder ein *vorgestelltes Objekt*, und nur solche Objekte können zu Zeichen erklärt werden. *Hieraus resultiert, daß die Wahrnehmung oder Vorstellung eines Objektes dieses noch lange nicht zu einem Zeichen macht.* Während sich wahrgenommene Objekte mit der Klasse der Gegen-Stände decken, sind vorgestellte Objekte Amalgamationen, Mischungen, Kreuzungen usw. zuvor wahrgenommener Objekte, denn da wir keine "neuen" Formen von Realität wahrnehmen können, da diese für uns absolut wären, können wir auch keine Objekte nie zuvor wahrgenommener Realität erzeugen, und die durch unsere Phantasie produzierten Scheinobjekte unterscheiden sich von den realen Objekten, aus denen sie zusammengesetzt sind, lediglich durch die ungewöhnlichen Kombinationen ihrer realen Versatzstücke.<sup>1</sup> *Somit folgt zwar aus der Wahrnehmung eines wahrgenommenen Objektes die Existenz dieses Objektes, aber aus der Vorstellung eines vorgestellten Objektes folgt dessen Existenz nicht.*<sup>2</sup>

2. Wenn wir ein Objekt wahrnehmen oder uns eines vorstellen, wie können wir es dann in ein Zeichen verwandeln? Zunächst können wir nur wahrgenommene, d.h. reale Objekte selbst als Zeichen verwenden, d.h. in diesem Fall gilt

$$\Omega = Z.$$

Natürliche Zeichen, Ostensiva, Spuren, An-Zeichen setzen als Zeichen, die "an" Objekten sind, dadurch deren reale Existenz voraus. Wollen wir hingegen die

---

<sup>1</sup> Z.B. ist der Lindwurm eine Zusammensetzung aus zwischen drei und sechs realen Tieren, die Meerjungfrau ist halb Mensch und halb Fisch, der Vampir zum Teil Mensch und zum Teil Fledermaus.

<sup>2</sup> Hugo Balls berühmte Frage, warum das Objekt Baum nicht Pluplusch – und wenn es geregnet hat, Pluplubasch heißen könne, ist somit nur eine Scheinfrage, die eine viel wichtigere Frage verdeckt: Warum folgt aus der Tatsache, daß wir Zeichen wie Pluplusch und Pluplubasch (unter Angabe präziser Bedeutungen, wie Ball es tut) bilden können, nicht auch die Existenz dieser Pluplusch- und Pluplubasch-Objekte?

Vorstellung eines imaginären Objektes zum Zeichen machen, müssen wir das Objekt durch ein anderes Objekt ersetzen, d.h. eine Abbildung der Form

$$f: \Omega_1 \rightarrow \Omega_2$$

vornehmen. Diese Abbildung ist also immer dann notwendig, wenn das Objekt nicht selbst als Zeichen fungieren kann, darf oder soll.  $f$  ist allerdings eine ganz besondere Abbildung, denn innerhalb der zweiwertigen Logik gibt es ja nur *einen* Platz für ein Objekt – wir haben hier aber zweie. D.h. also, daß im Abbildungsprozeß nicht nur eine, sondern zwei Logiken involviert sind. Und da zwei Logiken durch eine logische, ontologische und erkenntnistheoretische Grenze getrennt sind, ist  $f$  also eine Abbildung über eine Kontexturengrenze hinweg – wie sie etwa aus der Mythologie durch die Kontexturengrenze zwischen Diesseits und Jenseits bekannt ist. Die gängige Erklärung dafür, wie vorgestellte Objekte zu Zeichen "erklärt" werden, lautet nun: sie werden auf Zeichen abgebildet. Wie aber kann ein Objekt auf ein anderes Objekt abgebildet werden, wenn dieses andere Objekt gerade erst durch die Abbildung erzeugt werden soll? Wir haben also zwei Möglichkeiten: Nehmen wir erstens an, dieses andere Objekt existiert bereits. Dann ist aber die Abbildung überflüssig. Nehmen wir zweitens an, die Abbildung diene dazu, das andere Objekt zu erzeugen. Dann liegt eine Abbildung auf das Nichts vor. Da man dieses Nichts in der Mengentheorie durch die leere Menge bezeichnet, haben wir nun also

$$f: (\Omega_1 \rightarrow \emptyset)$$

$$\uparrow$$

$$\Omega_2$$

3. Diese revidierte Definition von  $f$  bedeutet also, daß bei der Zeichensetzung ein Objekt zunächst auf ein Nichts abgebildet wird, das quasi als Platzhalter für die anschließende Abbildung eines weiteren Objekts dient, wobei die beiden Objekte durch eine Kontexturengrenze voneinander getrennt sind, d.h. zwei verschiedenen logischen Kontexturen angehören:

$$(\Omega_1 \mid \Omega_2) \Rightarrow L_1 \mid L_2.$$

Nun besteht eine Logik aber nicht nur aus einem Objekt, sondern auch aus einem Subjekt, wobei das Objekt die Position bzw. den Wert 1 und das Subjekt die Negation bzw. den Wert 0 vertritt

$$L_1 = (\Omega_1, \Sigma_1)$$

$$L_2 = (\Omega_2, \Sigma_2),$$

d.h. wir haben nicht nur eine Abbildung  $f$ , die zwei Objekte aufeinander abbildet, sondern auch eine Abbildung

$$g: \Sigma_1 \leftrightarrow \Sigma_2,$$

die zwei Subjekte miteinander in Beziehung setzt. Das eine Subjekt ist derjenige, der ein Objekt zum Zeichen erklärt, und das andere ist derjenige, für den das Zeichen gilt. Diese Unterscheidung ist wichtig, denn falls  $\Sigma_1 = \Sigma_2$  gilt, bedeutet dies, daß ein Privatzeichen vorliegt.<sup>3</sup> Normalerweise werden jedoch Zeichen zum Zweck der Kommunikation eingeführt, und diese setzt mehr als ein einziges Subjekt voraus.

4. Nach diesen Vorbereitungen sind wir nun imstande, eine neue Definition des Zeichens zu geben (und dadurch auch eine Neubestimmung der Semiotik zu versuchen): Ein Zeichen ist ein 7-tupel aus zwei Objekten, zwei Subjekten, einer Leerstelle und zwei Abbildungen

$$Z = \langle \Omega_1, \Omega_2, \Sigma_1, \Sigma_2, \emptyset, f, g \rangle.$$

Besonderer Erläuterungen bedarf allerdings noch die Abbildung  $f$ . Bei allen Objekten, denen man aus irgendwelchen Gründen ein anderes Objekt mit Zeichenfunktion gegenüberstellen muß, kann man drei hauptsächliche Möglichkeiten von Abbildungen zwischen den beiden Objekten unterscheiden, die wir die iconische, die indexikalische und die symbolische Abbildung nennen.

---

<sup>3</sup> Z.B. das berühmte verknötete Taschentuch, das nur für denjenigen ein Zeichen ist, der es verknötet hat. Stirbt dieses Subjekt z.B. und findet ein anderes Subjekt das verknötete Taschentuch, so ist es für dieses andere Subjekt ein nicht deutbares Zeichen, d.h. lediglich ein verfremdetes Objekt. Daraus folgt also, daß zwar Zeichen immer verfremdete Objekte sind, daß aber die Umkehrung dieses Satzes nicht gilt.

1. Man kann ein Objekt so abbilden, daß das zweite Objekt die Essenz des ersten verdoppelt, dessen Existenz aber unangetastet läßt. Ein solches Abbild oder kurz: Bild ist somit das Resultat einer Projektion nur dessen, was sein Objekt zeigt, nicht aber dessen, was es ist.<sup>4</sup> Wir nennen diese Form der Abbildung iconisch:

$$f_1: (\Omega_1 \rightarrow \emptyset)$$

↑

$$\Omega_2$$

mit  $\Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \emptyset$ .

2. Man kann ein Objekt durch ein anderes Objekt ersetzen, so daß weder die Existenz noch die Essenz des ersten Objektes erhalten bleiben.<sup>5</sup> Wir nennen diese Form der Abbildung symbolisch:

$$f_2: (\Omega_1 \leftarrow \emptyset)$$

↑

$$\Omega_2$$

mit  $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$ .

(Man beachte, daß der Unterschied zwischen  $f_1$  und  $f_2$  nicht nur in der Gleichung bzw. Ungleichung der Merkmalsmengen beruht, sondern auch in der Umkehrung der Abbildungsrichtung!)

3. Ein dritter möglicher Fall, der allerdings aus dem Rahmen der Abbildungstypen tritt, der durch  $f_1$  und  $f_2$  gespannt ist, beruht nicht auf Abbildung (iconischer Fall) bzw. Zero-Abbildung (symbolischer Fall), sondern auf der Gerichtetheit bzw. "Vektorisierung" des ersten Objektes, das dadurch auf das zweite verweist. Wir nennen diese Form der Abbildung, weil sie im Grunde eher eine "Indikation" ist, indexikalisch:

---

<sup>4</sup> Z.B. wäre es sehr schwierig, die Zugspitze zu transportieren, um jemanden zu zeigen, wie sie aussieht. Stattdessen kann man sie z.B. photographieren, das Abbild auf einem Photopapier festigen und statt des Berges die Photographie oder Postkarte transportieren.

<sup>5</sup> Ein dritter Fall, die Bewahrung nur der Existenz, nicht aber der Essenz eines Objektes, betrifft die serialisierte Produktion von Objekten (vgl. Benjamins "Kunstwerk in technischer Reproduzierbarkeit"), wogegen der vierte und letzte (nur theoretisch mögliche) Fall z.B. die Realität der Schöpfungsmythen implizierte.

$f_3: (\Omega_1 \rightarrow \Omega_2)$ .

Nach unserer Definition des Zeichens als 7-tupel handelt es sich nun allerdings bei  $f_3$  um kein Zeichen, wenigstens um keines im Sinne der durch die (echten) Abbildungen  $f_1$  und  $f_2$  erzeugten Zeichen, denn die "Zeigefunktion"  $f_3$  setzt ja keine primäre Abbildung auf  $\emptyset$  und nachfolgende Abbildung eines zweiten Objektes auf  $\emptyset$  voraus, sondern stellt eine direkte, d.h. nicht durch  $\emptyset$  vermittelte Relation zwischen den beiden Objekten her.<sup>6</sup> Bei der indexikalischen "Abbildung" wird also nichts verdoppelt und auch nichts substituiert.

5. Es sei nochmals speziell darauf aufmerksam gemacht, daß in der Definition des Zeichens als 7-tupel *beide* Objekte,  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$ , Objekte sind, d.h. daß also  $\Omega_2$  nicht etwa das Zeichen ist, sondern daß dieses ja erst durch das 7-tupel definiert wird. Ob ein Objekt also als Zeichen fungiert oder nicht, hängt in erster Linie davon ab, ob eine der drei hauptsächlichen Abbildungen zwischen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  zustande kommen.  $\Omega_2$  ist somit der *Zeichenträger* des Zeichens, der im Falle der iconischen und symbolischen Abbildungen dem Objekt  $\Omega_1$  (durch Belegung von  $\emptyset$ ) vermittelt und im Falle der indexikalischen Pseudo-Abbildung, d.h. Indikation, unvermittelt zugeordnet wird. Nun stellt aber  $\Omega_2$  in einer konkreten Abbildung bereits das Resultat eines Selektionsvorganges insofern dar, als daß man ja auch andere Objekte hätte auswählen können, d.h., daß wir anstatt von  $\Omega_2$  von einer Familie von Objekten  $\{\Omega_2\}_i$  ausgehen müssen, aus der das Subjekt des Zeichensetzers, d.h.  $\Sigma_1$ , jeweils ein bestimmtes Objekt  $\Omega_2$  auswählt. Setzt man nun dieses Repertoire von Zeichenträgern  $\{\Omega_2\}_i$  außerhalb der Zeichendefinition an, würde das bedeuten, daß man im Falle eines bestimmten Objektes trotz der Zeichendefinition gar nicht entscheiden könnte, ob es als

---

<sup>6</sup> Was also z.B. einen Wegweiser zum Zeichen macht, ist nur die *Ausrichtung* dieses Objekts auf ein anderes Objekt (die Stipulation "nexaler", d.h. über die reine Kausalität hinausgehender Relationen gehört in die Mythologie). Entsprechend ist auch z.B. ein Personalpronomen nur deswegen ein Zeichen, weil es sich auf ein anderes Objekt (das sprachlich als Name oder Appellativ erscheint) ausgerichtet ist, d.h. sich auf dieses "bezieht". Man sollte sich allerdings (bes. dann, wenn man in der Linguistik "Koindizierung" ansetzt) immer bewußt sein, daß nur das Pronomen auf sein "Bezugs"-Nomen ausgerichtet sein kann, daß das Umgekehrte jedoch nicht gilt, weshalb das Nomen im Gegensatz zum Pro-Nomen ohne ein zweites Objekt auskommt!

Zeichen fungiert oder nicht.<sup>7</sup> Wir bekommen somit als erste Spezifizierung unserer ursprünglichen Zeichendefinition

$$Z = \langle \Omega_1, \{\Omega_2\}_i, \Sigma_1, \Sigma_2, \emptyset, f, g \rangle.$$

Eine zweite Spezifizierung muß wegen des Objektes  $\Omega_1$  angesetzt werden, denn wie man aus der Logik, aber auch z.B. aus gewissen Spekulationen der Physik weiß, konstituieren Objekte ihre Welten, die sie andererseits definieren. Nun sind, wenigstens theoretisch, weitere und andere Welten als die uns einzig bekannte Welt denkbar. D.h. wir müssen auch in diesem Fall statt von  $\Omega_2$  von  $\{\Omega_2\}_i$  ausgehen, wobei somit nun nicht nur jedes  $\Sigma_i$  wegen  $L_i = (\Omega_i, \Sigma_i)$ , sondern zusätzlich auch jedes  $\Omega_i$  die Gültigkeit einer gesonderten logischen Kontextur impliziert. Wir haben somit

$$Z = \langle \{\Omega_1\}_i, \{\Omega_2\}_i, \Sigma_1, \Sigma_2, \emptyset, f, g \rangle.$$

Eine dritte Spezifizierung betrifft nun in fast selbstverständlicher Weise  $\Sigma_2$ , nicht aber  $\Sigma_1$ , obwohl nicht ganz auszuschließen ist, daß ein Zeichen nicht nur durch ein, sondern durch mehrere Subjekte eingeführt werden kann. Mit Sicherheit wird ein Objekt, das als Zeichen akzeptiert ist, d.h. das "sich durchgesetzt hat", von mehr als einem Subjekt verwendet. Es ist sogar gerade so, daß nur ein solches Objekt, das von einer Gemeinschaft von Subjekten in Zeichenfunktion verwendet wird, überhaupt als Zeichen fungieren kann. Wir ersetzen also auch in diesem Fall  $\Sigma_2$  durch  $\{\Sigma_2\}_i$  und bekommen nun endlich die letztgültige allgemeine Definition eines Zeichens

$$Z = \langle \{\Omega_1\}_i, \{\Omega_2\}_i, \Sigma_1, \{\Sigma_2\}_i, \emptyset, f, g \rangle.$$

---

<sup>7</sup> So kann etwa in einem vorausgesetzten, aber außerhalb der Zeichendefinition befindlichen Repertoire der Wörter der deutschen Sprache gar nicht ohne Kenntnis von Repertoires weiterer Sprachen entschieden werden, ob z.B. fa, tree oder arbre Zeichen sind oder nicht. Bettet man jedoch die Repertoires des Ungarischen, Englischen und Französischen in die Zeichendefinition ein, so wird erst dadurch (im Rahmen einer semiotischen Modelltheorie) entscheidbar, ob alle drei Wörter Zeichen sind oder nicht und welches ihre Bedeutung ist (dieselbe wie diejenige des dt. Wortes "Baum"). Selbstverständlich müssen solche Repertoires oder sogar Repertoire-Systeme nicht nur für sprachliche, sondern für alle Arten von Zeichen angesetzt werden.

Diese neue Zeichendefinition teilt somit nicht mehr viel mit derjenigen der Semiotik von Peirce und Bense. Was davon geblieben ist, was aber die Peirce-Bense-Semiotik mit sämtlichen Semiotiken teilt, ist lediglich, daß das Zeichen ein Objekt ist, das sich in einer abbildenden, indizierenden oder Zero-Funktion zu einem anderen Objekt verhält. Die Peirceschen Zeichenbezüge werden nun nicht mehr axiomatisch als Kategorien eingeführt, sondern innerhalb des 7-tupels  $Z$  operativ definiert. Insbesondere ist es nun endlich möglich, den Index vom Icon und vom Symbol zu sondern, mit deren Zeichenfunktionen er ja rein gar nichts teilt. Speziell wurde nun auch der Peircesche Interpretantenbezug, der eine Realunion von Dutzenden von quantitativ und qualitativ völlig verschiedenen Funktionen ist, durch klar definierte Abbildungen zwischen mehr als einem Subjekt und mehr als einem Objekt ersetzt. Schließlich sind alle von Peirce ad hoc eingeführten Limitations-Pseudoaxiome wie z.B. dasjenige der Ternarität der Zeichenrelation, der Inklusion der Kategorien, das Paradox "gebrochener" Kategorien usw. aufgehoben worden. Setzt man also, wie es Bense mit seinen "Primzeichen" tat, natürliche Zahlen in  $Z$  ein, so erhält man also im allgemeinsten Fall

$$Z = \langle X \subset \mathbb{N}, Y \subset \mathbb{N}, U \subset \mathbb{N}, V \subset \mathbb{N}, \emptyset, f, g \rangle,$$

was man natürlich sogleich zu

$$Z = \langle (X, Y, U, V \subset \mathbb{N}), \emptyset, f, g \rangle$$

mit  $f: (\Omega_1 \rightarrow \emptyset)$  und  $g: (u \in U) \leftrightarrow (v \in V)$

↑

$\Omega_2$

vereinfachen kann.

#### Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975



- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1934
- Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
- Link, Godehard, Intensionale Semantik. München 1976
- Saussure, Ferdinand de, Cours de linguistique générale. Paris 1916
- Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Zeichenträger, Referenzobjekt und Rand. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c
- Toth, Alfred, Eine prinzipielle Betrachtung zu mono- und polykontexturaler Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d
- Toth, Alfred, Arbitrarität und Unsichtbarkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e
- Toth, Alfred, Sechs semiotische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

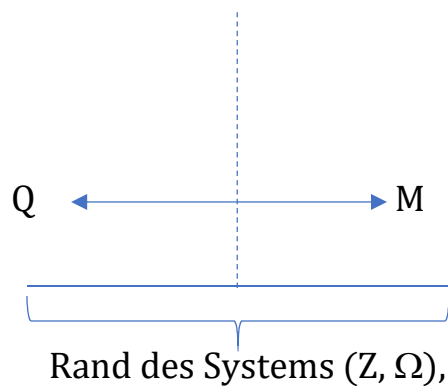
## Hüllen von Objekten

1. In Toth (2012) wurde der Vorschlag gemacht, Zeichen als verfremdete Objekte zu betrachten. Danach ist zwar jedes Zeichen ein verfremdetes Objekt, aber es ist nicht jedes verfremdete Objekt auch ein Zeichen. Im Münster-Tatort "Wolfsstunde" (2008) fällt der bereits zuvor überfallenen und vergewaltigten Studentin eines Abends, da sie in ihre Wohnung zurückkommt, auf, daß ihr Ersatzschlüssel nicht mehr am selben Haken hängt, an den sie ihn am Morgen gehängt hatte. Es handelt sich hier also zunächst um ein verfremdetes Objekt. Während nun der Kommissar an ein Zeichen glaubt und also annimmt, daß der Täter in der Abwesenheit der Frau deren Wohnung aufgesucht hat, nimmt der Pathologe an, daß die Frau, bedingt durch Einnahme veralteter Diazepame, unter Wahrnehmungsstörungen leidet, d.h. für ihn ist das verfremdete Objekt kein Zeichen.

2. Verfremdungen können entweder lokal oder (primär) temporal sein. Die bereits 1954 von Bense und also genau zehn Jahre vor Roland Barthes beschriebene Selbstentkleidung bei erotischen Akten ist ein Fall von primär temporaler Verfremdung durch Verzögerung. Ist die Entkleidung vollzogen, tritt "unmittelbare Realität an die Stelle der Mitrealität", d.h. der "Zerfall dieser Zeichenwelt" ist erreicht und "das Erotische aus dem Zustand des ästhetischen Seins in den Zustand des mechanischen Seins versetzt" (Bense 1982, S. 105). Umgekehrt kann man, ausgehend vom nackten, d.h. rein objektalen Körper, die Bekleidung als lokale Verfremdung des Körpers auffassen. Während das Sich-Entkleiden jedoch eine materiale Form der Verfremdung darstellt, liegt etwa bei der Vorfrende vor Weihnachten eine immateriale Verfremdung vor: Das Fest wird sozusagen durch antizipative Wiederholung ihres Ereignisses auf einer zeitlichen Strecke ausgebreitet. Während es sich z.B. bei der Striptease-Tänzerin semiotisch um ein Objekt handelt, handelt es sich z.B. bei der Vorfrende eines Festes um ein Ereignis, d.h. wir können zusätzlich zwischen statischen und dynamischen Verfremdungen unterscheiden.

3. Material oder immaterial verfremdete Objekte und Ereignisse erheben offenbar ihre Objekte zu ästhetischen Objekten und damit zu Zeichen. Diese Formen der Verfremdung generieren also eine Art von Hülle um die Objekte,

die eine gemeinsame Schnittmenge mit dem in Toth (2011) behandelten "Rand" von Zeichen (Z) und Objekten ( $\Omega$ ) besitzt:



allgemein:

$$Z \cap \Omega \neq \emptyset,$$

d.h. besteht die Semiose in einer Objektivverfremdung, so ist gewissermaßen die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben. Wir nähern uns damit natürlich der von Bense (1992) entdeckten Eigenrealität des Zeichens an, die ja formal dadurch ausgezeichnet ist, daß die entsprechende Zeichenthematik mit ihrer Realitätsthematik dual-identisch ist

$$\times(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.2 \ 1.3),$$

d.h. während in diesem Fall das Objekt der Rand des Zeichens und gleichzeitig das Zeichen der Rand des Objektes ist, haben wir in den oben aufgezeigten Fällen der Hüllen von Objekten bloß partielle Übereinstimmung der Zeichen- und Objekt-Ränder. Im eigenrealen Falle gilt also je sowohl

$$Z \cap \Omega = Z$$

als auch

$$Z \cap \Omega = \Omega.$$

4. Bekanntlich kann man die Transformationen vom Zeichen als Repräsentationsschema des ästhetischen Zustandes in dessen formale Beschreibung durch den Birkhoffschen Quotienten wie bereits von Bense (1981) angeben

vornehmen. Geht man also vom Zeichen als einem verfremdeten Objekt aus, so impliziert die Semiose durch Verfremdung, ganz besonders im Falle des Sich-Entkleidens beim erotischen Akt, aber auch in allen übrigen Fällen, eine Steigung der Spannung bzw. Erwartungshaltung und generiert dadurch einen relativ zu physikalischen Prozessen unwahrscheinlichen, d.h. in Benses (1962) Terminologie "negentropischen" Zustand, der also die Transformation des Objektes in ein ästhetisches "Meta-Objekt" nunmehr nicht nur semiotisch, sondern auch informationstheoretisch faßbar macht. Man vgl. zu dieser Vorstellung gewisse "Versteinerungen" in sprachlichen metasemiotischen System, z.B. die Etymologie von franz. *chercher* < lat. *circare* "sich herankreisen", d.h. in konzentrischen Kreisen von immer geringerem Radius sich an ein Objekt "heranpirschen" Dasselbe Etymon führt im Buchensteinischen zu *čarcé* mit der Bedeutung "von einer Speise kosten", d.h. es herrscht auch hier die Vorstellung einer Verfremdung durch zeitliche Verzögerung, d.h. eines "Vorspiels", einer "Probe" usw.

## Literatur

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Übergänge zwischen numerischer und semiotischer Ästhetik. In: Plebe, Armando (Hrsg.), *Semiotica ed Estetica*. Rom 1981, S. 15-20

Bense, Max, *Aesthetica*. 2. Aufl. Baden-Baden 1982

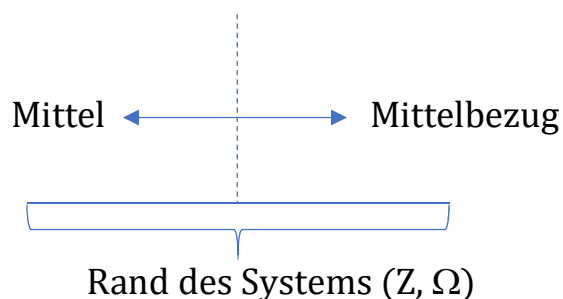
Bense, Max, *Die Eigenrealität der Zeichen*. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Der Rand von Zeichen und Objekt. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2011

Toth, Alfred, Objekte, Spuren, Zeichen als Verfremdungen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2012

## Spuren als Teile von Objekten

1. Wie ich vor allem in Toth (2011a) gezeigt hatte, ist zwischen konkreten und abstrakten Zeichen zu unterscheiden. Wichtig ist dabei, daß sich diese nicht-triviale Unterscheidung nicht mit den Unterscheidungen zwischen "sign events" und "signs", "tokens" and "types" (Peirce), Zeichenexemplaren und Zeichengestalten (G. Klaus), Signal und Zeichen oder Lalem und Lexem (A. Menne) decken, da in allen diesen Fällen Zeichen und Mittel bzw. Mittelbezug identifiziert und darauf einfach die Abstraktionsklassen gebildet werden. Bereits Bense (1973, S. 71) hatte jedoch darauf hingewiesen, daß das konkrete Mittel ein "triadisches Objekt" ist. Selbstverständlich ist natürlich auch der abstrakte Mittelbezug triadisch, denn es vermittelt ja sich selbst zwischen Objekt- und Interpretantenbezug der abstrakten Zeichenrelation. Nun gehört das Mittel aber dem "ontischen Raum" an (Bense 1975, S. 65 f.) und ist somit ein Teil eines Objektes. Wenn somit das konkrete Mittel als triadisches Objekt fungiert, dann gibt es zwischen ihm und dem trivialerweise triadisch fungierenden Mittelbezug eine nicht-triviale (d.h. nicht wie in den Semiotiken von G. Klaus und A. Menne aus der logischen Zweiwertigkeit folgende) Isomorphie zwischen Objekt und Zeichen und damit zwischen ontischem und semiotischem Raum. Da Bense (1975, S. 39 ff.) im Rahmen seiner invariantentheoretischen Semiotik gezeigt hatte, daß die Übergänge zwischen ontischem und semiotischem Raum durch sog. disponible Kategorien von Statten gehen, folgt, daß die beiden isomorphen Räume zudem durch einen Teilraum oder "Rand" vermittelt sind, der ein System von sowohl am ontischen als auch am semiotischen Raum partizipierenden Relationen enthält. Schematisch:



2. Wie zuletzt in Toth (2012) gezeigt, haben diese partizipativen Relationen, die als Austauschrelationen zwischen dem ontischen Teilraum der Mittel und dem semiotischen Teilraum der Mittelbezüge charakterisiert sind, chiastische Gestalt. Definiert man die ontischen Relationen isomorph den semiotischen und benutzt dazu als Grundbegriff denjenigen des Systems, das einfach durch

$$S = [A, I]$$

eingeführt ist, d.h. als

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Mittel (Q)	$[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I),$

dann kann man das vollständige partizipative System, d.h. den Rand zwischen Zeichen und Objekt, wie folgt darstellen:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$
0.heit	$[I \rightarrow A],$

und es ist also

Mittelbezug:	$[A \rightarrow I] := I$
Mittel:	$[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I).$

Man kann diese zueinander isomorphen ontischen und semiotischen Relationen bzw. Abbildungen dadurch vereinfachen, daß man sie wie in Toth (2011b) als relationale Einbettungen definiert

$$\omega := (A \rightarrow I)$$

$$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$$

$$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$$

und diese wiederum durch sog. relationale Einbettungszahlen gemäß

$$\omega = 1$$

$$[\omega, 1] = 1_{-1}$$

$$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$$

Unter der Voraussetzung, daß  $\omega$  entweder für ein triadisches Objekt oder für ein triadisches Zeichen steht, bekommt man hierdurch nämlich die folgende Isomorphiehierarchie zwischen systemischen Kategorien und relationalen Einbettung(szahl)en, die allerdings, wie bereits angetönt, anders als die entsprechenden Isomorphiehierarchien der logischen Semiotiken, nicht-trivial ist:

$$\omega = \omega = 1$$

$$\{\omega\} = [\omega, 1] = 1_{-1}$$

$$\{\{\omega\}\} = [[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$$

$$\{\{\{\omega\}\}\} = [[[ \omega, 1 ], 1 ], 1] = 1_{-3}, \text{ usw.}$$

Spuren können nun nur in dem wenig interessanten Sinne Teile von Abstraktionsklassen, d.h. von Zeichenrelationen und ihren Superisationen, sein, z.B. Rumpftematiken wie etwa (3.1, 2.2), (2.2, 1.3) oder (3.1, 1.3) als dyadische Teilrelationen vollständiger triadischer Zeichenrelationen. Interessant – und der landläufigen Auffassung entsprechend – sind Spuren jedoch Teile von Objekten, d.h. also auch von konkreten Zeichen. Und zwar sind Spuren als Zeichen interpretierte Teile von Objekten, die dadurch auf die Objekte, deren Teile sie sind, abgebildet werden:

$$\text{Spur: } o \rightarrow_{\text{ZR}} \{o\},$$

wobei  $o \in (\omega, \{\omega\}, \{\{\omega\}\}, \dots)$  sind.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012



## Skizze des systemischen Zooms

1. Man betrachte dieses zweidimensionale Inklusionssystem:



Wir stellen uns also z.B. vor, daß jemand in seinem Büro in Tucson, Arizona, sitzt und unter Ausnützung einer Live-Camera-Funktion durch seinen Personal Computer sich fast gleichzeitig damit das Treiben an einem bestimmten Platz in der Stadt Zürich anschaut.

2. Die linke Seite des obigen Schemas existiert unabhängig davon, ob das ganze Schema aus realer oder virtueller Sicht betrachtet wird. Stellt man sich das Schema allerdings eindimensional vor, d.h. setzt man die Person unterhalb des Zimmers in der Mengenhierarchie, so ist es dieser Person natürlich z.B. zwar möglich, sich innerhalb ihres Zimmers umzusehen, aber bereits auf der nächst höheren Stufe der Hierarchie ist das ausgeschlossen, da niemand, ohne aus seinem Zimmer zu treten, auch nur seine Wohnung, geschweige denn das ganze Haus ... bis hinauf zur ganzen Welt betrachten kann. Durch das Hineintreten eines virtuellen Systems in diese eindimensionale reale Mengenhierarchie wird diese jedoch zu einer zweidimensionalen, denn die Zwischenschaltung dieses

semiotischen Systems in die ontische Hierarchie wirkt wie ein Zoom, d.h. sie überwindet sowohl Zeit als auch Raum (kleine ekliptische Abweichungen natürlich nicht mit eingerechnet). Tatsächlich würde ja ohne dieses zwischengeschaltete semiotisch-virtuelle System die Relation

Zimmer  $\subset$  Person

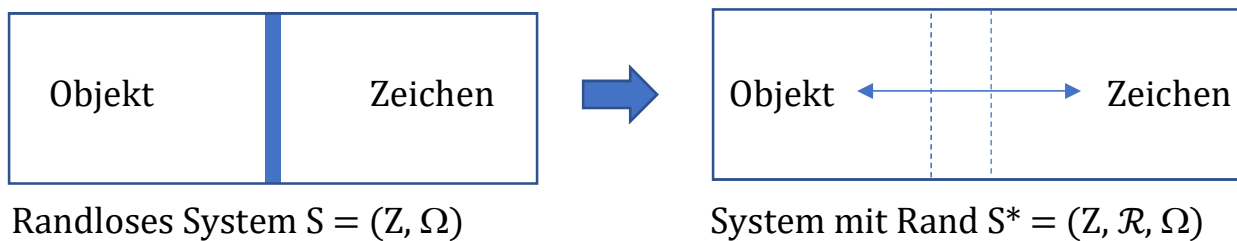
gar nicht im Sinne einer Mengenbeziehung bestehen, da zwischen Objekten und Subjekten wegen der drei Grundaxiome des Denkens in der zweiwertigen aristotelischen Logik eine Kontexturgrenze

Raum  $\parallel$  Ich

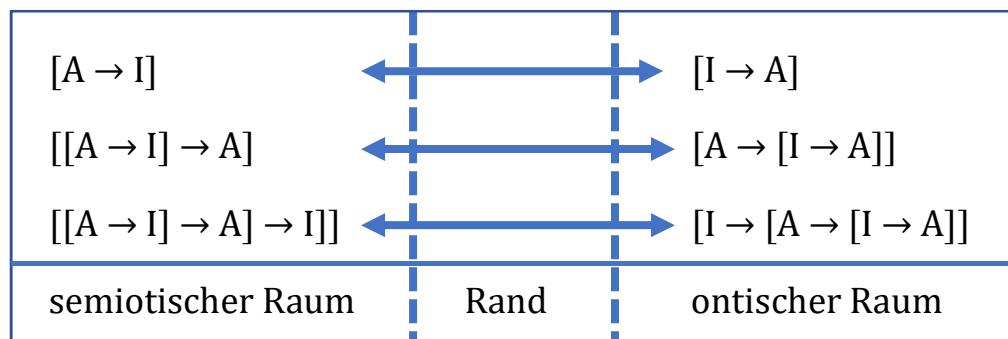
besteht. Allerdings bewirkt die Fundierung der Semiotik auf die Systemik, die in Toth (2011) durchgeführt wurde, ebendiese Ersetzung

$\parallel \rightarrow \subset$ ,

so daß es möglich ist, das Gesamtsystem in zwei Dimensionen anzuordnen. Somit gibt es eine Vermittlung zwischen ontischem und semiotischen Raum (vgl. Toth 2012). Es wird also die klassische nicht-systemische Dichotomie durch eine systemische Trichotomie ersetzt



mit dem folgenden System ontisch und semiotisch partizipativer Austauschrelationen



(Z, Ω)-System

Max Bense muß eine solche "transklassische" semiotisch-ontologische Konzeption schon sehr früh vorgeschwebt haben. In seiner ersten Buchveröffentlichung liest man die Sätze: "Der Raum ist alles außer Ich. Das Ich ist Insein" (1934, S. 27) und "Raum und Sein sind wesenthaf identisch, sind Letztes und darum Vielheit und Einheit zugleich" (1934, S. 19). "Systemischer Zoom" aber bedeutet somit, daß sozusagen die einzelnen Mengestufen des kumulativen Mengensystems der von Neumann-Hierarchie komprimiert werden. Man könnte diese semiotisch-ontische Kompression K wie folgt andeuten: In einer n-stufigen Mengenhierarchie

$$M = \{ \omega_n \}, \{ \omega_{n-1} \}, \{ \omega_n \}, \dots, \{ \omega_3 \}, \{ \omega_2 \}, \{ \omega_1 \}$$

$$P := \{ \omega_1 \} = \omega$$

kann jede der verbleibenden (n-1) Mengestufen direkt auf  $\omega$  abgebildet werden.

### Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Zwei mögliche Basisrelationen für die Semiotik

1. Reduziert man die Semiotik auf die Systemtheorie, so kann man gemäß Toth (2012a) dies auf zwei mögliche Weisen tun

$$\begin{array}{l} \nearrow \quad S = [\omega, z] \\ S = [A, I] \\ \searrow \quad S = [\omega_1, \omega_2]. \end{array}$$

Im ersten Fall erhält man also eine noch abstraktere Zeichentheorie und im zweiten Fall eine zu ihr isomorphe Objekttheorie. Wesentlich an dieser systemtheoretischen Reduktion sind folgende Punkte:

1.1. Das System ist die wohl abstrakteste Dichotomie, die es gibt, denn jedes Objekt hat relativ zu ihm eine Umgebung, d.h. die Anwendung der Distinktion von Außen und Innen ist universal.

1.2. Zwischen den Gliedern der Dichotomien wird die Kontexturgrenze aufgehoben und durch mengentheoretische Inklusion ersetzt, da die Glieder der systemischen Dichotomien ja austauschbar sind, da die Beobachterperspektive entscheidet, was jeweils Außen und was Innen ist. Dadurch ist man nicht länger an das Tertium non datur-Gesetz der aristotelischen Logik gebunden, denn jede systemische Dichotomie kann durch Einführung eines (allenfalls leeren) "Randes" in eine Trichotomie, oder durch maximal (n-1) Ränder in eine n-tomie verwandelt werden. Die Einführung systemtheoretischer Ränder stellt somit eine dritte Möglichkeit der Erweiterung der klassischen Logik dar - neben der Annahme von Zwischenwerten in der Wahrscheinlichkeitslogik sowie einem durch Rejektionsfunktionen ermöglichten Verbundsystems zweiwertiger Logiken in der Polykontextualitätstheorie.<sup>8</sup>

2. Für den obigen ersten Fall, d.h.  $S = [\omega, z]$ , haben wir somit

$$[\omega \perp z] \rightarrow \{[\omega \subset z], [\omega \supset z], [\omega = z]\}$$

---

<sup>8</sup> Klaus (1961, S. 85) unterstellt Günther (in dessen Buch "Das Bewußtsein der Maschinen") höchst interessanterweise eine "Neukonstruktion eines theologisch orientierten metaphysischen Systems".

und wegen

$$z = (m, o, i)$$

$$[m \perp\!\!\!\perp o \perp\!\!\!\perp i] \rightarrow \{[m \subset o \subset i], [m \subset i \subset o], [o \subset m \subset i], [o \subset i \subset m], [i \subset m \subset o], [i \subset o \subset m]\},$$

d.h. wir bekommen mengentheoretische Strukturen wie z.B.  $[m \subset o \subset i]$ ,  $[m \supset o \supset i]$ ,  $[m \supset o \subset i]$ , usw. Z.B. ist der formale Ausdruck für das von Bense (1973, S. 70 f.) als "triadisches Objekt" definierte qualitative Mittel  $m$ , d.h. dem ontischen Korrelat des semiotischen Mittelbezugs

$$m = [m = o = i].$$

Entsprechend können wir dann das Objekt durch

$$o = [m \subset o \supset i]$$

und die Objektfamilie durch

$$i = [m \subset o \subset i].$$

Wir haben somit alle drei ontischen Kategorien durch semiotische ersetzt. Bevor wir diese Beziehungen benutzen, können wir die bereits in Toth (2008) eingeführten zwei Haupttypen semiotischer Objekte, das Zeichenobjekt  $zo$  und das Objektzeichen  $oz$ , wie folgt neu definieren:

$$zo = [[m, m], [o, o], [i, i]]$$

$$oz = [[[m, m], [o, o], [i, i]].$$

Wegen der drei obigen ontisch-semiotischen Beziehungen, welche die bereits in früheren Arbeiten erwähnten "partizipativen" Relationen im Rand zwischen Zeichen und Objekt formalisieren, haben wir nun neu die Wahl, semiotische Objekte sowie allgemein gerichtete Objekte (vgl. Toth 2012b) entweder rein ontisch oder rein semiotisch zu definieren:

$$zo = [[m, m], [o, o], [i, i]] = [[m = o = i], [m \subset o \supset i], [m \subset o \subset i]]$$

$$oz = [[[m, m], [o, o], [i, i]] = [[m \subset o \subset i], [m \subset o \supset i], [m = o = i]],$$

d.h. es kommt nun sehr schön zum Ausdruck, daß

$ZO \times OZ$

gilt. Da also jedes semiotische Objekt sowohl die vollständige Information für das Objekt als auch für das Zeichen besitzt, kann man in einem letzten Schritt das semiotische Objekt als Basisrelation nehmen und also das Zeichen als aus ihm abgeleitete, sekundäre Relation. Dasselbe gilt natürlich für das Objekt. Wir haben dann also statt

$Z \cup O \rightarrow SO \rightarrow ZO \times OZ$

nunmehr die Ableitungskette

$SO \rightarrow ZO \times OZ \rightarrow Z.$

## Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Klaus, Georg, Kybernetik in philosophischer Sicht. Berlin 1961

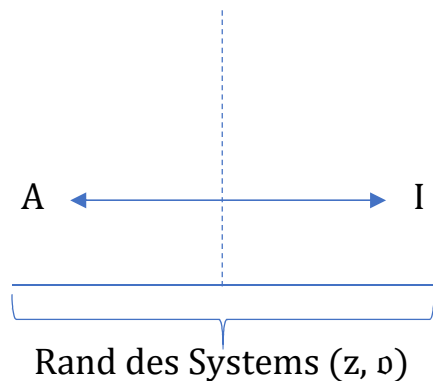
Toth, Alfred, Objektzeichen und Zeichenobjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Typen gerichteter Objekte I-XXII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Transformationsschema von Zeichen und von Objekten

1. Bereits in Toth (2011) war im Rahmen der Reduktion der peirceschen Semiotik auf die Systemtheorie festgestellt worden, daß hierdurch die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt durch die Austauschrelationen von Außen und Innen ersetzt werden, die von der Beobachterperspektive abhängig sind. Das bedeutet jedoch, daß es statt einer kontextuellen Grenze nun einen "Rand" zwischen Zeichen und Objekt gibt, der wie folgt skizziert worden war



Der Rand des Systems partizipiert somit sowohl am "semiotischen Raum" als auch am "ontischen Raum" (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.), d.h. Q und M stehen in einer PARTIZIPATIVEN AUSTAUSCHRELATION, und der Übergang vom semiotischen zum ontischen Raum erfolgt durch einen chiasmatischen Austausch der Systemkategorien A und I:

3.heit  $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit  $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit  $[A \rightarrow I]$

0.heit  $[I \rightarrow A].$



Dies bedeutet jedoch nichts anderes, als daß wir nun eine systemische Isomorphie zwischen semiotischem und ontischem Raum bekommen, deren strukturelle Verhältnisse man durch Paare konverser Relationen wie folgt darstellen kann:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$	$\times$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$\times$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$	$\times$	$[I \rightarrow A]$
0.heit	$[I \rightarrow A]$	$\times$	$[A \rightarrow I]$ .

2. Damit werden die von Bense im Rahmen einer semiotischen Objekttheorie eingeführten Begriffe der Zeichensituation, des Zeichenkanals und der Zeichenumgebung systemisch relevant. Die Zeichensituation betrifft objektale Rahmen-, Richtungs- und Repertoiresysteme (vgl. Walther 1979, S. 131), d.h. sie wird definiert durch die iconische Trennungs-, die indexikalische Verbindungsfunktion und die symbolische Funktion vollständiger repertoirieller Selektion. Die gleichen Funktionen definieren auch semiotische Umgebungen, wobei der Begriff der Umgebung primär, derjenige der Situation gemäß Benses Gleichung

$$\text{Sit}(Z) = \Delta(U_1, U_2)$$

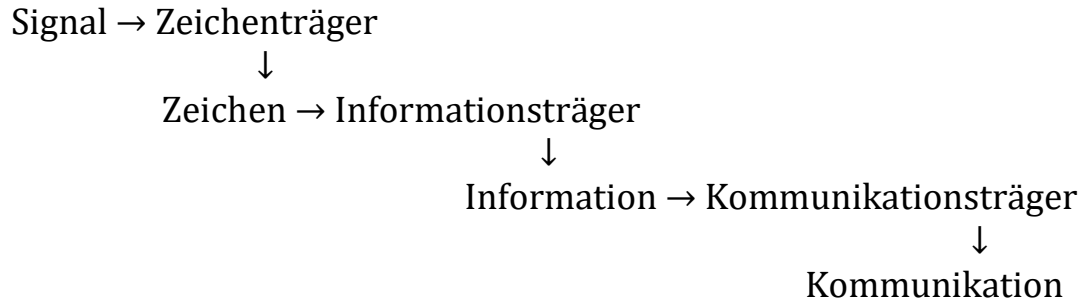
als sekundär definiert wird, d.h. jede semiotische Situation wird als Differenz zweier Umgebungen definiert. Da diese selbst wiederum als Rahmen-, Richtungs- und Repertoiresysteme fungieren, ergibt sich bereits im Rahmen der nicht-systemischen Semiotik eine gewisse komplexe Differenzierung. Obwohl Bense dies nicht explizit so sagt, kann man die semiotisch-objektalen Kanäle nun als "Umgebungsränder", d.h. als systemische Äquivalente zu den oben definierten Rändern zwischen Zeichen und Objekten einführen, d.h. es ist dann möglich, eine systemische Zeichendefinition durch das triadische Kategorienschema

Umgebung (1) – Kanal – Umgebung (2),

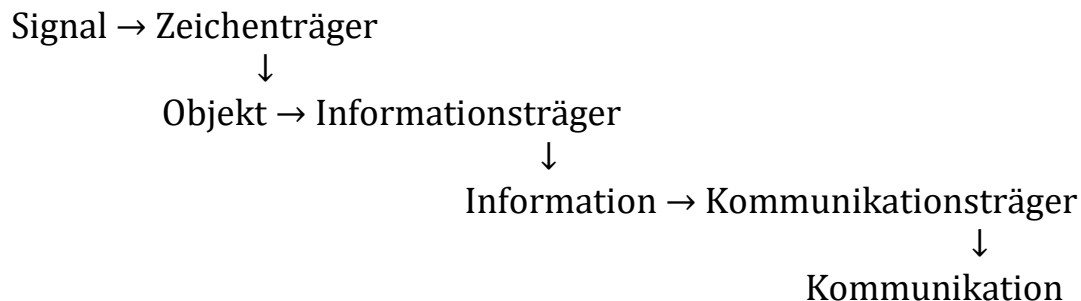
welches die Form des elementaren semiotischen Kommunikationsschemas (vgl. Bense 1971, S. 33 ff.) hat, zu bekommen. Kanäle fungieren somit semiotisch erstheitlich, d.h. das Mittel der peirceschen Zeichenrelation fungiert systemisch als "Rand" zwischen Objekt- und Interpretatenbezug.



3. Das folgende, von Bense (ap. Walther 1979, S. 132) eingeführte Transformationsschema der Zeichen faßt die Verhältnisse von Zeichensituation, Zeichenumgebung und Zeichenkanal zusammen:



Allerdings ist dieses Schema nun unvollständig, wenn man die Semiotik, wie oben aufgezeigt, zu einer wirklichen systemischen Semiotik macht und also die Grundbegriffe von Zeichen und Objekt auf diejenige von Außen und Innen eines elementaren Systembegriffs zurückführt. Tut man dies, so erhält man ein zweites Transformationsschema der folgenden Form

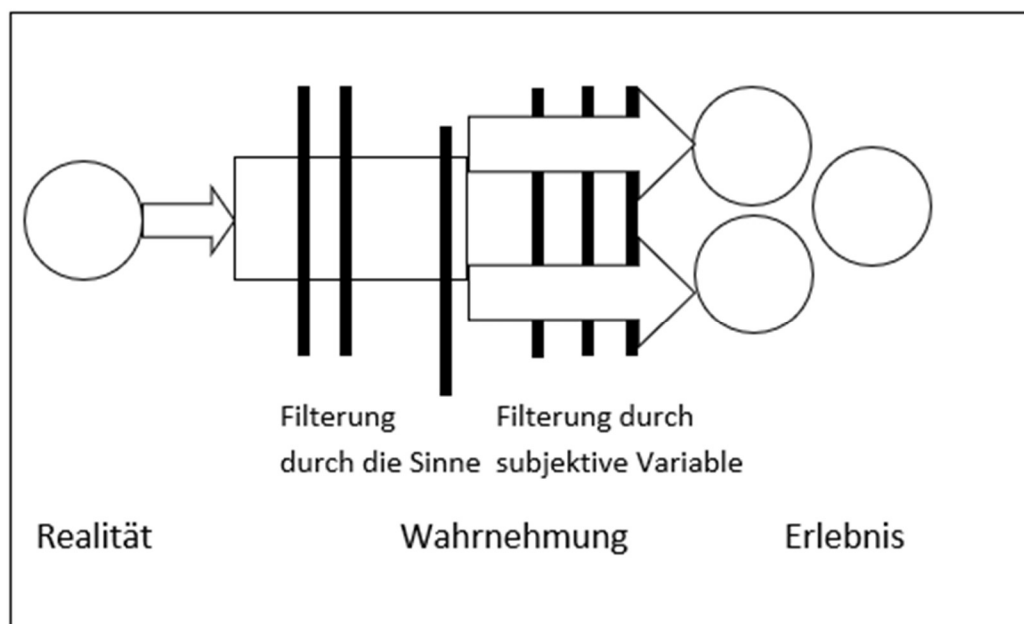


Was sich also beim Übergang vom semiotischen zum ontischen Transformationsschema ändert, ist nun der Übergang von der 1. zur 2. Stufe. Man kann nun beide Schemata gleichzeitig zusammenfassen und vereinfachen, daß man festsetzt



Das gerichtete Objekt (vgl. Toth 2012) ist dabei das sich selbst präsentierende und wahrgenommene Objekt, das jedoch dadurch, daß es wahrgenommen wird, noch kein Zeichen darstellt, denn dazu müßte es nach Bense (1967, S. 9) erst thetisch eingeführt, d.h. meta-objektiviert werden. Im Gegensatz zu Kants

Unterscheidung zwischen Perzeption und Apperzeption, welche primär Eigenschaften von Subjekten sind, ist also die Differenzierung zwischen Objekten und gerichteten Objekten eine solche der Objekte. Natürlich könnte man argumentieren, um Objekte als gerichtete wahrzunehmen, bedürfe es notwendig der Subjekte, aber dies ist ja bereits die Voraussetzung, um überhaupt Subjekte von Objekten zu unterscheiden, ferner ist z.B. ein überhängender Felsblock ein gerichtetes Objekt ohne irgendwelches Dazutun von Subjekten, d.h. eine echte Objekteigenschaft. Damit sind also die Subjekteigenschaften Perzeption und Apperzeption sowie die Objekteigenschaften Objektivität und gerichtete Objektivität einander wiederum systemisch isomorph. Ich möchte noch darauf hinweisen, daß diese Unterscheidung seit längerer Zeit bereits in einem u.a. in der Architekturtheorie benutzten kognitiven Modell vorhanden ist, das Joedicke (1985, S. 10) wie folgt skizziert hatte



## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

## Durch Objekte und Zeichen gerichtete Systeme

1. Die beiden Seiten von Systemen können durch (evtl. leere) Ränder vermittelt sein (vgl. Toth 2012a-c)

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

mit  $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$ ,

denn S und U stehen in einer Austauschrelation

$$S \rightleftharpoons U$$

und nicht in einer Ordnungsrelation, welche die Existenz einer Kontexturgrenze voraussetzt wie dies z.B. bei Zeichen und Objekt der Fall ist

$$\exists \parallel \varnothing,$$

denn zwar hängt das, was in einem System  $S^*$  Außen und das was Innen ist, von der Perspektive des Beobachters ab, nicht aber das, was in einer logischen Dichotomie Zeichen bzw. Subjekt und was Objekt ist. Wären Subjekt und Objekt ebenso perspektivisch-austauschbar und nicht dichotomisch-kontextural geschieden wie Außen und Innen, dann würde in letzter Konsequenz der Zeichenbegriff sich auflösen, da Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar wären.

2. Somit gilt für Systeme

$$S_1 = [A, [I]]$$

$$S_2 = [I, [A]]$$

mit  $S^* = [S_1 \cup S_2]$ .

Für logische Dichotomien jedoch gilt

$$S_1 = [\varnothing \parallel \exists]$$

$$S_2 = [\exists \parallel \varnothing]$$

mit  $S^* \neq [S_1 \cup S_2]$ .

Vielmehr können sowohl Objekte als auch Zeichen in Systemen enthalten sein, d.h. es gibt die je zwei Möglichkeiten

$$x \in [A, [I]]$$

$$x \in [I, [A]].$$

Wegen  $S^* = [S_1 \cup S_2]$  gilt dann natürlich auch

$$x \in S^*.$$

Das bedeutet aber, daß jedes  $x \in \{0, 3\}$  zunächst unabhängig von der Perspektivität eines Systems ist (das seinerzeit aber wohl abhängig von der Beobachterperspektive ist). Noch prägnanter gesagt: Ein Objekt sowohl als auch ein Zeichen verändern sich nicht, ob sie  $S_1$  oder  $S_2$  angehören, denn es kümmert sie die Relativität des Außen und Innen von Systemen keineswegs. Andererseits aber treten sie aber sekundär sowohl mit den Systemen oder Teilsystemen, in denen sie liegen, bzw. mit anderen Objekten und Zeichen, die in den gleichen Teilsystemen liegen, im Sinne gerichteter Objekte in n-tupel-Relationen.

3. Aus diesen Überlegungen folgt nun aber, daß nicht nur – wie Bense sagte – Zeichen, sondern daß auch Objekte als "Raumstörungen" aufgefaßt werden können, insofern sie die Systeme bzw. Teilsysteme, denen sie angehören, in Paare von Teilsystemen partitionieren, welche der nächst tieferen Einbettungsstufe angehören. Es gilt somit für jedes  $x \in \{0, 3\}$  und jede Einbettungsstufe  $n$

$$x \in S_n \rightarrow S_n = [S^{1_{n-1}} \cup S^{2_{n-1}}].$$

Z.B. zerlegt ein in ein Zimmer gestellter Tisch dieses Zimmer vom Einbettungsgrad 3 in zwei Teilräume des Einbettungsgrades 4, nämlich den Tisch selbst und den Rest des Teilsystems, dem er angehört. Ebenso zerlegt z.B. ein Hausnummernschild die Hausfassade, an der es angebracht ist, in zwei Teilsysteme des Einbettungsgrades 2 des Adystems  $[U, S_1]$ , usw. Auch in diesem Fall der "Raumstörung" durch Objekte und Zeichen führt also die Partitionierung der Teilsysteme nicht etwa zu deren logischer Dichotomisierung, d.h. auch die partitionierten Teilsysteme tieferen Einbettungsgrades

stehen zueinander immer noch – oder besser gesagt: wiederum – in perspektivischer Austausch- und nicht in kontextueller Ordnungsrelation.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

## Systemische Perspektivität und Kontextualität

### 1. Bezeichne

$$A = [b, c]$$

ein Ganzes, dessen zwei Teile durch eine Grenze voneinander geschieden sind. Wenn eine Weide z.B. durch ein Gatter in zwei Teile geteilt ist, kann ich problemlos durch das Gatter von einer Weide in die andere und wieder zurück schreiten, und es ändert sich weder an mir, noch dem Gatter, noch an den beiden Teilen der Dichotomie auch nur das Geringste. Andererseits kann ich die Grenze vom Leben zum Tod nicht in beiden Richtungen, d.h. vorwärts und rückwärts, überschreiten. Überschreite ich sie, dann ändert das zwar nichts an der Grenze sowie an den Seiten, aber an mir. Dichotomien zerfallen somit in kontextuelle und in nicht-kontextuelle Grenzen. Die letzteren sind reversibel, die ersteren sind nicht-reversibel. Beispiele für kontextuelle Grenzen sind etwa [Leben/Tod], [Tag/Nacht], [Zeichen/Objekt]. Es gilt somit

$$A_{\text{kont}} = ([b, c] \neq [c, b])$$

$$A_{\text{nkont}} = ([b, c] = [c, b]).$$

2. Aus diesen informellen Überlegungen lernen wir zuerst, daß Dichotomien Relationen sind, welche nicht nur zwei Seiten oder Teile eines Ganzen, sondern auch die Grenze zwischen ihnen involvieren. Ferner wird als Drittes Glied ein Subjekt vorausgesetzt, denn die Zusammenfassung z.B. von Leben und Tod zu einem Dritten, d.h. dem Ausdruck [Leben/Tod], also dem Ganzen in der Form seiner Geschiedenheit in zwei (dichotomische) Teile, gibt es nur für ein Subjekt, nicht für die Objekte, d.h. für die beiden Teile sowie die Grenze zwischen ihnen. Dafür spricht z.B. auch, daß diese Zusammenfassungen (und nicht Kollektionen oder Mengen!) von zwei dichotomischen Teilen zu einem Ganzen keine Namen in den Sprachen tragen. Das Leben ist dem Tod entgegengesetzt, also hat die Sprache, die hierin dem logischen Tertium non datur-Gesetz folgt, auch keine Bezeichnung für die Vereinigung der beiden Teile. Dasselbe gilt für nicht-kontextuelle Dichotomien: die beiden abgeteilten Teile einer Weide sind beides "Weiden". Spezifizierungen treten in diesem Falle erst sekundär auf, z.B.

"Pauls Weide" versus "Hans Weide", oder etwa in Orts- und Flurnamen (vgl. Toth 2012a).

2. Die Grenzen zwischen den Teilen von (kontextuellen und nicht-kontextuellen) Dichotomien stellen vom systemtheoretischen Standpunkt aus Ränder dar. Genau genommen sind es sogar erst diese Ränder, welche es ermöglichen, ein Ganzes in zwei dichotomische Teile zu teilen. Grenzen bilden somit sowohl in kontextuellen als auch im nicht-kontextuellen Falle die Angel- oder Drehpunkte (franz. pivots), welche überhaupt erst die Idee einer Reversion, d.h. einer Umkehrung der beiden Seiten einer Dichotomie,  $A = [b, c]$  und  $A^{-1} = [c, b]$ , in einem Subjekt aufkommen lassen. Wir können somit sagen: Gäbe es im Subjekt nicht die Idee einer Zusammenfassung von gegensätzlichen Gliedern zu einem Ganzen, welche die ideelle Abbildung eines weder in der materialen Welt noch in der sie spiegelnden logischen Beschreibung existierenden Objektes (Sachverhaltes) ist und also im Grunde unserem ganzen, auf der zweiwertigen aristotelischen Logik gründenden Denken radikal zuwiderläuft, könnten auch Vorstellungen wie die Wiederkehr vom Tode oder der Austausch von Zeichen und Objekt (Dorian Gray!) gar nicht erst aufkommen.

3. Die Annahme von Rändern in Systemen bedingt somit die Erweiterung der elementaren Systemdefinition (vgl. Toth 2012b-d)

$$S = [S, U]$$

zu

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

mit  $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$ , d.h. es liegt eine Selbstabbildung des Systems auf sich selbst vor, die natürlich der zweiwertigen Logik ebenso widerspricht wie die oben behandelte Zusammenfassung oder Vereinigung der beiden Seiten einer Dichotomie zu einem Ganzen. Kraft der Pivot-Funktion von Rändern sind nun also die beiden Seiten austauschbar

$$S \rightleftharpoons U,$$

und diese Austauschbarkeit ist also die Voraussetzung für eine mögliche Reversibilität der beiden Wege



$S \rightarrow U$

$S \leftarrow U$ .

Das bedeutet aber, daß wir es bei Systemen mit Rändern nicht mit einer für kontextuelle Dichotomien üblichen Ordnungsrelation zu tun haben, sondern mit einer Austauschrelation. Mit anderen Worten: Durch Reduktion auf den Systembegriff mit Rändern haben wir nun eine einheitliche Definition sowohl für nicht-kontextuelle als auch für kontextuelle Dichotomien erreicht. Oder noch deutlicher gesagt: Reduziert man kontextuelle Dichotomien auf ihre systemischen Grundlagen, so werden auch sie – wie es die nicht-kontextuellen schon immer waren – reversibel.

4. Den Austauschrelationen bei Systemen stehen somit die Ordnungsrelationen entgegen, wie sie natürlich weiterhin auf den Ebenen anzutreffen sind, die "höher" als ihre systemischen Basisrelationen liegen, also z.B. die Ordnungsrelation zwischen Zeichen und Objekt

$\exists \parallel \varnothing$ ,

denn zwar hängt das, was in einem System  $S^*$  Außen und das was Innen ist, von der Perspektive des Beobachters ab, nicht aber das, was in einer logischen Dichotomie Zeichen bzw. Subjekt und was Objekt ist. Wären Subjekt und Objekt ebenso perspektivisch-austauschbar und nicht dichotomisch-kontextual geschieden wie Außen und Innen, dann würde in letzter Konsequenz der Zeichenbegriff sich auflösen, da Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar wären. Somit gilt für Systeme

$S_1 = [A, [I]]$

$S_2 = [I, [A]]$

mit  $S^* = [S_1 \cup S_2]$ .

Für logische Dichotomien jedoch gilt

$S_1 = [\varnothing \parallel \exists]$

$S_2 = [\exists \parallel \varnothing]$

mit  $S^* \neq [S_1 \cup S_2]$ .

Vielmehr können sowohl Objekte als auch Zeichen in Systemen enthalten sein, d.h. es gibt die je zwei Möglichkeiten

$x \in [A, [I]]$

$x \in [I, [A]]$ .

Wegen  $S^* = [S_1 \cup S_2]$  gilt dann natürlich auch

$x \in S^*$ .

Das bedeutet aber, daß jedes  $x \in \{0, 3\}$  zunächst unabhängig von der Perspektivität eines Systems ist (das seinerzeit aber wohl abhängig von der Beobachterperspektive ist). Noch prägnanter gesagt: sowohl ein Objekt als auch ein Zeichen verändern sich nicht, ob sie  $S_1$  oder  $S_2$  angehören, denn es kümmert sie die Relativität des Außen und Innen von Systemen keineswegs. Andererseits aber treten sie sekundär sowohl mit den Systemen oder Teilsystemen, in denen sie liegen, bzw. mit anderen Objekten und Zeichen, die in den gleichen Teilsystemen liegen, im Sinne gerichteter Objekte in n-tupel-Relationen. Man könnte somit sagen, daß nicht nur Zeichen – wie bereits Bense festgestellt hatte –, sondern auch Objekte als "Raumstörungen" wirken, insofern sie die Systeme bzw. Teilsysteme, denen sie angehören, in Paare von Teilsystemen partitionieren, welche der nächst tieferen Einbettungsstufe angehören. Es gilt somit für jedes  $x \in \{0, 3\}$  und jede Einbettungsstufe  $n$

$x \in S_n \rightarrow S_n = [S^{1_{n-1}} \cup S^{2_{n-1}}]$ .

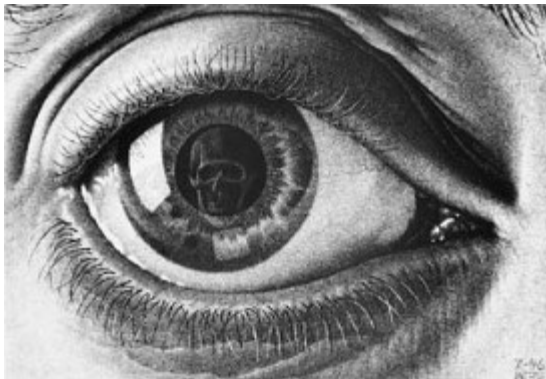
Stelle ich z.B. einen Kasten in ein leeres Zimmer, dann teilt dieser Kasten das zuvor leere Zimmer nunmehr in ein Teilsystem ausserhalb des Kastens, in ein Teilsystem innerhalb dieses Kastens sowie in einen Rand zwischen dem durch den Kasten "ausgeschnittenen" Teilsystem sowie dem Teilsystem des "Rest-Zimmers".

5. Das Wesentlichste, was wir aus diesen Ausführungen zu behalten haben, ist, daß wir auch bei Systemen immer zwischen Perspektivität und Kontextualität zu unterscheiden haben. Zwar sind die beiden Seiten eines Systems immer von

der Beobachterperspektive abhängig und daher perspektivisch austauschbar, d.h. die Relation zwischen Außen und Innen ist eine Austauschrelation, aber Systeme können Objekte enthalten, welche diese Systeme in Teilsysteme partitionieren, und für diese Objekte gilt im Gegensatz zu den Systemen, in die sie eingebettet sind, daß sie kontextuell in Objekte und Zeichen geschieden sind, d.h. daß ihre beiden Teile bzw. ontischen und semiotischen "Aspekte" nicht in einer Austausch-, sondern in einer Ordnungsrelation zueinander stehen. Nun gibt es wohl kaum bessere Beispiele zur Illustration dieser bisher konstant übersehenen radikalen Differenz zwischen systemischer Perspektivität und Kontextualität als in den Werken M.C. Eschers. Ich bespreche im folgenden einige von Eschers Grafiken, in denen ganz bewußt die Relationen zwischen den beiden Relationen vertauscht sind. Es handelt sich somit nach den obigen Ausführungen um vier mögliche Relationen über Relationen:

- |  |  |
|--|--|
| 1. $R([A, [I]], [\beta \parallel \alpha])$ | 3. $R([I, [A]], [\beta \parallel \alpha])$   |
| 2. $R([A, [I]], [\alpha \parallel \beta])$ | 4. $R([I, [A]], [\alpha \parallel \beta])$ . |

### 5.1. "Auge" (1946)



Dieses Bild wäre trivial, würde man annehmen, daß vor dem Subjekt, dessen Auge wir sehen, tatsächlich ein Totengerippe (der Tod) stünde. Nicht-trivial wird es erst dann, wenn wir uns vorstellen, daß das Subjekt vor einem Spiegel steht und also seinen eigenen Zustand nach dem Überschreiten der kontextuellen Grenze in der Dichotomie [Leben/Tod] im Spiegel sieht. Daraus folgte also, daß sich ein lebendes Subjekt als totes erblickt. Nach unseren Ausführungen dürfte ohne weiteres klar sein, daß es sich bei Eschers "Auge" nicht nur um das Vor und das Hinter eines Spiegels bzw. das Außen und das Innen des

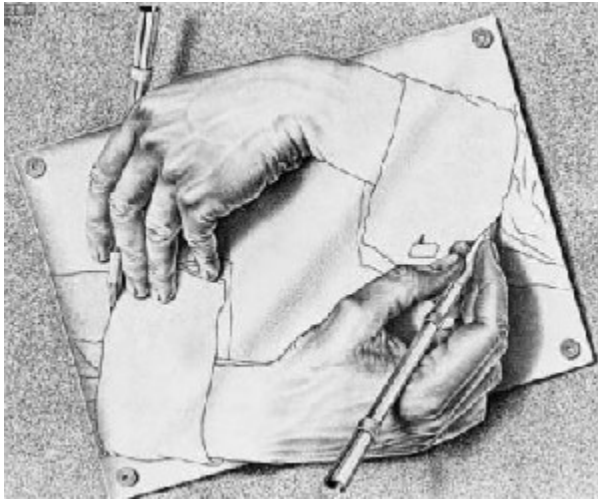
entsprechenden Systems handelt, sondern um die auf der Basis des logischen Tertium-Gesetzes unerlaubte Vertauschung der Glieder kontextueller Systeme.

## 5.2. "Stilleben mit Spiegel" (1934) und "Stilleben und Straße" (1937)



Kerze, Glas und weitere Utensilien auf dem linken und Tabakpfeife usw. auf dem rechten Bild suggerieren dem Beobachter, daß in den in den Bildern vorliegenden (und durch sie dargestellten) Systemen von Innen nach Außen geblickt wird. Da Spiegel aber nur vor und nicht hinter ihnen stehende Objekte reflektieren, entsteht im Bild links ein Paradox von Außen und Innen, d.h. wir finden ein und dasselbe System, welches gleichzeitig die beiden perspektivischen Ordnungen  $R[A, [I]]$  und  $R[I, [A]]$  aufweist. Auch wenn im Bild rechts kein Spiegel spiegelt, so liegt hier trotzdem das gleiche systemische Paradox vor, denn die im Vordergrund stehenden Objekte suggerieren die Identifikation dieses Vordergrundes als Innen, dessen Fortsetzung aber klarerweise (durch Straße und Häuser) als Außen suggeriert wird. Das wesentliche Moment ist in diesem Fall also das Fehlen eines Randes zwischen dem Innen mit der Tabakpfeife und dem Außen mit den Straßen. Wie wir oben ausgeführt hatten, setzt jedoch die Perspektivität von Systemen die Existenz von Rändern als Pivots voraus.

### 5.3. "Zeichnen" (1948) und "Reptilien" (1943)



Nach unseren Ausführungen können wir uns hier besonders kurz fassen: Beide Graphiken haben gemein, daß sie deviante Kombinationen bzw. Transformationen von Objekten und diese bezeichnenden Zeichen aufweisen. Das bedeutet natürlich nichts anderes als die Suspendierung der kontextuellen Grenzen zwischen Objekten und Zeichen. D.h., deren Ordnungsrelation, die an sich durch das logische Tertium-Gesetz geschützt ist, ist durch eine Autauschrelation ersetzt, m.a.W. Objekte und ihre Zeichen werden wie Systeme behandelt.

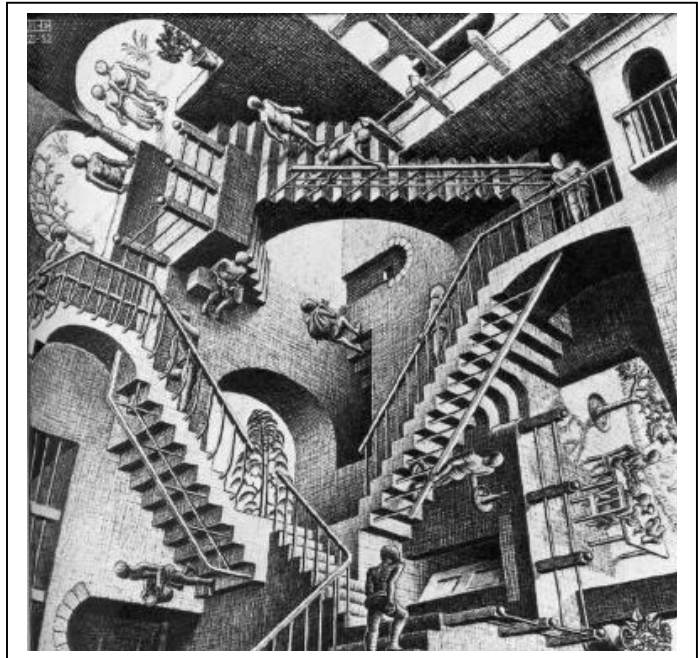
### 5.4. Bildgalerie (1956)

Ein Mann steht vor einem Bild, auf dem u.a. ein Haus ist, in dem sich eine Bildergalerie befindet, die eine Wandelhalle hat, in welcher Bilder ausgestellt sind. Soweit ist noch alles in Ordnung. Allerdings sieht der das Bild betrachtende Mann sich selbst in diesem Haus, und zwar gleichzeitig oben aus dem Fenster schauend und unten in der Wandelhalle das Bild betrachtend, das der Mann indessen ja gerade betrachtet. Obendrein befindet sich offenbar der Mann, da er das Bild betrachtet, innerhalb der Bildergalerie. Es geht hier m.E. in erster Linie weder um das Spiel mit Droste-Effekten noch mit Riemannschen Räumen (der "Fleck in der Bildmitte, darin Escher sein Signet anbrachte, weist klar darauf hin, daß Escher hier mit den letzteren experimentiert), sondern es handelt sich primär um die Verwechslung 1. von Zeichen und Objekten 2. von Einbettungsgraden von Teilsystemen von Systemen.



Zur Verwechslung von Zeichen und Objekten ist zu sagen, daß sie nach dem oben Gesagten nicht austauschbar sind, d.h., da Zeichen und ihre bezeichneten Objekte kontextuell geschieden sind, ist auf dem Boden der zweiwertigen Logik immer in eindeutiger Weise aussagbar, was Zeichen und was Objekt ist. Dieses Axiom ist aber in Eschers "Bildgalerie" aufgehoben, und zwar in der Form einer widersprüchlichen Darstellung der Galerie sowie ihrem Bild. Was die Verwechslung von Einbettungsgraden von Systemen betrifft, so erklärt sich damit der zeitgleiche Aufenthalt des Mannes erstens in der Wandelhalle, zweitens in einem oberen Stockwerk des Hauses, dessen Teilsystem die Wandelhalle darstellt und drittens in dem Bild, das seinerseits ein Teilsystem darstellt, das in das Teilsystem der Wandelhalle des Systems Haus eingebettet ist. Es dürfte sich also sogar so verhalten, daß mit Hilfe der den beiden systemischen Paradoxe die Anomalien der Droste-Effekte und der Riemannschen Fläche erklärt werden können.

## 5.5. Andere Welt I (1946) und Relativität (1953)



In beiden Fällen handelt es sich um Paradoxien der Perspektivität eines und desselben Systems, das zwar von den sechs Seiten eines Kubus aus betrachtet werden kann, aber natürlich nicht gleichzeitig, wie dies jedoch durch die simultanen Projektionen in beiden Bildern suggeriert wird. Jedes der beiden Systeme zerfällt somit in zwei Maximalsysteme aus je sechs Teilsystemen – den sechs Seiten eines Kubus entsprechend (in dieser Hinsicht bleibt also auch Escher "newtonsch"!)

$$S = [S_1, S_2, S_2, S_2, S_2, S_2],$$

und zwischen je einem Paar von Teilsystemen  $[S_i, S_{i+1}]$  muß es einen Rand in Pivot-Funktion geben, d.h.

$$\mathcal{R}[S_i, S_{i+1}],$$

und dieser Rand ist es wiederum, der es überhaupt erlaubt, je zwei orthogonal entgegengesetzte Seiten der Kuben sich als gleichzeitige vorzustellen.

## Literatur

Toth, Alfred, Systemtheorie der Städtzürcher Orts- und Flurnamen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d



## Perspektivische Austauschrelationen I

1. Wenn wir ein elementares System durch

$$S^* = [S, U]$$

definieren, d.h. das aus dem System und seiner Umgebung bestehende Ganze ebenfalls als System bezeichnen, dann haben wir eine Selbsteinbettung von  $S$ ,

$$S^* \rightarrow S,$$

vorgenommen. Dieser "Trick" ermöglicht es uns, auch Teilsysteme von  $S^*$  bzw.  $S$  auf dieselbe Weise zu definieren, d.h. wir können allgemeiner schreiben

$$S^* = [S_i, S_j],$$

wobei  $i$  und  $j$  nicht adjazent sein müssen, d.h. daß nicht notwendig  $i = j$ ,  $i < j$  oder  $i > j$  gelten muß. Z.B. bezeichnen wir also auch die Zusammenfassung einer Umgebung und eines Zimmer als Systeme – nämlich als Teilsystem des ganzen Systems  $S^*$ , das sowohl die Umgebung eines Hauses als auch alle Wohnungen mit ihren Zimmern, die darin liegen, und weitere Teilsysteme mehr einschließt.

2. An diesem Punkt müssen wir allerdings  $S^*$  durch

$$S^{\lambda*} = [S_i, [S_j]]$$

oder durch

$$S^{\rho*} = [S_j, [S_i]],$$

redefinieren, denn gemäß  $S^*$  sind Teilsysteme ja natürlich im Systemganzen eingebettet. Um bei unserem Beispiel zu bleiben: Es macht einen Unterschied, ob man vom Garten eines Hauses zu einer Zimmer hochschaut, oder ob man aus dem Zimmer in den Garten hinunter schaut. Das bedeutet also nichts anderes, als daß  $S^{\lambda*}$  und  $S^{\rho*}$  zwei verschiedene Perspektiven desselben Teilsystems definieren. Kurz gesagt: Das System  $S^*$  zerfällt in die beiden perspektivischen Teilsysteme  $S^{\lambda*}$  und  $S^{\rho*}$ .

3. Nun stellt sich aber ein Problem. Wir erläutern es wiederum anhand des gleichen Beispiels. Auch wenn ich mich nicht von Teilsystem zu Teilsystem –

also vom Garten durch eine Tür ins Haus, durch den Flur und die Treppe hoch bis zum Treppenabsatz, dann durch die Wohnungstür hinein in die Diele und weiter ins bestimmte Zimmer durcharbeite, sondern eben z.B. aus dem Garten zum Zimmer hoch schaue, so sehe ich doch immerhin noch nicht ins Zimmer hinein, denn ich sehe allenfalls die Hauswand mit dem Fenster und ein klein wenig des Innern, abhängig davon, wie groß der Höhenunterschied zwischen mir als Subjekt und dem Geschauten als Objekt ist. Und selbst wenn ich von Außen in ein auf gleicher Höhe liegenden Innen schaue, so trennt mich und mein Objekt immer noch die Wand mit dem Fenster. Somit gibt es natürlich nicht nur zwischen einem System und seiner Umgebung, sondern zwischen je zwei Teilsystemen irgendwelcher Art immer ein Drittes, Vermittelndes. Diese Einsicht hatte uns bereits in Toth (2012a) dazu geführt, Systeme mit Rändern einzuführen und sie wie folgt zu definieren

$$S^{**} = [S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j], [S_j]]$$

mit  $\mathcal{R}[S_i, S_j] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[S_i, S_j] \neq \emptyset$ .

(Die Klausel dient u.a. dazu, Zero-Raumteilungen nicht aus der Systemdefinition auszuschließen.)

Die Frage ist nun: Wohin gehört eigentlich der Rand, da die Basis-Definition  $S^*$  ja immer noch dichotomisch ist und Ränder eigentlich nur die systemischen Schnittmengen angeben. Theoretisch kann der Rand entweder zum ersten System

$$S^{\lambda**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j]$$

oder zum zweiten System

$$S^{\rho**} = [S_i, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_j]]$$

gehören. Man bemerkt, daß ein gesonderte Einbettung desjenigen Teilsystems, zu dem der Rand gehört, nunmehr natürlich entfällt. Ferner sind  $S^{\rho\lambda**}$  und  $S^{\rho**}$  genau wie die randlosen Systeme  $S^{\lambda*}$  und  $S^{\rho*}$  perspektivische Teilsysteme.

Da man ferner nach Toth (2012b) auch Kombinationen mit perspektivisch vertauschten Rändern annehmen kann ("um die Ecke gucken"), haben wir wir außerdem

$$S^{\lambda 1^{**}} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j] \quad S^{\lambda 2^{**}} = [[S_j, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_i]$$

$$S^{\lambda 3^{**}} = [[S_i, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_j] \quad S^{\lambda 4^{**}} = [[S_j, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_i]$$

sowie

$$S^{\rho 1^{**}} = [S_i, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_j]] \quad S^{\rho 2^{**}} = [S_j, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_i]]$$

$$S^{\rho 3^{**}} = [S_i, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_j]] \quad S^{\rho 4^{**}} = [S_j, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_i]] ,$$

d.h. für jedes System  $S^*$  8 Basissysteme aus je 2 Teilsystemen mit Rändern.

## Literatur

Toth, Alfred, Die Orientiertheit von Objekten und Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Die Orientiertheit von Objekten und Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Perspektivische Austauschrelationen II

### 1. Randlose

Wir definieren Teilsysteme von Systemen als Selbsteinbettungen (vgl. Toth 2012)

$$S^* = [U, S] =: [S_i, S_j].$$

Logisch gibt es Austausch durch Negation, Reflektion sowie deren Kombinationen; z.B. für die Wahrheitswertfunktion der Konjunktion:

$$S_{\text{Konj}} = \{(WFFF), (FWWW), (FFFW), (WWWF)\}.$$

Damit lassen sich die dyadischen logischen Funktoren in Quadrupel der folgenden Anordnungen zusammenfassen. Dabei ergibt sich, daß es nur zwei Quadrupel gibt, die selbstpermutativ sind:

#### 1.1. Konjunktion

p	n
WFFF	FWWW
-----r	
FFFW	WWWF

Konjunktion	Exklusion
Rejektion	Disjunktion

#### 1.2. Postsektion

p	n
FWFF	WFWW
-----r	
FFWF	WWFW

Disjunktion	Implikation
Präsektion	Replikation

#### 1.3. Präsektion

p	n
FFWF	WWFW
-----r	
FWFF	WFWW

Präsektion	Replikation
Postsektion	Implikation

#### 1.4. Rejektion

p            n  
FFFW      WWWF  
-----r  
WFFF      FWWW

Rejektion	Disjunktion
Konjunktion	Exklusion

#### 1.5. Disjunktion

p            n  
WWWF      FFFW  
-----r  
FWWW      WFFF

Disjunktion	Rejektion
Exklusion	Konjunktion

#### 1.6. Replikation

p            n  
WWFW      FFWF  
-----r  
WFWW      FFFF

Replikation	Präsektion
Implikation	Postsektion

#### 1.7. Implikation

p            n  
WFWW      FFFF  
-----r  
WWFW      FFWF

Implikation	Postsektion
Replikation	Präsektion

#### 1.8. Exklusion

p            n  
FWWW      WFFF  
-----r  
WWWF      FFFW

Exklusion	Konjunktion
Disjunktion	Rejektion

#### 1.9. Äquivalenz

p            n  
WFFWFWWF  
-----r  
WFFWFWWF

Äquivalenz	Kontravalenz
------------	--------------

### 1.10. Kontravalenz

p                    n

FWWWFFFW

-----r

FWWWFFFW

Kontravalenz Äquivalenz

Logisch betrachtet sind also die beiden dichotomischen Glieder bis auf die beiden Operationen Negation und Reflektion identisch. Wir definieren daher für die Systemtheorie perspektivische Systeme, deren dichotomische Glieder hierarchisch<sup>9</sup>, aber nicht diskontextual geschieden sind.

$$P^\lambda S = [S_i, [S_j]]$$

$$P^\rho S = [[S_i] S_j]$$

Logische Entsprechungen am Beispiel der Wahrheitswertfolgen der Konjunktion:

$$P(WFFF) = \{((W), FFF), (W, (FFF))\}$$

$$P(FFFW) = \{((FFF), W), (FFF, (W))\}$$

$$P(FWWW) = \{((F), WWW), (F, (WWW))\}$$

$$P(WWWF) = \{((WWW), F), (WWW, (F))\}$$

Arithmetische Entsprechungen:

$$P(1222) = \{((1), 2, 2, 2), (1, (2, 2, 2))\}$$

$$P(2221) = \{((2, 2, 2), 1), (2, 2, 2, (1))\}$$

$$P(2111) = \{((2), 1, 1, 1), (2 (1, 1, 1))\}$$

$$P(1112) = \{((1, 1, 1), 2), (1, 1, 1, (2))\}$$

---

<sup>9</sup> Logisch gesehen macht es keinen Unterschied, ob man z.B.  $p = 1$  und  $Np = 0$  oder  $p = 0$  und  $Np = 1$  setzt.

## 2. Mit Rand

Systemtheoretisch:

$$S^{\lambda 1**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j]$$

$$S^{\lambda 2**} = [[S_j, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_i]$$

$$S^{\lambda 3**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_j]$$

$$S^{\lambda 4**} = [[S_j, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_i]$$

Logisch:

$$S^{\lambda 1**} = [[w, \mathcal{R}[w, f]], f]$$

$$S^{\lambda 2**} = [[f, \mathcal{R}[w, f]], w]$$

$$S^{\lambda 3**} = [[w, \mathcal{R}[f, w]], S_j]$$

$$S^{\lambda 4**} = [[f, \mathcal{R}[f, w]], w]$$

$$S^{\rho 1**} = [w, [\mathcal{R}[w, f], f]]$$

$$S^{\rho 2**} = [f, [\mathcal{R}[w, f], w]]$$

$$S^{\rho 3**} = [w, [\mathcal{R}[f, w], f]]$$

$$S^{\rho 4**} = [f, [\mathcal{R}[f, w], w]]$$

Arithmetisch:

$$S^{\lambda 1**} = [[1, \mathcal{R}[1, 2]], 2]$$

$$S^{\lambda 2**} = [[2, \mathcal{R}[1, 2]], 1]$$

$$S^{\lambda 3**} = [[1, \mathcal{R}[2, 1]], 2]$$

$$S^{\lambda 4**} = [[2, \mathcal{R}[2, 1]], 1]$$

$$S^{\rho 1**} = [1, [\mathcal{R}[1, 2], 2]]$$

$$S^{\rho 2**} = [2, [\mathcal{R}[1, 2], 1]]$$

$$S^{\rho 3**} = [1, [\mathcal{R}[2, 1], 2]]$$

$$S^{\rho 4**} = [2, [\mathcal{R}[2, 1], 1]]$$

## Literatur

Toth, Alfred, Perspektivische Austauschrelationen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

### Perspektivische Austauschrelationen III

1. In Toth (2012) wurde argumentiert, daß eine Wahrheitswertfolge dyadischer logischer Funktionen eine Teilmenge eines durch Anwendung der Operationen Negation und Reflektion erzeugbaren Quadrupels von Wahrheitswertfolgen ist. Z.B. erhält man für die Konjunktion (WFFF)

$$N(WFFF) = (FWWW) \quad R(WFFF) = (FFFW)$$

$$RN(WFFF) = (WWWF) \quad NR(WFFF) = (WFFF)$$

und hat somit

$$S_{\text{Konj}} = \{(WFFF), (FWWW), (FFFW), (WWWF)\}.$$

### 2. Quadrupelsystem der dyadischen Logik

#### 1.1. Konjunktion

p	n
WFFF	FWWW
-----r	
FFFW	WWWF

Konjunktion	Exklusion
Rejektion	Disjunktion

A1

#### 1.2. Postsektion

p	n
FWFF	WFWW
-----r	
FFWF	WWFW

Disjunktion	Implikation
Präsektion	Replikation

C

#### 1.3. Präsektion

p	n
FFWF	WWFW
-----r	
FWFF	WFWW

Präsektion	Replikation
Postsektion	Implikation

B1



#### 1.4. Rejektion

p	n
FFFW	WWWF
-----r	
WFFF	FWWW

Rejektion	Disjunktion
Konjunktion	Exklusion

A2

#### 1.5. Disjunktion

p	n
WWWF	FFFW
-----r	
FWWW	WFFF

Disjunktion	Rejektion
Exklusion	Konjunktion

A3

#### 1.6. Replikation

p	n
WWFW	FFWF
-----r	
WFWW	FWFF

Replikation	Präsektion
Implikation	Postsektion

B2

#### 1.7. Implikation

p	n
WFWW	FWFF
-----r	
WWFW	FFWF

Implikation	Postsektion
Replikation	Präsektion

D

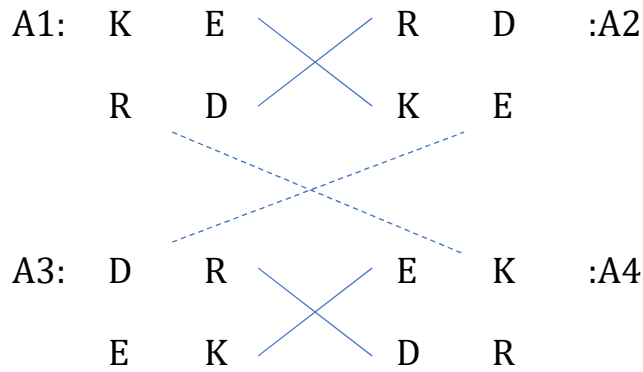
#### 1.8. Exklusion

p	n
FWWW	WFFF
-----r	
WWWF	FFFW

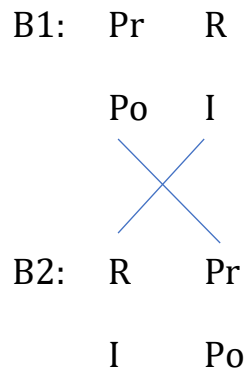
Exklusion	Konjunktion
Disjunktion	Rejektion

A4

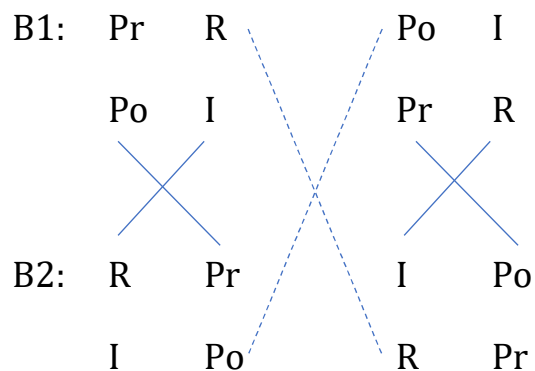
3. Wie man erkennt, sind durch den gleichen Buchstaben markierte Quadrupel Permutationen voneinander. Es gibt somit im ganzen System der dyadischen Logik nur zwei solcher Quadrupel, hier durch A und B bezeichnet:



Die vier A-Quadrupel sind also strukturweise chiasmatisch (ausgezogene Linien) und systemweise konvers-chiasmatisch (gestrichelte Linien). Vgl. wir dagegen die beiden B-Quadrupel:



Sie sind systemweise chiasmatisch und strukturweise nicht existent. Somit ist also die dyadische Logik in dieser Hinsicht defektiv, da das vollständige Quadrupel



sein müsste. Dessen Defektivität impliziert somit aber immerhin, daß die dyadische Logik über zwei strukturell selber chiasmatische Quadrupel-Strukturen (A und B) verfügt:

	Struktur	System
A	chiastisch	konvers-chiastisch
B	(konvers-chiastisch)	chiastisch

Betrachtet man die restlichen 8 dyadischen Wahrheitswertfunktionen, so erkennt man, daß sie über Pseudo-Quadrupel-Strukturen verfügen: sie sind ein Paare aus Funktoren und ihren Konversen:

### 1.9. Präpension

p	n		
WWFF	FFWW	Präpension	Pränonpension
-----r			
FFWW	WWFF	Pränonpension	Präpension

### 1.10. Pränonpension

p	n		
FFWW	WWFF	Pränonpension	Präpension
-----r			
WWFF	FFWW	Präpension	Pränonpension

### 1.11. Postpension

p	n		
WFWF	FWFW	Postpension	Postnonpension
-----r			
FWFW	WFWF	Postnonpension	Postpension

### 1.12. Postnonpension

p	n		
FWWF	WFWF	Postnonpension	Postpension
-----r			
WFWF	FWWF	Postpension	Postnonpension

### 1.13. Äquivalenz

p	n		
WFFW	FWWF		
-----r		Äquivalenz	Kontravalenz
WFFW	FWWF		

### 1.14. Kontravalenz

p	n		
FWWF	WFFW		
-----r		Kontravalenz	Äquivalenz
FWWF	WFFW		

Als geradezu inkorrekt erscheint die Verteilung von Funktor und konversem Funktor auf zwei separate Wahrheitswertfunktoren bei Tautologie/Antilogie:

### 1.15. Tautologie

p	n		
WWWW	FFFF		
-----r		Tautologie	Antilogie
WWWW	FFFF		

### 1.16. Antilogie

p	n		
FFFF	WWWW		
-----r		Antilogie	Tautologie
FFFF	WWWW		

Die zweite Hälfte der 16 Wahrheitswertfunktionen bringt somit weder strukturell noch systematisch irgendetwas Neues. Für die dyadische Logik reichen die 8 Wahrheitswertfunktoren 1.1. b.u.m. 1.8. aus. Diese sind auf nur zwei vollständige (A, B) und zwei unvollständige (C, D) Quadrupelstrukturen reduzierbar. Somit ist die dyadische Logik einerseits überdeterminiert qua 16 statt 8 Funktionen und andererseits unterdeterminiert qua Unvollständigkeit der Quadrupel C und D.

## Literatur

Toth, Alfred, Perspektivische Austauschrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Perspektivische Austauschrelationen IV

1. In Toth (2012a) wurde argumentiert, daß es vier Möglichkeit gibt, wie man logische Zweiwertigkeit systematisieren kann:

1.1. durch den bekannten logischen dyadischen Aussagenkalkül

1.2. durch die Annahme logischer Zwischenwerte im Intervall  $[p, Np]$

1.3. durch Systeme zweiwertiger Logiken mit Rejektionsfunktoren (sog. polykontexturale Günther-Logik)

1.4. durch Systeme mit Selbsteinbettung

2. Während also die elementare Systemdefinition

$$S = [S, U]$$

nichts anderes als eine Spielart der klassischen aristotelischen Logik ist, erlaubt die Systemdefinition

$$S^{1*} = [S, [U]]$$

$$S^{2*} = [U, [S]]$$

eine Unterscheidung von Vordergrund und Hintergrund sowie die Einführung eines Systems von "Rändern", die logisch betrachtet keine Zwischenwerte darstellen:

$$S^{\lambda 1^{**}} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j] \quad S^{\lambda 2^{**}} = [[S_j, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_i]$$

$$S^{\lambda 3^{**}} = [[S_i, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_j] \quad S^{\lambda 4^{**}} = [[S_j, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_i]$$

$$S^{\rho 1^{**}} = [S_i, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_j]] \quad S^{\rho 2^{**}} = [S_j, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_i]]$$

$$S^{\rho 3^{**}} = [S_i, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_j]] \quad S^{\rho 4^{**}} = [S_j, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_i]] ,$$

d.h. wir bekommen für jedes System  $S^*$  8 Basissysteme aus je 2 Teilsystemen mit Rändern.

2. Wie es scheint, steht diese neue, systemtheoretische Behandlung logischer Zweiwertigkeit viel näher an den natürlichen Sprachen als es die Möglichkeiten 1.1. bis 1.3. tun. Als Beispiel nehmen wir die Hauptformen der Antonymie.

### 2.1. Komplementäre Antonymie

Beispiel: [lebend / tot]

Sie folgt also dem Schema 1.1.

### 2.2. Graduelle Antonymie

Beispiel: [kalt / heiß]

Sie folgt klarerweise dem Schema 1.2., denn mit "kalt" und "heiß" ist das ganze implizierter Intervall keineswegs ausgeschöpft, vgl. z.B. warm, lauwarm, kühl. Ferner dürften die beiden Namen selbst nicht einmal Intervallgrenzen sein, vgl. z.B. schwzdt. strodlig "sehr (heiß)".

### 2.3. Reverse Antonymie

Beispiel: [entladen – laden – beladen]

Hier ist also die logische Zweiwertigkeit durch Dreiwertigkeit ersetzt, wobei allerdings der mittlere Name die gleiche Bedeutung wie der dritte hat. Die Unterschiede der drei Namen sind jedoch systemischer Natur. "Entladen" ist in der Terminologie der Theorie gerichteter Objekte (vgl. Toth 2012b) eine exessive, "laden" eine inessive und "beladen" eine adessive Funktion.

### 2.4. Konverse Antonymie

Beispiel: kaufen – verkaufen

Im Gegensatz zu "laden" in 2.3. ist "kaufen" kein mittlerer Name, es sei denn, man ergänzt die zweiwertige Struktur des Beispiels durch die dreiwertige:

ankaufen – kaufen – verkaufen<sup>10</sup>,

wobei sich die Beispiele in 2.3 und 2.4. allerdings dadurch unterscheiden, daß "kaufen" dasselbe wie "ankaufen" bedeutet, d.h. in 2.4. geht der mittlere Name mit dem ersten, in 2.3. aber mit dem dritten. Indessen handelt es sich in 2.4. versus 2.3. um Abbildungen der elementaren systemischen Austauschrelation Außen  $\rightleftharpoons$  Innen.

Würde man diese Austauschrelation nun durch

$$S^* = [S, U]$$

formalisieren, so müßten auch die beiden Sätze

Hans kauft Äpfel von Fritz.

Fritz verkauft Äpfel an Hans. (Fritz verkauft Hans Äpfel.)

gegenseitig in Austauschrelation stehen. Das tun sie aber bei genauerem Besehen nicht, da sowohl "kaufen" als auch "verkaufen" subjektgebunden sind, d.h. die Austauschrelationen sind nicht

[kaufen – verkaufen],

sondern

[kaufen[Hans] – verkaufen [Fritz]],

wobei die beiden Subjekte auch die logischen Subjekte sind. Man kann aus diesem Beispiel somit sehr gut erkennen, daß wir zur Formalisierung

$$S^{1*} = [S, [U]$$

$$S^{2*} = [U, [S]]$$

---

<sup>10</sup> Dieser Trick funktioniert allerdings nur in Abhängigkeit der Semantik des Präverbs mit dem Verbum, vgl. das Tripel [angeben – geben – zugeben], das weder zur Gruppe 2.3. noch zu 2.4. gehört.



benötigen, denn wenn das logische Subjekt Hans jemandem etwas verkauft, dann ist relativ zu Hans als Verkäufer der Fritz eben das Objekt, ein dem Subjekt eingebettetes Subjekt – und umgekehrt.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Perspektivische Austauschrelationen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Perspektivische Austauschrelationen V

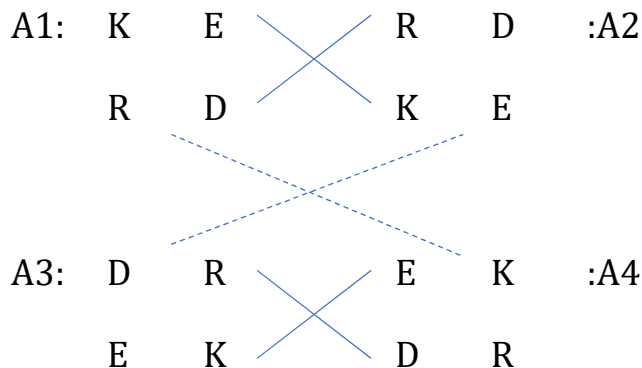
1. In Toth (2012) wurde gezeigt, daß sich jede der 16 Wahrheitswertfunktionen der dyadischen Logik als Teilmenge eines aus ihr allein durch Anwendung der Operationen Negation und Reflektion erzeugten Quadrupels darstellen läßt. Zur Repetition: Aus der Wahrheitswertfunktion der Konjunktion lassen sich folgende vier Strukturen erzeugen

$$\begin{aligned} N(WFFF) &= (FWWW) & R(WFFF) &= (FFFW) \\ RN(WFFF) &= (WWWF) & NR(WFFF) &= (WFFF), \end{aligned}$$

und wir haben somit

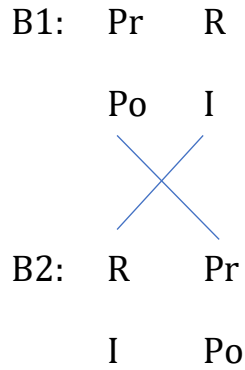
$$S_{\text{Konj}} = \{(WFFF), (FWWW), (FFFW), (WWWF)\}.$$

2.1. Kürzt man K(onjunktion), E(xklusion), R(ejektion) und D(isjunktion) ab, so können die 4 selbstpermutativen Quadrupel durch das folgende System dargestellt werden.

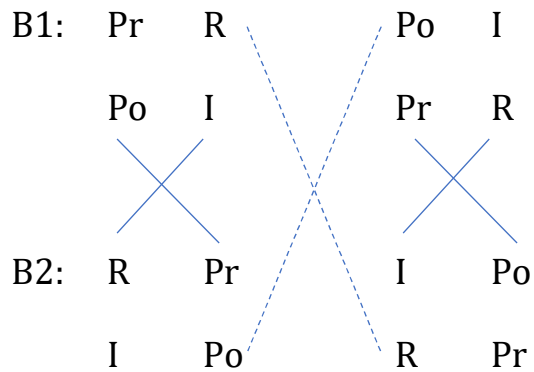


Die vier A-Quadrupel sind also strukturweise chiastisch (ausgezogene Linien) und systemweise konvers-chiastisch (gestrichelte Linien).

2.2. Das zweite selbstpermutative Quadrupel wird gebildet durch die weiteren Wahrheitswertfunktionen Pr(äsektion) und Po(stsektion):



Hier sind also Struktur vs. System im Verhältnis zum 1. Quadrupel selbst chiasmatisch, und das 2. Quadrupel und also insofern defektiv, als sein zugehöriges vollständiges System wie folgt aussehen müsste:



2.3. Das gegenseitige Verhältnis des 1. Quadrupels (A) und des 2. Quadrupels (B) läßt sich folgendermaßen skizzieren:

	Struktur	System
A	chiasmatisch	konvers-chiasmatisch
B	(konvers-chiasmatisch)	chiasmatisch.

Dagegen wurde ebenfalls bereits in toth (2012) gezeigt, daß der strukturell-systemische Zusammenhang der restlichen 8 dyadischen Funktionen wie folgt ist:

2.4. Äquivalenz und Kontravalenz sowie Prä- und Pränonpension und Post- und Postnonpension hängen chiasmatisch, d.h. einfach miteinander zusammen.

2.5. Tautologie und Antilogie hängen konvers, d.h. ebenfalls einfach miteinander zusammen.

Diese zweite Gruppe von 8 dyadischen Funktionen unterscheidet sich somit von der ersten dadurch, daß bei ihnen, anders als in der ersten Gruppe von 8 dyadischen Funktionen, das Verhältnis von Struktur und System entweder auf die Struktur oder auf das System reduziert ist.

3. Es ist offenbar so, daß die Ursache für diese strukturell-systemischen Unterschiede darin begründet liegen, daß sich die 16 dyadischen Funktionen in 4 "morphogrammatische" Gruppen einteilen lassen, und zwar

3.1. in solche, deren Struktur (1: 3) ist, d.h. W oder F tritt einmal auf, und die restlichen drei Positionen sind durch W oder F allein gefüllt.

3.2. in solche, deren Struktur (1: 1 : 2) ist.

3.3. in solche, deren Struktur (2 : 2) ist.

3.4. in solche, deren Struktur (1 : 1 : 1 : 1) ist.

Unter Benutzung der in Toth (2012) benutzten vier Siglen A, B, C, D, welche die Zugehörigkeit einer Wahrheitswertfunktion zu einem System mit einer bestimmten Quadrupelstruktur bezeichnet, können wir die 16 dyadischen Funktionen somit wie folgt anordnen:

1. (1 : 3)	2. (1 : 1 : 2)	3. (2 : 2)	4. (1 : 1 : 1 : 1)
WFFFA <sup>A</sup>	FWFF <sup>BD</sup>	WFFW	WWWW
FFFW <sup>A</sup>	FFWF <sup>BCD</sup>	FWWF	FFFF
WWWF <sup>AC</sup>		WWFF	
WWFW <sup>BCD</sup>		FFWW	
WFWW <sup>BCD</sup>		WFWF	
FWWW <sup>A</sup>		FWFW	

Man sieht somit deutlich, daß die Quadrupel der 1. und der 2. Gruppe ineinander "verzahnt" sind und daß ihre 8 Funktionen wiederum diskret von den 8 Funktionen der 3. und 4. Gruppe getrennt sind.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Perspektivische Austauschrelationen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Objekte, Subjekte und Ränder

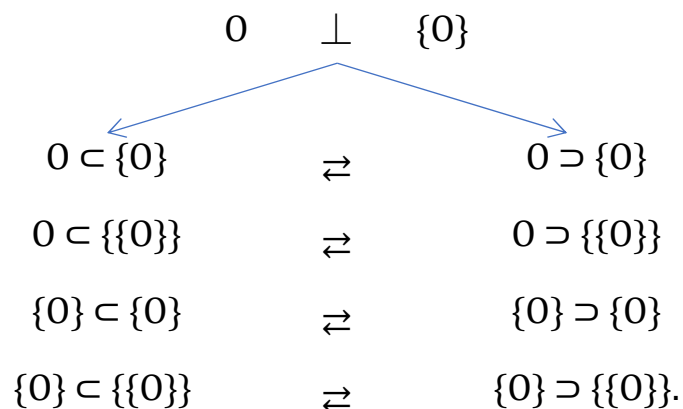
1. In Toth (2012a) hatten wir gezeigt, daß sich Zeichen und Objekte auf subjektive Objekte und objektive Subjekte im Rahmen der Fundierung von Semiotik und Ontik auf die Systemtheorie zurückführen lassen, wobei die die Kontexturgrenzen zwischen Objekt und Zeichen etablierenden Ordnungsrelationen durch perspektivische Austauschrelationen ersetzt werden

	objektive Objekte	subjektive Objekte
1. Abstraktionsklasse	$O$	$O \subset S$
2. Abstraktionsklasse	$\{O\}$	$\{O\} \subset S.$

2. Da man nicht nur Objekte, sondern auch Abstraktionsklassen, d.h. Invarianten, zu Zeichen erklären kann, läßt sich die obige Tabelle auf zunächst vier Stufen erweitern:

	Zeichen	wahrgenommene Objekte
1. Abstraktionsklasse	$O \subset \{O\}$	$O \supset \{O\}$
2. Abstraktionsklasse	$O \subset \{\{O\}\}$	$O \supset \{\{O\}\}$
3. Abstraktionsklasse	$\{O\} \subset \{O\}$	$\{O\} \supset \{O\}$
4. Abstraktionsklasse	$\{O\} \subset \{\{O\}\}$	$\{O\} \supset \{\{O\}\}.$

Als temptatives ontisch-semiotisches genetisches Schema ergab sich



2. Nun hatten wir bereits zuvor, in Toth (2012b), die verdoppelte und isomorphe Objekt-Zeichen-Hierarchie mit Vermittlungssystem

$$\begin{array}{lclcl}
 x & \cong & [x, y] & \cong & y \\
 \{x\} & \cong & \{[x, y]\} & \cong & \{y\} \\
 \{\{x\}\} & \cong & \{\{[x, y]\}\} & \cong & \{\{y\}\} \\
 \{\{\{x\}\}\} & \cong & \{\{\{[x, y]\}\}\} & \cong & \{\{\{y\}\}\} \\
 \{\{\{\{x\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{[x, y]\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{y\}\}\}\} \\
 \{\{\{\{\{x\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{[x, y]\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{y\}\}\}\}\} \\
 \{\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{[x, y]\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{y\}\}\}\}\}\}
 \end{array}$$

ihrerseits auf vermittelte Objekt-Zeichen-Systeme zurückgeführt, zwar für beide perspektivischen Teilsysteme:

1. mit  $S_1 := O, S_2 := Z$

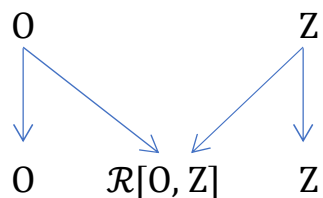
$$\begin{array}{ll}
 S^{\lambda 1^{**}} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z] & S^{\lambda 2^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O] \\
 S^{\lambda 3^{**}} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z] & S^{\lambda 4^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O] \\
 S^{\rho 1^{**}} = [Z, [\mathcal{R}[O, Z], O]] & S^{\rho 2^{**}} = [O, [\mathcal{R}[O, Z], Z]] \\
 S^{\rho 3^{**}} = [Z, [\mathcal{R}[Z, O], O]] & S^{\rho 4^{**}} = [O, [\mathcal{R}[Z, O], Z]]
 \end{array}$$

2. mit  $S_1 := Z, S_2 := O$

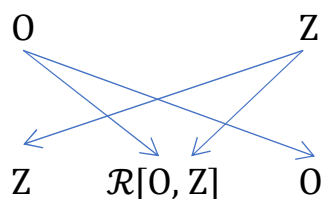
$$\begin{array}{ll}
 S^{\lambda 1^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O] & S^{\lambda 2^{**}} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z] \\
 S^{\lambda 3^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O] & S^{\lambda 4^{**}} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z] \\
 S^{\rho 1^{**}} = [O, [\mathcal{R}[Z, O], Z]] & S^{\rho 2^{**}} = [Z, [\mathcal{R}[Z, O], O]] \\
 S^{\rho 3^{**}} = [O, [\mathcal{R}[O, Z], Z]] & S^{\rho 4^{**}} = [Z, [\mathcal{R}[O, Z], O]]
 \end{array}$$

3. Damit kann man nun diese 2 mal 8 Systeme auf nur 4 perspektiveninvariante Basis-Systeme zurückführen

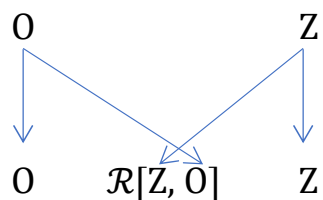
$$1. S^{\lambda 1^{**}} = S^{\rho 2^{**}} = S^{\lambda 4^{**}} = S^{\rho 3^{**}} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z]$$



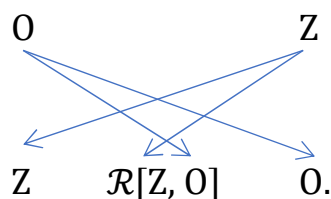
$$2. S^{\lambda 2^{**}} = S^{\rho 1^{**}} = S^{\lambda 3^{**}} = S^{\rho 4^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O]$$



$$3. S^{\lambda 3^{**}} = S^{\rho 4^{**}} = S^{\lambda 2^{**}} = S^{\rho 1^{**}} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z]$$



$$4. S^{\lambda 4^{**}} = S^{\rho 3^{**}} = S^{\lambda 1^{**}} = S^{\rho 2^{**}} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O]$$



Diese 4 Basissysteme sind somit die abstraktesten Repräsentanten von Rändern zwischen Objekten und Zeichen und damit die Strukturen der Objektinvarianten, d.h. der von uns so genannten wahrgenommenen Objekte, welche ja die zwischen Objekten und Zeichen mediierenden Entitäten sind.

### Literatur

Toth, Alfred, Objektive Subjekte und subjektive Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a



Toth, Alfred, Zeichen mit Rändern I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

## Objekttheorie und Automatentheorie

1. Der Versuch, die Semiotik mit Hilfe der Automatentheorie zu begründen, genauer: die peircesche triadische Zeichenrelation selbst als Automaten einzuführen, ist eine Frucht der Hochblüte der Kybernetik und geht auf Bense (1971, S. 42 ff.) zurück. Wir reproduzieren hier die für unsere Arbeit relevanten Originalpassagen.

Schon die Definition des Zeichens durch drei nicht-leere Mengen  $M$ ,  $O$ ,  $I$  und zwei auf diesen Mengen definierten Operationen  $o$  und  $i$

$$Z = Z (M, O, I, o, i)$$

zeigt die formale Analogie zur Definition des abstrakten Automaten, wie sie (im Anschluß an Moore, Mealy u. a.) von W. M. Gluschkow<sup>10)</sup> gegeben wird: Ein Automat (Mealy)  $A_u = A_u (A, X, Y, \delta, \lambda)$  ist festgelegt durch drei nichtleere Mengen  $A$ ,  $X$ ,  $Y$  und zwei auf diesen Mengen definierte Funktionen  $\delta$  und  $\lambda$ .  $A$  wird als Menge der „Zustände“ des Automaten  $A_u$ ,  $X$  als die Menge der Eingabesignale und  $Y$  als die Menge der Ausgabesignale des Automaten gedeutet.  $\delta$  heißt Überföhrungsfunktion; sie überföhrt die Eingabesignale in die (inneren) Zustände des Automaten.  $\lambda$  heißt Ergebnisfunktion; sie vermittelt die Ausgabesignale aus den Eingabesignalen über die (inneren) Zustände. Es ist leicht zu sehen, daß in

$$Z = Z (M, O, I, o, i)$$

$M$  den Zuständen  $A$ ,  $O$  den Eingabesignalen  $X$ ,  $I$  den Ausgabesignalen  $Y$ ,  $o$  der Überföhrungsfunktion  $\delta$  und  $i$  der Ergebnisfunktion  $\lambda$  in

$$A_u = A_u (A, X, Y, \delta, \lambda)$$

entsprechen kann.

Denn faktisch stellt ja ein Zeichen als solches ( $M$ ) ein System von Zuständen bzw. Möglichkeiten dar, die im Objektbezug ( $O$ ) die Beziehung zum (außermedialen) Objekt herstellen, das wie ein Eingabesignal fungiert. Auch hier ist klar, daß nur im Rahmen der materialen Möglichkeiten des Zeichens (d. h. im Rahmen der Substanz- und Formkategorialität des Zeichenträgers) das „bezeichnete“ Objekt auch „Bedeutung“ im Sinne von  $I$  haben kann, und diese „Bedeutung“ ist durchaus als „Ergebnis“, als „Ausgabe“ des Zeichens verständlich.

2. Aus der zuletzt in Toth (2012a) dargestellten, im wesentlichen auf die dialektische Semiotik von Georg Klaus (1973) einerseits sowie auf die logische Semiotik von Albert Menne (1992) zurückgehenden Theorie der Isomorphie von Objekt und Zeichen folgt nun die Annahme der Möglichkeit, nicht nur das Zeichen als Element des semiotischen Raumes, sondern auch das Objekt als Element des ontischen Raumes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) automatentheoretisch zu definieren. Nun hatten wir v.a. in Toth (2012b, c) gezeigt, daß die Annahme der Objekt-Zeichen-Isomorphie und damit die Konstruktion oder Rekonstruktion einer separaten, von der Zeichentheorie primär unabhängigen Objekttheorie die Reduktion sowohl des Zeichens- als auch des Objektbegriffes auf die allgemeine Systemtheorie voraussetzt. Wir gehen also aus von der elementarsten Systemdefinition

$$S^* = [S, U] \text{ mit } S = [A, I].$$

Es ist wichtig zu verstehen, daß hier unter einem System einfach ein relationales Ganzes verstanden wird, bei dem ein Außen und ein Innen unterschieden werden können und daß die Differenz zwischen A und I perspektivisch eingeführt ist, d.h. daß A und I in einer Austausch- und nicht in einer Ordnungsrelation stehen, m.a.W., daß es keinen Grund zur Annahme einer Kontexturgrenze zwischen A und I gibt. Aus diesem Grunde ist es möglich, die obige "randfreie" Systemdefinition zur Definition von Systemen mit Rändern zu erweitern

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U] \text{ mit } \mathcal{R}[S, U] = \emptyset \text{ oder } \mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset.$$

Vermöge der Unterscheidung zwischen Systemform und System (0.), ist es ferner möglich, statt von einem System  $S^* = [S, (\mathcal{R}[S, U],) U]$  von einer Systemform der Gestalt

$$S^+ = [x/y, U] \text{ mit } x, y \in \{S_1, \dots, S_n\}$$

auszugehen, wobei  $x/y$  die Substitutionsrelation eines Systems, Teilsystems oder Objekts  $x$  durch ein ebensolches  $y$  bezeichnet. Wie man leicht einsieht, kann man nun  $S^+$  als Leerform für Eingabesignale bestimmen. Durch Belegung von Systemformen erhält man also Systeme mit oder ohne Ränder  $S^+ \rightarrow S$ . Somit ist also die Menge aller Abbildungen

f:  $S^+ \rightarrow S$  die Menge der Eingabesignale,

und die weitere Abbildung

g:  $S^* \rightarrow S$

ist die Menge der Ausgabesignale. Jedes System  $S$  besitzt somit drei automathentheoretische Zustände: den Zustand  $S^+$ , die sog. Systemform, den Zustand  $S^*$ , den wir die externe Relation des Systems nennen können, und den Zustand  $S$ , den wir die interne Relation des Systems nennen wollen. Formal stellen jedoch  $S^*$  und  $S$  die gleiche Relation dar, da bekanntlich kein logischer Unterschied z.B. zwischen der Relation eines Hauses und seiner Umgebung sowie eines Zimmers in diesem Haus und den übrigen Räumen der Wohnung besteht, ebenso wie z.B. kein logischer Unterschied besteht zwischen der Grenze zwischen Leben und Tod sowie der Grenze zwischen Ich und Du, wie Gotthard Günther (1975) sehr schön festgestellt hatte. Was diesen ontologisch und v.a. metaphysisch so verschieden erscheinenden Grenzen logisch gemeinsam ist, ist lediglich ihre perspektivische Geschiedenheit. Würde man diese im Sinne einer Kontexturgrenze interpretieren, so würde einfach die Systemdefinition entfallen, da entweder die Umgebung eines Systems vom System aus oder umgekehrt das System einer Umgebung von der Umgebung aus damit einem anderen System angehören würde.

## Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Selbstdarstellung im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. II. Hamburg 1975, S. 1-76

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Isomorphievermittelnde Thematisationsstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme, Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

## Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I

1. Wie zuletzt in Toth (2012a) dargestellt, lassen sich die  $2^3 = 8$  funktionalen Stiebingschen Objekttypen in parametrischer Schreibweise wie folgt darstellen (vgl. Stiebing 1981)

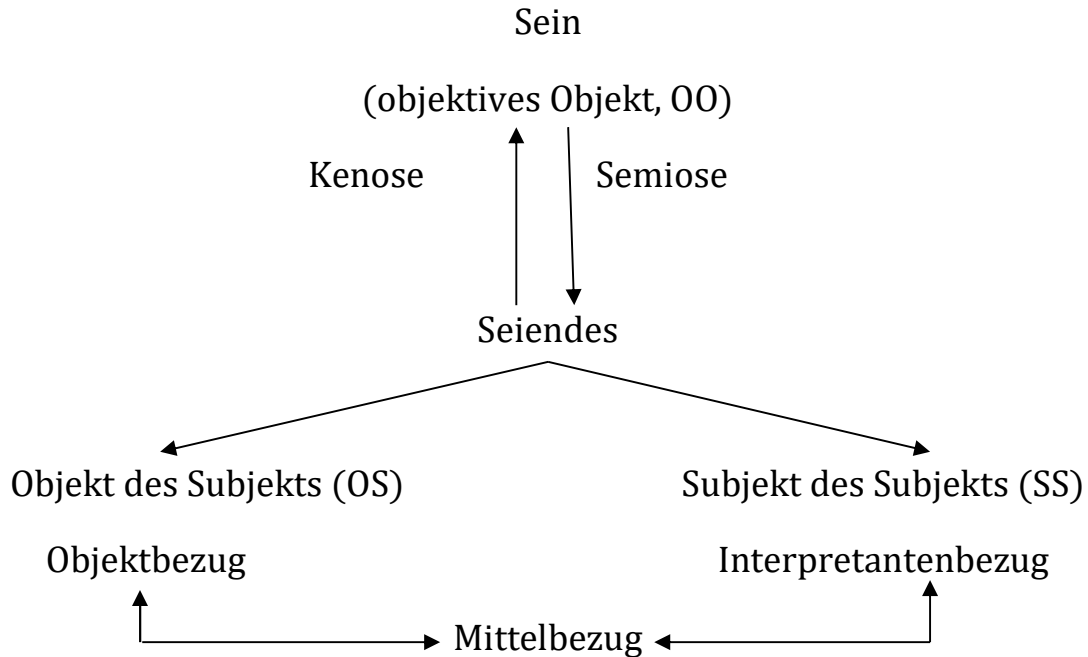
[000], [100], [010], [001], [110], [101], [011], [111],

d.h. wir unterscheiden wir jedes funktionale Objekt 3 Positionen (entsprechend den 3 Parametern der Antizipativität, Determination und Gegebenheit) und 2 Werte, je nachdem, ob eine Position positiv oder negativ belegt ist, d.h. ob das betreffende Objekt eine bestimmte Eigenschaft erfüllt oder nicht.

2. Setzt man für die  $3^3 \setminus 17 = 10$  Zeichenklassen, die sich aus der Kombination der 9 Subzeichen, abgebildet auf das Ordnungsschema (a.b, c.d e.f) und eingeschränkt auf die beiden Teilordnungen  $a > b > c$  und  $b \leq d \leq f$ , ergeben,  $a \dots f \in \{0, 1, 2\}$ , bekommt man, da man die triadischen Werte, d.h. die Konstanten a, b, c weglassen kann,

[000], [001], [002], [011], [012], [022], [111], [112], [122], [222],

d.h. wir unterscheiden für die Zeichen im Gegensatz zu den Objekten nicht nur ebenfalls 3 Positionen (entsprechend der triadisch-trichotomischen Relation des Zeichens), sondern auch 3 Werte. Das bedeutet also, daß die Abbildung der Objekte auf Zeichen, die von Bense so genannte Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9), mit einer Erweiterung des Wertevorrats für die Belegung funktionaler Strukturen einhergeht. Die Frage, woher denn dieser für Zeichen im Gegensatz zu den Objekten dritte Werte komme, kann man mein in Toth (2011) präsentierte genetisches Objekt-Zeichen-Modell heranziehen:

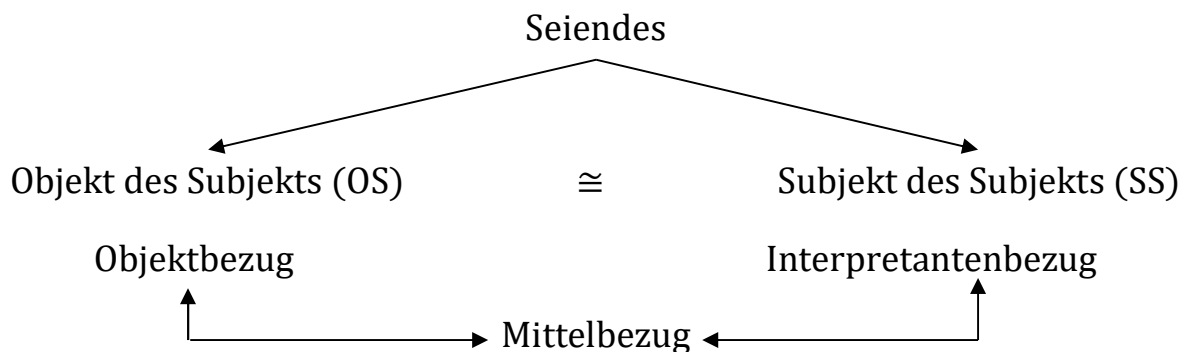


Der dritte Wert emergiert somit an der Stelle des Objekt-Zeichen-Modells, wo das (vom Sein geschiedene) Seiende sich in ein objektives Subjekt einerseits und in ein subjektives Subjekt andererseits aufspaltet. Man erinnere sich an Heideggers Diktum: "Alles Seiende ist entweder Objekt des Subjekts oder Subjekt des Subjekts" (Heidegger 1980, S. 251). Vereinfacht gesagt, stellt sich der dritte Wert der Zeichen beim Erscheinen des Subjektes ein und ist somit höchst bemerkenswerterweise der Scheidung von Sein und Seiendem posterior. Interpretieren wir nun das obige Modell mit Hilfe der Systemtheorie, so teilt sich ein System in einem Außen, das erkenntnistheoretisch dem objektiven Subjekt entspricht, und in ein Innen, das erkenntnistheoretisch dem subjektiven Subjekt entspricht. "Das Ich ist Insein", schreibt weit voraussichtig bereits der frühe Bense (1934, S. 27). Somit korrespondiert also der von definierte Rand eines Systems (vgl. Toth 2012b) semiotisch mit dem Mittelbezug und erkenntnistheoretisch mit dem subjektiven Objekt, d.h. die systemtheoretische Vermittlungsstruktur zwischen Objekt und Zeichen ist

$OS \leftarrow SO \rightarrow SS$ .

Wie man erkennt, verdankt sich also die Emergenz des dritten, subjektiven, Wertes der Zeichen gegenüber den Objekten formal betrachtet einfach der Dualisierung ( $\times OS = SO$ ) einer epistemischen Funktion, welche diesen sub-

jektiven Wert bereits durch die dem Prozeß der Wertevermehrung anterioren Scheidung von Sein und Seiendem erhalten hatte. Wiederum lesen wir bereits in Benses erstem philosophischen Buch den geradezu prognostischen Satz: "Alles, was ist, hat Form und Wesen" (1934, S. 12). Das bedeutet also nichts anderes als das, was das obige Objekt-Zeichen-Modell und in Sonderheit dessen systemtheoretische Interpretation behauptet, nämlich die Posteriorität der Scheidung von Sein und Seiendem gegenüber der Emergenz des subjektiven, dritten, Wertes. Korrekter müßte man daher sagen: Die scheinbare Emergenz dieses dritten Wertes im Zeichen ist nichts anderes als die Relevanz-Werdung des Subjektes als Möglichkeit zu seiner Verselbständigung gegenüber dem Objekt, denn der basale Unterschied von Objekt und Subjekt wird ja durch die Unterscheidung von Sein und Seiendem bereits vorausgesetzt. Diese Erkenntnis hat nun die fundamentale Konsequenz, daß die von der dialektischen Semiotik um Georg Klaus (vgl. Klaus 1973) behauptete Isomorphie von Objekt und Zeichen natürlich nicht zwischen innerhalb der elementaren Opposition von Objekt und Subjekt bzw. Sein und Seiendem auftritt, sondern erst nach der Verselbständigung des subjektiven Wertes bei der Abbildung von Objekten auf Zeichen, d.h. auf der Ebene der abgeleiteten Opposition zwischen objektivem und subjektivem Subjekt



Daraus folgt nun ferner, daß die bereits von G. Klaus postulierte und von uns (z.B. in Toth 2012c) dargestellte Isomorphie-Hierarchie der Gestalt

$$\begin{aligned}
 O & \cong Z \\
 \{O\} & \cong \{Z\} \\
 \{\{O\}\} & \cong \{\{Z\}\}, \text{ usw.}
 \end{aligned}$$



nichts anderes als ein Isomorphiesystem der *Vermittlung* von Objekt und Zeichen, d.h. aber ein *System der Ränder* zwischen dem Außen und dem Innen des sowohl dem Objekt als auch dem Zeichen zugrunde liegenden abstrakten Systemmodells darstellt. Wenn man also z.B. die Fassade als "Gesicht eines Hauses" bezeichnet, dann liegt hier bedeutend mehr als eine metaphorische Sprechweise (wohl motiviert durch die eigentlich metonymische Interpretation der Fenster als Augen) vor, sondern die Fassade sowie die weiteren Seiten eines Gebäudes sind in systemtheoretischer Interpretation Randsysteme und vermitteln als solche zwischen dem Innen und dem Außen des Gebäudes, d.h. zwischen dem System selbst und seiner Umgebung.

## Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Heidegger, Martin, Holzwege. Frankfurt am Main 1980

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: *Semiosis* 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, "Alles Seiende ist entweder Objekt des Subjekts oder Subjekt des Subjekts" (Heidegger). In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2012a

Toth, Alfred, Parametrisierbarkeit von Objektfunktionen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2012a

Toth, Alfred, Systemische Ränder I-II. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Isomorphievermittelnde Thematisationsstrukturen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2012c

## Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen II

1. In Toth (2012a) waren wir davon ausgegangen, daß nur ein Einzelobjekt  
0

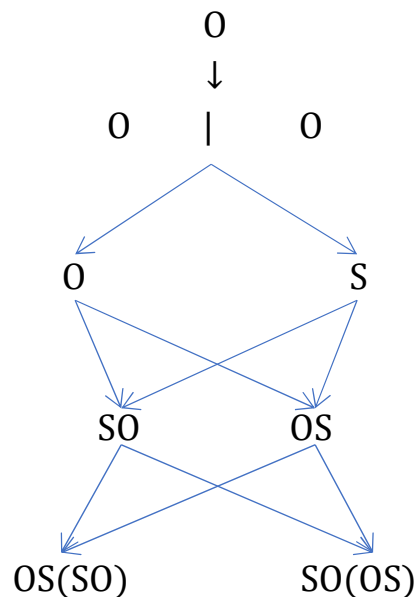
als "absolutes" Objekt betrachtet werden kann. So bald ein zweites Objekt ins Spiel kommt, kommt auch der Unterschied zwischen den beiden Objekten ins Spiel

0 | 0,

und die beiden voneinander unterschiedenen Objekte verhalten sich wie Objekt und Subjekt zueinander, obwohl durch diese Unterscheidung keinem von beiden ein Bewußtsein untergeschoben wird, wie es z.B. Heidegger (1980, S. 251) für das Subjekt verlangt hatte. Wiederholen wir den Unterscheidungsprozeß

(0 | 0) | (0 | 0),

so zerfällt das, was als Objekt bestimmt wurde, nun in subjektives und objektives Objekt, und das, was als Subjekt bestimmt wurde, zerfällt in objektives und subjektives Subjekt:



2. Wesentlich ist, daß Subjekt und Objekt auf diese Weise einfach als Konversen einer und derselben Funktion bestimmt werden, wobei es wegen der Spiegelbildlichkeit der beiden Werte der dyadischen aristotelischen Logik ohne Belang ist, ob die Objekt- oder die Subjektfunktion als basal genommen wird. Für die Abbildung von Objekten auf Zeichen gilt nun offenbar (vgl. Toth 2012b)

SO = Mittelbezug

OS = Objektbezug,

denn das Mittel entstammt ja wie das nicht in die Peircesche Zeichenrelation eingehend reale, d.h. also zeichenexterne Objekt dem "ontischen Raum", wogegen das Zeichen selbst dem "semiotischen Raum" zugehört (vgl. Bense 1975, S. 65 f.). Nur ist das Mittel ein bereits aus dem ontischen Raum selektiertes Objekt bzw. Teilobjekt (z.B. Spuren und andere Formen von pars pro toto-Relationen), d.h. es ist ein subjektiv gefiltertes Objekt und damit eben ein subjektives Objekt. Dagegen ist der Objektbezug nicht das Objekt, sondern dessen Repräsentation durch das Zeichen, das gegenüber dem von ihm bezeichneten Objekt die Subjektseite des verdoppelten Repräsentationsschemas thematisiert (vgl. Gfesser 1990, S. 133), und somit folgt, daß der Objektbezug ein objektives, d.h. auf das reale Objekt bezogenes Subjekt ist, da er ja eine Teilrelation des Zeichens darstellt.

Der wesentlichste Schluß liegt aber darin, daß wir nun folgende systemisch-ontisch-semiotischen Korrespondenzen haben

System.	Ont.	Sem.
A	SO	Mittelbezug
I	OS	Objektbezug

und daß somit der Rand eines Systems  $S = [A, I]$  nicht etwa, wie bisher allgemein angenommen, durch den Mittelbezug, sondern durch den Interpretantenbezug semiotisch repräsentiert wird. Damit erweist sich der Rand eines Systems oder zwischen Objekt und Zeichen als die kontextuelle Perspektivität der beiden erkenntnistheoretischen Funktionen (SO) und (OS).

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Heidegger, Martin, Holzwege. Frankfurt am Main 1980

Toth, Alfred, Systemtheoretische Interpretation der Subjektgenese. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

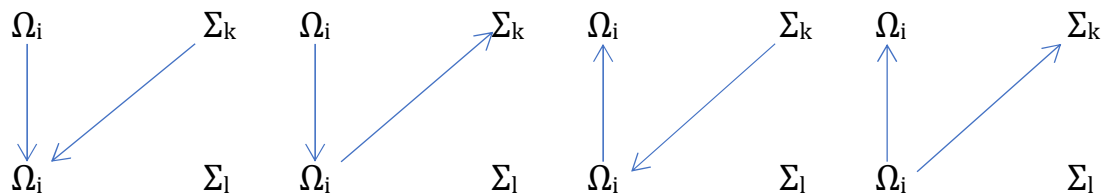
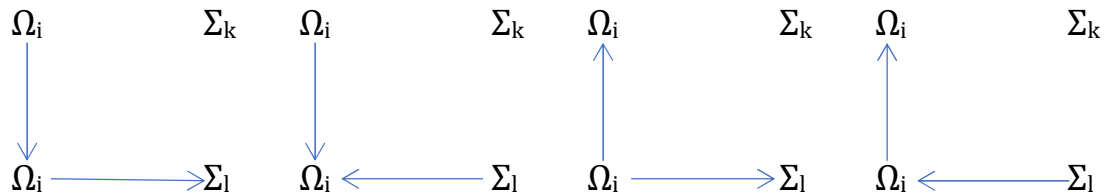
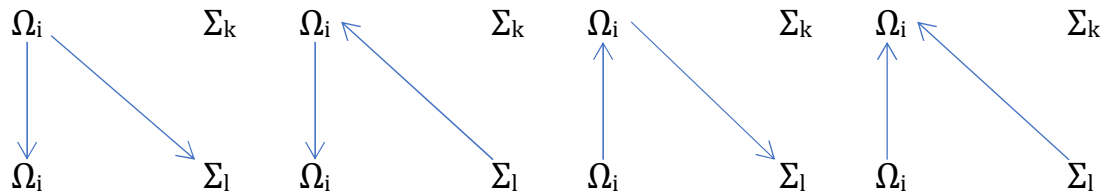
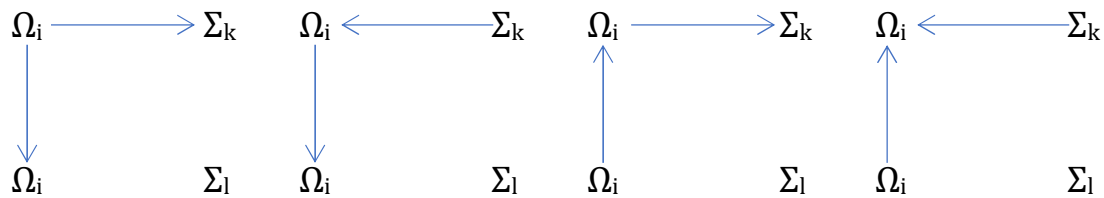
Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

### Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen III

1. Mit den in Toth (2012a) gewonnenen Ergebnissen können wir nun diejenigen, die in Toth (2012b) erarbeitet worden waren, auf eine solidere Grundlage stellen. Wiederum gehen wir aus von der der Objekttheorie (vgl. Toth 2012b) zugrunde liegenden Objektrelation

$$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$$

und ihren 16 triadischen Partialrelationen



2. Da nach Toth (2012a) die Objekt-Zeichen-Isomorphie

$$O \cong ZR = [\mathfrak{M}, \mathfrak{D}, \mathfrak{F}] \cong (M, O, I),$$

ein konverses Verhältnis zwischen Objekt- und Zeichenrelation

$$\mathfrak{M} \cong I$$

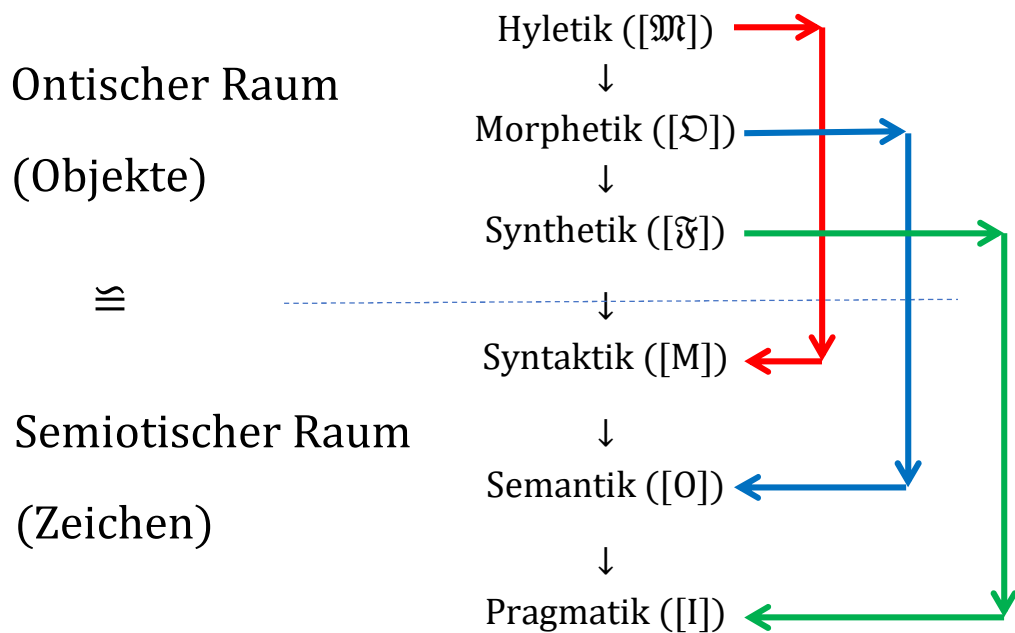
$$\mathfrak{D} \cong O$$

$$\mathfrak{F} \cong M$$

impliziert, so daß also die Abbildungen von Objekten auf Zeichen durch die Menge der isomorphen Abbildungen

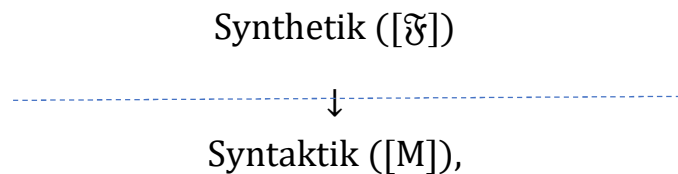
$$[\mathfrak{M}, \mathfrak{D}, \mathfrak{F}] \Rightarrow (I, O, M)$$

darstellbar ist, bekommen wir nun folgendes schematisches Modell des Übergang vom ontischen zum semiotischen Raum (zu den Begriffen vgl. Bense 1975, S. 65 f.)

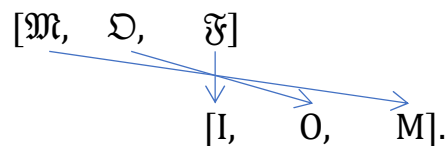


Die gestrichelte Linie bedeutet als die Grenze zwischen Objekt und Zeichen bzw. ontischem und semiotischem Raum, und der durch sie führende Pfeil die bis anhin vage Selektion eines Mittelbezugs, vgl. dazu in Sonderheit die höchst interessanten Bemerkungen Benses zum "disponiblen Mittel", die leider nach

1975 keine Rolle mehr in der Semiotik gespielt hatten (Bense 1975, S. 35 ff.). Der Rand zwischen Objekt und Zeichen (vgl. Toth 2012c) bestimmt sind neu als



d.h. es handelt sich um die Menge der Abbildungen des objektal-synthetischen Raums des funktionalen Aspekts der Objektrelation  $O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_i]]$  auf die Menge der Abbildungen des semiotisch-erstheitlichen Raums des medialen Aspekts der Zeichenrelation  $Z = [M, O, I]$ . In anderen Worten: Der Subjektbegriff scheint nicht erst im semiotischen Raum, d.h. im Zeichen, auf, sondern bereits in der Funktion  $\mathfrak{F}(O)$ . Diese umfaßt alle intensionalen, intentionalen, teleologischen usw. Aspekte des Objektgebrauchs im Zusammenhang mit der sog. Werkzeugrelation (vgl. Bense 1981, S. 33). Dagegen ist das Subjekt im obigen Flußdiagramm gleichzeitig in allen späteren Phasen präsent. Seine spezifische interpretantentheoretische Funktion  $I(Z)$  betrifft als semiotisches Äquivalent der objektalen Werkzeugrelation die im Rahmen der Semiotik definierbare Pragmatik. Dieses bemerkenswerte Verhältnis der Abbildung von Objekten auf Zeichen entspricht also dem geometrischen Modell einer Gleit Spiegelung



### Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Struktur der Objektrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c



## Systemtheoretische Objekttheorie bei Paracelsus

### 1. Die in Toth (2012a) vorgeschlagene Definition eines allgemeinen Systems

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]]]]]]$$
$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]]]]]]$$

stellt nicht nur eine Selbstabbildung des Systems in der Form seiner Teilsysteme dar, sondern es handelt sich um eine perspektivische Relation, d.h. sie involviert einen Beobachterstandpunkt, von dem aus betrachtet die Differenz zwischen Außen und Innen, Vorn und Hinten, Oben und Unten usw. formal relevant wird. Diese Systemdefinition ist so allgemein, wie in Toth (2012b, c) gezeigt, dass mit ihrer Hilfe sowohl die Objektrelation

$$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$$

als auch die Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

tiefergelegt werden können, d.h. wir haben die beiden folgenden Abbildungen bzw. Transformationen

$$t_1: O \rightarrow S^*/\times S^* = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow$$

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]]]]]]$$
$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]]]]]]$$

$$t_2: Z \rightarrow S^*/\times S^* = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) \rightarrow$$

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]]]]]]$$
$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]]]]]]$$

2. Nun fallen aber nicht nur Zeichen und Objekt, die in nicht-systemischer Sicht durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden sind, unter die Definition des allgemeinen perspektivischen Systems, sondern dies gilt natürlich auch für die durch Bense erweiterte Zeichendefinition im Sinne eines Dualsystems, bestehend aus Zeichenthematik und Realitätsthematik, d.h.

$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

$$\times Z = (((I \rightarrow O \rightarrow M) \rightarrow (O \rightarrow M)) \rightarrow M).$$

Daraus folgt jedoch, daß wir die weitere Transformation

$$t_3: Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

$$\times Z = (((I \rightarrow O \rightarrow M) \rightarrow (O \rightarrow M)) \rightarrow M)$$

↓

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]$$

$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$$

haben, die somit der Objekt-Abbildung

$$t_1: O \rightarrow S^*/\times S^* = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow$$

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]$$

$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$$

gegenübersteht. Während nun  $t_1$  keine Schwierigkeiten bereitet, wenigstens nicht, solange es sich um eine Objektrelation ohne subjektive Interaktion handelt (vgl. dazu Toth 2012d), ist  $t_3$  mit einer Strukturveränderung von der Zeichen- auf die Systemrelation verbunden, die arithmetisch der folgenden Abbildung entspricht:

$$(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) \rightarrow (1 \downarrow 2 \downarrow 3)$$

und was man mengentheoretisch wie folgt ausdrücken könnte

$$\{\{1\} \subset \{\{\{1\}, 2\} \subset \{\{\{\{1\}, \{\{\{1\}, 2\}, 3\}\}\} \rightarrow \{\{1\} \supset \{\{\{1\}, 2\} \supset \{\{\{1\}, \{\{\{1\}, 2\}, 3\}\}\},$$

d.h. durch Konversion der Inklusionsrelationen. Das ist allerdings noch nicht alles, denn da die Zeichenrelation vermöge ihrer 3-stelligkeit in insgesamt 6 Ordnungen auftreten kann, haben wir neben  $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$  noch die weiteren 5 Permutationen

$$(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow 2)))$$

$$((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

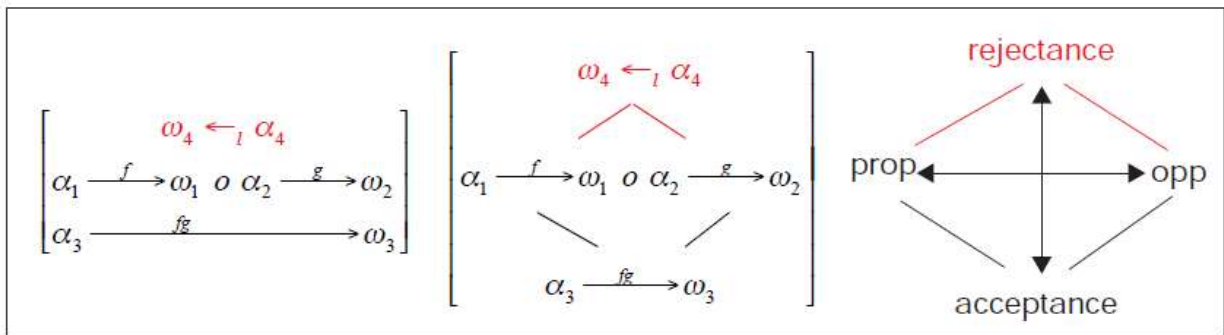
$$((1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow 1))$$

$((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)))$

$((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 1))$ ,

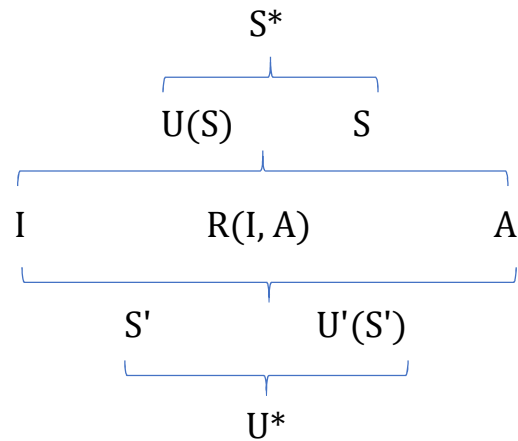
in denen also, wie leicht ersichtlich ist, die Relationen zwischen den Teilrelationen der Zeichenrelation paarweise gleichzeitig im Ober- und im Untermengenverhältnis stehen können.

Es dürfte somit klar sein, daß die Zurückführung sowohl der Objekt- als auch der Zeichenrelation auf die allgemeine Systemrelation die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt im allgemeinen und zwischen Zeichenthematik und Realitätsthematik im besonderen zugunsten einer Perspektivitätsrelation suspendiert. Deshalb hatten wir in Toth (2012e) vorgeschlagen, das von Rudolf Kaehr eingeführte "saltariale" (d.h. den kategorialen komplementäre) Diamanten-Modell



(Kaehr 2007, S. 11)

zur Formalisierung perspektivischer systemtheoretischer Relationen heranzuziehen. Z.B. könnte man Systeme ohne Rand durch den folgenden 2-stufigen Diamanten darstellen



3. Von größtem Interesse ist daher, daß die weitgehend isomorphe Konzeption einer Objekttheorie und einer Zeichentheorie im Sinne einer vereinheitlichten ontisch-semiotischen Theorie, und zwar außerhalb der bekannteren (und von mir in zahlreichen Arbeiten behandelten) logischen Semiotik von Albert Menne (1992) sowie der marxistischen Semiotik von Georg Klaus (1973) sich in allen wesentlichen Grundlagen bereits im Werk des Paracelsus findet. Da Hartmut Böhme die "Semiologie" des Paracelsus im Sinne einer "objektiven Semiotik" (Böhme 1988, S. 12/24) auf denkbar zutreffende Weise dargestellt hat, stellt dieses abschließende Kapitel ein Patchwork aus den für unser Thema am meisten interessierenden Zitaten dar (zu den Stellenangaben aus Paracelsus Werken vgl. man Böhme 1988).

"Das Zepter des Subjekts ist beiseite gelegt. Die Sprache der Dinge ist die Sprache aus der Perspektive des Anderen. Das räumt dem Anderen ein Eigenes ein, Anspruch und Ausdruck, eine eigene Artikulation" (1988, S. 3/24).

"Gott, der Skribent, hat – wie es Paracelsus formuliert – jedem Ding 'ein Schellen und Zeichen angehängt' " (S. 13/24).

"Die Naturforschung folgt einem grammatologischen Modell. Die Dinge haben eine sprachlose Bedeutung, die sich im Sich-Zeigen des Namens zur Entzifferung anbeiten; das sich-zeigende Zeichen ist 'ein Zuwerfen' der Bedeutung zum 'Lesen' durch den Menschen 'im Licht' der Natur (lumen naturale). Durch

dieses 'Zuwerfen' der sprachlosen Zeichen übersetzt sich die Bedeutung, der wortlose Name der Dinge in menschliche Sprache" (S. 13/24).

"Die grammatologische Struktur der Natur ist das Apriori der Sprache, nicht die Sprache das Apriori der Erkenntnis von Natur" (S. 13/24).

"Der Weg, den das Zeichen vom Ding zum Wort nimmt, ist spiegelsymmetrisch zu dem, den die Signatur von der Oberfläche der Dinge auf ihr unsichtbares Wesen weist" (S. 14/24).

"Das, worin Menschensprache und Dingsignaturen am engsten zusammenhängen, IST DAS TERTIUM DATUM EINER ZEICHENLEHRE, WELCHE DIE METAPHYSISCHE KLUFT ZWISCHEN DINGEN UND MENSCHEN DURCH DAS SPIEL DER WESENTLICHEN ÄHNLICHKEITEN ÜBERBRÜCKT" (S. 14/24; Kapitälchen hier und im folgenden durch mich, A.T.).

"DAS ZEICHEN BEI PARACELTUS SIEDELT AN DER GRENZE ZWISCHEN AUßEN UND INNEN, OBEN UND UNTEN, SICHTBAREM UND UNSICHTBAREM" (S. 15/24).

"Die ikonographische Verdoppelung der Dinge in ihren Signaturen, der Signaturen in den Worten ist für Paracelsus die naturhafte Sprache des Seins und das Sein der Sprache. DIE SEMIOLOGISCHE ORDNUNG ENTSPRICHT DER ONTOLOGISCHEN ORDNUNG DER KÖRPER UND DINGE" (S. 17/24).

"Der Mensch ist kein autonomes Subjekt. Das semiologische Modell entstammt der Erfahrung primärer Ohnmacht des Menschen in einer ihn durchdringenden Natur. Die analogischen Verfahren sind der Porosität der Grenzen zwischen Körper und Welt geschuldet" (S. 17/24).

"Die paracelsische Zeichenlehre ist angemessen, wenn der Mensch sich nicht als Souverän im Reich der Natur setzt, sondern sich ALS SUBJEKT UND SUBIECTUM ZUGLEICH verstehen lernt" (S. 17-18/24).

## **Literatur**

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988 (zit. nach der Internet-Version aus dem Kap. "Denn nichts ist ohne Zeichen")

- Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 3. Aufl. München 1973
- Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992
- Toth, Alfred, Gerichtete Objekt-Subjekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Metaobjektive Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Homomorphie und Isomorphie von Objekten und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c
- Toth, Alfred, Subjektivität in Objekt- und Zeichen-Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d
- Toth, Alfred, Systemische Perspektive und kategoriale Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

## Bi-Objekte für die systemtheoretische Objekttheorie

1. Es ist eine bekannte Tatsache, daß System- und Objektgrenzen in doppelter Hinsicht qualitativ sind (vgl. bereits Toth 2012a): Zum einen sind sie selbst qualitativ geschieden, je nachdem, was durch sie getrennt wird. So sind etwa die Grenzen zwischen einem Grundstück und einem Nachbargrundstück verschieden von den Grenzen zwischen der Außen- und der Innenseite des Hauses, das auf diesem Grundstück steht, und beide Grenzen sind wiederum verschieden von denjenigen zwischen zwei Zimmern in diesem Haus oder von der Außen- und Innenseite eines Kastens, der sich in einem dieser Zimmer befindet. Zum andern bedeutet es einen Unterschied, auf welcher Seite einer Grenze man steht, und folglich sind Hin- und Rückweg zwischen zwei durch eine Grenze getrennten Punkten somit ebenfalls qualitativ verschieden. Nun lassen sich aber beide qualitativen Unterscheidungen, diejenigen der Grenzen selbst sowie des durch sie Abgegrenzten, mit Hilfe perspektivischer Relationen unter einen Hut bringen. Jedes Haus sieht von jeder Seite verschieden aus, und die qualitativen Unterschiede in diesen Perspektiven sind z.B. "größer", wenn man die Frontseite mit dem Dach oder mit der Rückseite vergleicht, als wenn man das Haus z.B. von vorne links oder von vorne rechts betrachtet.

2. Offenbar gelten also für Systeme keine kontextuellen Ordnungsrelationen, sondern kontextuierte Austauschrelationen. Zur Definition perspektivischer Relationen gehen wir wie in Toth (2012b) aus von der Definition der Objektrelation

$$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_i]]$$

sowie der Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))).$$

Wegen der in Toth (2012c) dargelegten ontisch-semiotischen Isomorphie haben wir damit sogleich die beiden

tiefergelegt werden können, d.h. wir haben die beiden folgenden Transformationen

$$t_1: O \rightarrow S^*/\times S^* = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_i]] \rightarrow$$

$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]$$

$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$$

$$t_2: Z \rightarrow S^*/\times S^* = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) \rightarrow$$

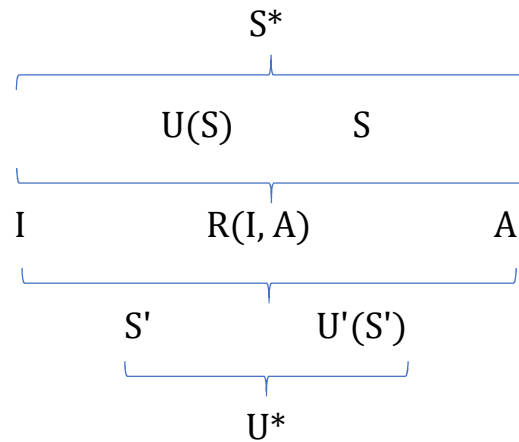
$$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, \dots, [x^{n+1}_n]_n]$$

$$\times S^* = [[x^{n+1}_n], \dots, [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n].$$

3. Nun hatten wir in Toth (2012d) gezeigt, daß man nicht nur Zeichen-, sondern auch Objektrelationen im Sinne der von Kaehr (2007) vorgeschlagenen "saltarionalen" Diamanten-Modelle formal darstellen kann. Sei ein System mit Rand definiert durch

$$S^* = [A, \mathcal{R}[A, I], I],$$

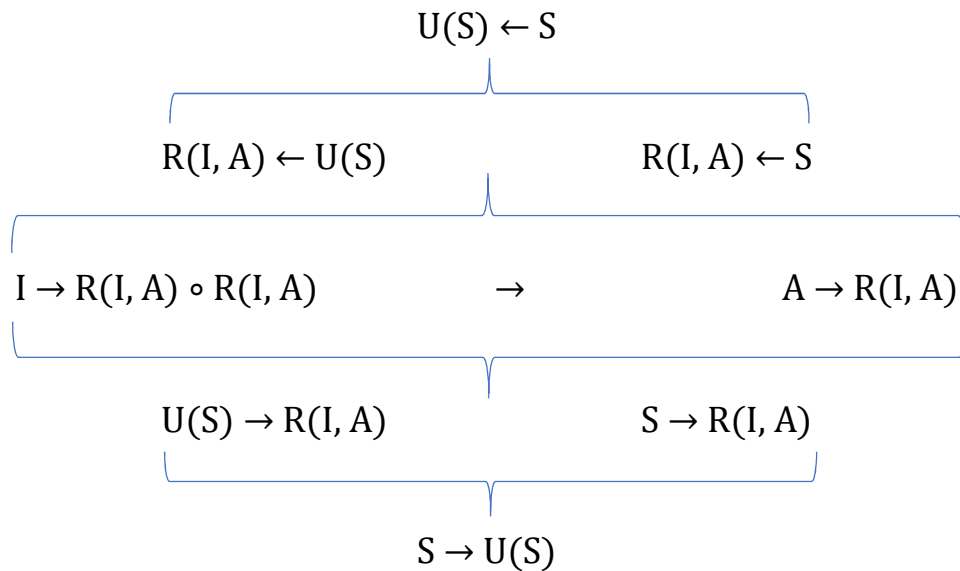
dann haben wir für den Fall  $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$  den 2-stufigen Diamanten



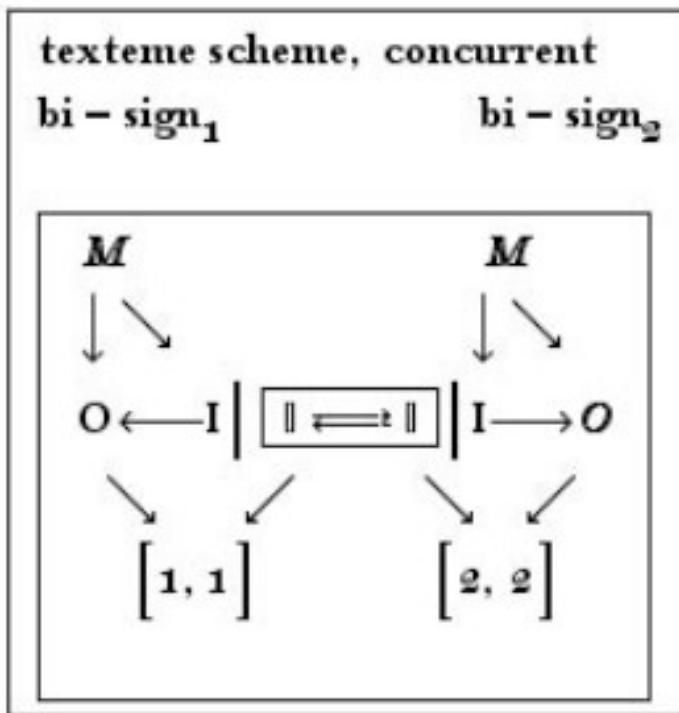
und für den Fall  $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$

den 3-stufigen Diamanten





denn Diamanten sind, semiotisch interpretiert, nichts anderes als Systeme aus Zeichen mit ihren Umgebungen, und diese lassen sich nach Kaehr (2008) auch als Strukturen von sog. Bi-Zeichen darstellen:



Da man dieses semiotische Schema vermöge der Zeichen-Objekt-Isomorphie natürlich auch als objektales Schema interpretieren kann, folgt, daß man

perspektivische System- und Objektrelationen wie die oben definierten Transformationen als "Bi-Objekte" darstellen kann.

## **Literatur**

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Systemische Perspektive und kategoriale Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Perspektive vs. Kontexturgrenze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Systeme mit Rändern als 3-stufige Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

## Definition der objekttheoretischen Triade

1. Es hat in der Semiotik nicht an Versuchen gefehlt, allgemeinere Relationen als die triadische Peircesche Zeichenrelation als triadisch gestufter Relation über dem erstheitlichen Mittelbezug, dem zweitheitlichen Objektbezug und dem drittheitlichen Interpretantenbezug (vgl. z.B. Bense 1979, S. 53) aufzustellen. Z.B. hatte Bense (1981, S. 33) die sog. Werkzeug-Relation

WkR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch)

vorgeschlagen, die er ausdrücklich "als ein dreistelliges Präsentamen, aber natürlich nicht als ein triadisches Repräsentamen" verstanden haben will. Noch tiefer reichte Benses Versuch, neben dem "semiotischen Raum" einen "ontischen Raum aller verfügbaren Etwase  $O^0$ , über denen der  $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65), wenigstens zu skizzieren.

2. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, ist es unmöglich, den Peirceschen Zeichenbegriff mehr und mehr zu abstrahieren bzw. seine definitorischen Kategorien durch immer allgemeinere zu ersetzen, um ihn auf diese Weise dem Objektbegriff anzunähern, denn Zeichen und Objekt sind bekanntlich im Rahmen der zweiwertigen Logik durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden, d.h. einander transzendent. Stattdessen ist es aber möglich, eine von der Zeichentheorie primär unabhängige Objekttheorie auf der Basis der allgemeinen Systemtheorie zu konstruieren und anschließend auch die Zeichentheorie auf die allgemeine Systemtheorie zurückzuführen.

### 2.1. Definition des allgemeinen Systems (mit und ohne Rand)

$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit  $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$ .

### 2.2. Definition des Objekt-Zeichen-Systems

$S_{\Omega, Z}^* = [\Omega, \mathcal{R}[\Omega, Z], Z]$

mit  $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$ .

### 2.3. Definition des Realitätsthematik-Zeichenthematik-Systems

$$S_{RTh,ZTh}^* = [RTh, \mathcal{R}[RTh, ZTh], ZTh]$$

mit  $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$  oder  $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$ .

### 2.4. Definition von Teilsystemen eines Systems

$$S^* = [S_0, [S_1, [S_2, [ \dots ]]]]$$

mit  $S^* \supset S_0 \supset S_0 \supset \dots S_0 \supset S_{n-1}$ .

3. Da die allgemeine Objekttheorie auf den drei Kategorien Materialität (mit Strukturalität), Objektalität (mit den Subkategorien Sortigkeit, Stabilität/Variabilität, Mobilität/Immobilität, Ambulanz/Stationarität, Reihigkeit, Stufigkeit, Konnexivität (Relationalität), Detachierbarkeit, Objektabhängigkeit, Vermitteltheit, Zugänglichkeit, Orientiertheit und Geordnetheit, sowie Eingebettetheit (mit den Subkategorien Einbettungsform, Einbettungsstufe und Lage-Relationen [Exessivität, Adessivität und Inessivität]) basiert, haben wir

$$\Omega = (\text{Materialität, Objektalität, Eingebettetheit}) := [\mathfrak{M}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}]$$

Nach Toth (2012b, c) können wir die drei ontischen Kategorien  $\mathfrak{M}$ ,  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{E}$  wie folgt definieren

$$\mathfrak{M} = [I \rightarrow A]$$

$$\mathfrak{D} = [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$$

$$\mathfrak{E} = [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]],$$

wogegen die drei semiotischen Kategorien M, O und I nach Toth (2012d) wie folgt definiert wurden

$$M = [A \rightarrow I]$$

$$O = [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$$

$$I = [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I],$$

gemäß der folgenden Tabelle, welche neben den Abbildungen der systemischen Kategorien die ihnen entsprechenden ontischen sowie semiotischen Relationalzahlen (vgl. Toth 2012e) enthält

$[A \rightarrow I]$	$\omega$	$\omega$	1	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]/$				$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]/$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow I]$	$[\omega, 1]$	$\{\omega\}$	1-1	$[I \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]/$				$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]/$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow I] \rightarrow A]/$	$[[\omega, 1], 1]$	$\{\{\omega\}\}$	1-2	$[A \rightarrow [I \rightarrow [I \rightarrow A]]],$

Somit gilt einfach  $\mathfrak{M} = M^{-1}$ ,  $\mathfrak{D} = O^{-1}$ ,  $\mathfrak{E} = I^{-1}$ , d.h. Ontik und Semiotik sind im Einklang mit den Definitionen 2.1. – 2.3. auf systemtheoretischer Ebene einheitlich formalisierbar. Daraus folgt natürlich weiter sofort, daß Ontik und Semiotik systemtheoretisch betrachtet zueinander isomorph sind. Man vergleiche damit die logischen Semiotiken von Georg Klaus (Klaus 1973) und von Albert Menne (Menne 1992) sowie meine Aufsätze dazu, in denen der Isomorphismenachweis detailliert geführt wird.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme, Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

## Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten

1. Eine Grenze besteht im elementaren Fall aus drei Komponenten: Zwei Objekten, zwischen denen eine Grenze besteht sowie der Grenze selbst. Wenn wir von einem Paar von gerichteten Objekten ausgehen (vgl. Toth 2013), dann gibt es folgende 4 objekttheoretische Strukturen von Grenzen

$$\begin{array}{ccc} [X |_{x,y} Y] & \neq & [X |_{y,x} Y] \\ \neq & & \neq \\ [Y |_{x,y} X] & \neq & [Y |_{y,x} X] \end{array}$$

mit

$$R_{x,y} = \{[X |_{x,y} Y], [X |_{y,x} Y], [Y |_{x,y} X], [Y |_{y,x} X]\}$$

als Rand. Der Rand kann somit im Rahmen der der Objekttheorie übergeordneten Systemtheorie als Menge alle perspektivischen Relationen definiert werden, die für eine Grenze möglich sind. Selbstverständlich gilt somit

$$G \subset R \subset [S, U],$$

denn z.B. partizipiert der Rand eines Hauses zugleich an dessen Umgebung, also etwa dem Garten, der zu ihm gehört oder der Straße, von der er es abgrenzt.

2. Mit dieser Definition von Grenzen als Teilmengen von Rändern als Teilmengen selbstenthaltender Systeme ( $S^* = [S, U]$ ) ist es jedoch nicht möglich, zu bestimmen, ob X oder Y einander super- oder subordiniert sind, d.h. ob z.B. eine Treppe von der Straße zum Hauseingang hoch oder zu ihm hinunter führt. Wenn wir als Zeichen für Koordination "=", für Subordination "<" und für Superordination ">" einführen, erhalten wir die folgenden 12 möglichen Strukturen von Grenzen, die wir als Paare von Ungleichungen darstellen.

$$\begin{array}{ccc} [X |_{x < y} Y] & \neq & [X |_{y < x} Y] \\ [X |_{x > y} Y] & \neq & [X |_{y > x} Y] \\ [X |_{x = y} Y] & \neq & [X |_{y = x} Y] \end{array}$$

$$[Y |_{x < y} X] \neq [Y |_{y < x} X]$$

$$[Y |_{x > y} X] \neq [Y |_{y > x} X]$$

$$[Y |_{x = y} X] \neq [Y |_{y = x} X]$$

3. Die bisherigen formalen Typen von Grenzen betreffend jedoch gemäß Definition nur Paare gerichteter Objekte, d.h. wir sind bislang außer Stande, die objekttheoretischen Ordnungsrelationen mehr als eines Systems zu formalisieren. Allerdings ermöglicht uns die Rekursivität der Definition selbstenthaltender Systeme ( $S^* = [S, U]$ ), ein Paar gerichteter Objekte als Teilmenge einer Menge von gerichteten Systemen einzuführen, d.h. wir haben

$$[X_i |_{x_i, y_j} Y_j] \subset S^*.$$

Im minimalen Fall gibt es für eine Menge von zwei Paaren gerichteter Objekte

$$[[X_1 |_{x_1, y_2} Y_2], [X_3 |_{x_3, y_4} Y_4]] \subset S^*$$

als Teilmenge eines n-tupels von gerichteten Objekten die folgenden 9 Möglichkeiten von Typen objekttheoretischer Grenzen

$$[[X_1 |_{x_1 < y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 < y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 < y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 > y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 < y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 = y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 > y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 < y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 > y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 > y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 > y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 = y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 = y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 < y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 = y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 > y_4} Y_4]]$$

$$[[X_1 |_{x_1 = y_2} Y_2] \square [X_3 |_{x_3 = y_4} Y_4]],$$



wobei gilt:  $\square \in \{<, >, =\}$ .

## Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Interne Zeichen-Umgebungen

1. Aus der Isomorphie der Zeichen- und Objekthierarchien (vgl. Klaus 1973, Menne 1992) folgt natürlich diejenige von Semiotik und Objekttheorie (vgl. Toth 2012a). Daraus folgt, daß die von uns erarbeiteten Grundlagen über selbstenthaltende Systeme (vgl. Toth 2012b) nicht nur für die Objekttheorie, sondern auch für die Zeichentheorie gültig sind. Speziell zur Definition des sich selbst enthaltenden Zeichens vgl. Bense (1979, S. 53 u. 67).

1.1. Definition des sich nicht selbst enthaltenden Basissystems (ohne Umgebung)

$$S = [A_i, I_j].$$

1.2. Definition des sich selbst enthaltenden Systems

$$S^* = [S_{im}, U_{jn}]$$

$$S_i = [S_{i1}, S_{i2}, S_{i3}, \dots, S_{im}]$$

$$U_j = [U_{j1}, U_{j2}, U_{j3}, \dots, U_{jn}].$$

1.2.3. Definition des sich doppelt selbst enthaltenden Systemkomplexes

$$S^{**} = [S^*] = [S_{im}, U_{jn}].$$

2.1. Die allgemeine Form des Primzeichens (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) ist

$$PZ = (a.b).$$

Dann haben wir

$$U(a.) = (.b)$$

$$U(.b) = (a.)$$

Daher gilt

$$U(a.b) = ((a.b), (b.a)) = U(b.a).$$

Damit bekommen wir zwei systemtheoretische semiotische Matrizen

	S →					
U ↓	1	1	1	2	1	3
	2	1	2	2	2	3
	3	1	3	2	3	3

	U →					
S ↓	1	1	1	2	1	3
	2	1	2	2	2	3
	3	1	3	2	3	3

3.1. Damit sind wir nun in der Lage, die in Toth (2013) für Objekte definierten Begriffe Grenze und Rand auch für Zeichen zu definieren. Für semiotische Grenzen gilt entsprechend objektalen Grenzen

$$\begin{aligned} [(a.) |_{(a.), (b)} (.b)] &\neq [(a.) |_{(b), (a.)} (.b)] \\ &\neq \\ [(b) |_{(a.), (b)} (a.)] &\neq [(b) |_{(b), (a.)} (a.)] \end{aligned}$$

mit

$$R_{(a.), (b)} = \{[(a.) |_{(a.), (b)} (.b)], [(a.) |_{(b), (a.)} (.b)], [(b) |_{(a.), (b)} (a.)], [(b) |_{(b), (a.)} (a.)]\}$$

und somit natürlich

$$G \subset R \subset S^*$$

3.2. Für sich selbst enthaltende Systeme bekommen wir damit ein Systems von 6 Ungleichungen

$$[(a.) |_{(a.) < (b)} (.b)] \neq [(a.) |_{(b) < (a.)} (.b)]$$

$$[(b) |_{(a.) < (b)} (a.)] \neq [(b) |_{(b) < (a.)} (a.)]$$

$$[(a.) |_{(a.) > (b)} (.b)] \neq [(a.) |_{(b) > (a.)} (.b)]$$

$$[(b) |_{(a.) > (b)} (a.)] \neq [(b) |_{(b) > (a.)} (a.)]$$

$$[(a.) |_{(a.) = (b)} (.b)] \neq [(a.) |_{(b) = (a)} (.b)]$$

$$[(b.) |_{(a.) = (b)} (a.)] \neq [(b.) |_{(b) = (a)} (a.)].$$

3.3. Für Systemkomplexe haben wir zunächst

$$[(a.)_i |_{(a.)_i, (b)_j} (.b)_j] \subset S^*.$$

Im minimalen Fall gibt es für eine Menge von zwei Paaren von Primzeichen

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1, (b)_2} (.b)_2 ], [ (a.)_3 |_{(a.)_3, (b)_4} (.b)_4 ]] \subset S^*$$

als Teilmenge eines n-tupels von Primzeichen die folgenden 9 Möglichkeiten von Typen (interner) semiotischer Grenzen ( $\square \in \{<, >, =\}$ ).

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 < (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 < (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 < (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 > (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 < (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 = (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 > (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 < (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 > (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 > (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 > (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 = (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 = (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 < (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 = (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 > (b)_4} (.b)_4 ]]$$

$$[[ (a.)_1 |_{(a.)_1 = (b)_2} (.b)_2 ] \square [ (a.)_3 |_{(a.)_3 = (b)_4} (.b)_4 ]].$$

### Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Peircesche Semiotik als vermitteltes isomorphes System. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Systemhierarchien und Umgebungsheterarchien

1. Nach Toth (2013) kann ein Paar von gerichteten Objekten folgende vier Strukturen von Grenzen

$$\begin{array}{ccc} [X |_{x,y} Y] & \neq & [X |_{y,x} Y] \\ \neq & & \neq \\ [Y |_{x,y} X] & \neq & [Y |_{y,x} X] \end{array}$$

eingehen. Als zugehöriger Rand ergibt sich

$$R_{X,Y} = \{[X |_{x,y} Y], [X |_{y,x} Y], [Y |_{x,y} X], [Y |_{y,x} X]\}$$

als Menge aller perspektivischen Relationen mit

$$G \subset R \subset [S, U].$$

2. Impressionistisch gesagt, umfaßt also der Rand "mehr" als die Grenze, d.h. er partizipiert jeweils an beiden Elementen jedes Paares von gerichteten Objekten, zwischen denen eine Grenze verläuft. Für das elementare System

$$S = [A, I]$$

haben wir demnach

$$\mathcal{R} \subset [A, I].$$

Nach dem bisher Gesagten gilt

$$\mathcal{R} = \emptyset \text{ gdw. } G = \emptyset,$$

d.h. im Minimalfall fällt der Rand mit der Grenze zusammen.

Nun impliziert die erweiterte Systemdefinition mit Selbsteinbettung

$$S^* = [S, U]$$

nach Toth (2012) eine Hierarchie von Teilsystemen der Form

$$S^+ = [S_1, [S_2, [S_3, \dots, [S_{n-1}, [S_n]]]]$$

sowie eine Hierarchie von Teilumgebungen der Form

$$U^+ = [U_1, [U_2, [U_3, \dots, [U_{n-1}], [U_n]],$$

die jeweils paarweise perspektivische Teilsysteme  $S^{*+}$  mit

$$S^{*+} = [S_i, U_j]$$

bilden, wobei es für jedes dieser Teilsysteme natürlich einen Rand gibt mit

$$\mathcal{R} \subset [S_i, U_j].$$

3. Bei Wohnhäusern können also z.B. die Ränder zwischen Vorplatz und Hauseingang, zwischen Vestibül und Treppe, zwischen Wohnungseingang und Korridor usw. unterschieden werden, und, wie die Anschauung lehrt, handelt es sich objekttheoretisch und damit systemtheoretisch jeweils um ganz verschiedene Arten von Rändern. Verschieden sind aber auch die Objekte bzw. ihre zugehörigen Objektfamilien, die an diesen verschiedenen Rändern plaziert werden, und verschieden sind auch die Lagerrelationen dieser Objekte relativ zu den jeweiligen Rändern.

### 3.1. Teilsystem-Hierarchien

Gemäß Toth (2012) unterscheiden wir bei Wohnhäusern folgendes hierarchische System von Teilsystemen

U		S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	.....	S <sub>5</sub>	...
Garten o.ä.		Haus	Treppenh.	Wohnung	Zimmer	.....	Kasten o.ä.	
0		1←	1-1←	1-2←	1-3←	.....	1-3←	... (← exessiv)
0		1	1-1	1-2	1-3	.....	1-3	... (adessiv)
0		1→	1-1→	1-2→	1-3→	.....	1-3→	... (→ inessiv),

darin

== System-Umgebungs-Grenze (Perspektivengrenze)

----- Subjekt-Objekt-Grenze (Subjektrestriktionsgrenze)

bezeichnen. Während die System-Umgebungs-Grenze selbstevident ist, sei in Erinnerung gerufen, daß die Subjekt-Objekt-Grenze, die eine Zugänglichkeits-

grenze ist, bedeutet, daß von einem bestimmten Einbettungsgrad von Teilsystemen an Subjekte keinen Zutritt mehr haben. So kann also ein Subjekt vom Garten durch den Hauseingang, durchs Vestibül und die Treppe hoch, über den Absatz und durch die Wohnungstür in jedes Zimmer spazieren, aber irgendwann steht er vor einem Einbauschrank, den er nicht mehr betreten kann. Die Position der Subjekt-Objekt-Grenze ist somit abhängig vom maximalen Einbettungsgrades einer Hierarchie von Teilsystemen.

### 3.2. Teilumgebungs-Heterarchien

Ganz anders als bei den Systemen sieht es bei deren Umgebungen aus. Wenn man sich einen Park vorstellt, in dem ein Haus steht, dann kann dieser Garten zwar vielfältig abgeteilt und vielleicht sogar gestuft sein, aber von einer Hierarchie wie derjenigen des zugehörigen Systems kann keine Rede sein. Wohl kann z.B. zwischen Sitzplätzen, Gemüsebeeten, Wiese und Gartenzaun unterschieden werden, aber diese Objekte sind heterarchisch organisiert. Wir bekommen für Teilumgebungs-Heterarchien also ein sehr einfach Schema der Form

$$S \quad \begin{array}{c} \parallel \\ \parallel \end{array} \quad U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5 \quad \dots,$$

was jedoch unserer obigen Definition natürlich nicht widerspricht, denn eine derart definierte Heterarchie ist eine Hierarchie, aus der die Verschachtelung der Teilmengen entfernt ist, d.h. eine ungeordnete statt einer geordneten Menge. Wir können somit abschließend neu definieren

$$S^* = [[S_i], \{U_j\}].$$

### Literatur

- Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c



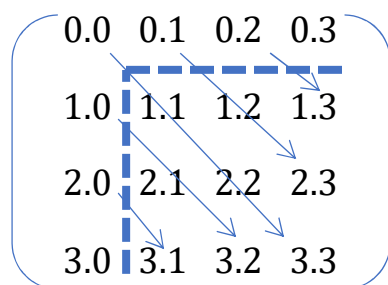
Toth, Alfred, Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Ontisch-semiotische Randrelationen

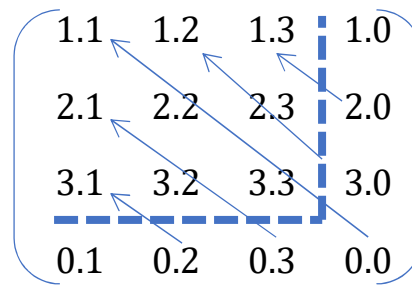
1. In Toth (2013a) hatten wir für die semiotische Matrix der triadischen Zeichenrelation (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.) semiotische Ränder mittels den zwei möglichen Transformationsmatrizen bestimmt. In Toth (2013b) hatten wir dasselbe Verfahren angewandt auf Benses Einführung einer zusätzlichen Ebene der kategorialen Nullheit mit dem Zweck, das reale Objekt, dem bei der Metaobjektivierung das thetische Zeichen zugeordnet wird, als "disponibles" Objekt in die Zeichenrelation einzubetten, die damit zu einer tetradischen Relation wird. In diesem Fall gibt es genau drei Transformationsmatrizen.

2. Im folgenden zeigen wir, wie man mit Hilfe der triadischen sowie der tetradischen Grundmatrizen und ihren zwei bzw. drei Transformationsmatrizen ontisch-semiotische Randrelationen bestimmen kann (vgl. auch Toth 2013c). Um das Einbettungsverhältnis der triadischen in den tetradischen Transformationsmatrizen zu zeigen, stellen wir die entsprechenden Matrizen jeweils zusammen.

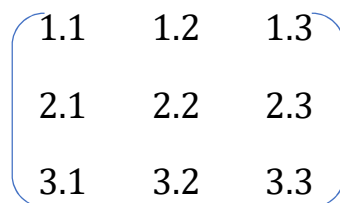
1.  $M_4$



2.  $M_{4\tau 1}$

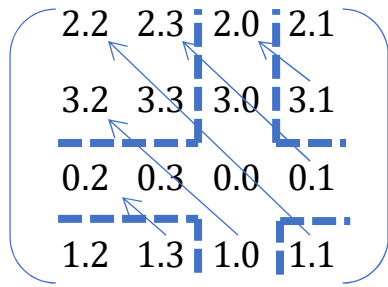


$M_3$

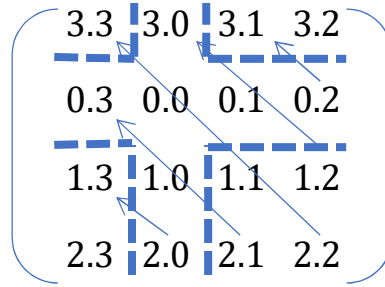


Da  $M_4 \cong M_{4\tau 1}$ , unterscheiden sich die Randrelationen hier semiotisch nur durch generative vs. degenerative Ordnung der Subzeichen.

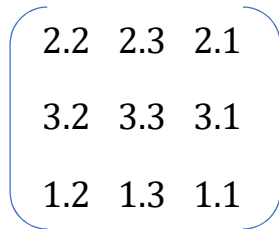
3.  $M_{4\tau 2}$



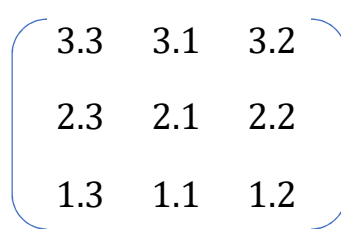
4.  $M_{4\tau 3}$



$M_{3\tau 1}$



$M_{3\tau 2}$



3. Wie man leicht erkennt, gilt für  $M_4$  und  $M_{4\tau 1}$

$$\Omega \subset Z,$$

während für  $M_{4\tau 2}$  und  $M_{4\tau 3}$  gilt

$$\Omega \supset Z.$$

Hier finden wir also eine Bestätigung für die von mir völlig unabhängig von der Theorie der semiotischen Transformationsmatrizen postulierte Randrelationen im Sinne von perspektivischen Partizipationsrelationen, d.h. der Rand partizipiert (anders als die durch ihn verlaufende Grenze) immer sowohl am Zeichen als auch am Objekt, die demzufolge in ihrer systemischen Fundierung keine dyadische, sondern eine triadische Relation bilden

$$S_{\Omega, Z} = [\Omega, \mathcal{R}[\Omega, Z], Z].$$

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zyklische semiotische Transformationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Transformationszyklen des ontischen und semiotischen Raumes.  
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Zu den ontisch-semiotischen Rändern. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2013c

## Eine pathologische semiotische Absorption

1. Wie zuletzt in Toth (2013) ausgeführt, gibt es zwei grundsätzliche Möglichkeiten der von Bense (1967, S. 9) so genannten Zeichenbildung durch Metaobjektivierung:

$$f: \quad \Omega \rightarrow Z = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{D}^3, \mathfrak{J}^3) \rightarrow (M^1, (O^2, (I^3)))$$

$$g: \quad \Omega \rightarrow (\Omega, Z) = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{D}^3, \mathfrak{J}^3) \rightarrow (((\mathfrak{M}^3, \mathfrak{D}^3, \mathfrak{J}^3)), (M^1, (O^2, (I^3) I^3))).$$

Bei der Abbildung  $f$  wird ein Objekt durch ein Zeichen substituiert, d.h. das Objekt wird in ein Zeichen verwandelt. Das Objekt hört somit nach vollzogener Metaobjektivierung zu existieren auf. Dagegen bleibt bei der Abbildung  $g$

$$O = \text{const.},$$

und  $\Omega$  wird eine Objektkopie

$$Z = K(\Omega)$$

zugeordnet. Da die Codomäne sowohl  $\Omega$  als auch  $Z$  enthält, ist  $f$  umkehrbar, allerdings formal auf zwei unterschiedliche Weise

$$g_1^\circ: \quad (\Omega, Z) \rightarrow \Omega.$$

$$g_2^\circ: \quad (\Omega, Z) \rightarrow Z$$

2. Wie ebenfalls bereits in Toth (2013) ausgeführt, bedeutet  $f$  einen Informationsverlust, da das Objekt natürlich deswegen nicht aus dem Zeichen rekonstruierbar ist, da bei der Transformation eines Objektes in ein Zeichen Information verloren geht. Dieser Informationsverlust ist eine Folge des semiotischen Verbots der Identität von Zeichen und Objekt und folgt somit direkt aus der Gültigkeit des logischen Drittsatzes der zweiwertigen aristotelischen Logik. Dagegen ist in  $g$  der Informationsverlust des Zeichens deswegen ausgleichbar, weil das Objekt ja aus der Domäne in die Codomäne abgebildet wird, d.h. durch seine Abbildungskonstanz stets präsent und daher verfügbar ist. Ganz anders verhält es sich jedoch mit den konversen Abbildungen. Aus den genannten Gründen ist  $f$  nicht umkehrbar, d.h.  $f^\circ$  ist mindestens unsinnig, denn ein Objekt, das einmal zu einem Zeichen erklärt wurde, bleibt ein Zeichen. Ganz

anders aber bei g. Während die erste Umkehrabbildung  $g_1^\circ$  zum Objekt zurückführt, indem das Zeichen vom Objekt absorbiert wird, d.h. quasi als Evidenz in ihm verschwindet, stellt die zweite Umkehrabbildung  $g_2^\circ$  eine Pathologie dar, indem es nun das Zeichen ist, das das Objekt absorbiert. Wie man sich nach unseren Ausführungen leicht vorstellen kann, besitzt aber das Objekt keine "Evidenz", welche durch die Eigenrealität des Zeichens aufgesogen werden kann, d.h. auch in diesem Fall – wie bei  $f^\circ$  - würde die Konversion die beliebige Austauschbarkeit von Zeichen und Objekt voraussetzen, d.h. aber die Aufhebung der zweiwertigen Kontexturgrenze, die zwischen ihnen verläuft. Eine grandiose Illustration dieser pathologischen semiotischen Absorption stellt übrigens Oscar Wildes "The Picture of Dorian Gray" dar, wo das Objekt, Dorian, stets konstant bleibt und sich stattdessen das Zeichen, das Bild von ihm, stets verändert und also die Zerrüttung des Körpers aufsaugt und sie an der Veränderung des Bildes sichtbar macht.

### **Literatur**

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Objektgrammatik

1. Während das Zeichen durch die drei peirceschen Objektbezüge (iconisch, indexikalisch, symbolisch) referentiell determiniert ist, ist das Objekt durch die drei in Toth (2012) eingeführten Lagerrelationen (adessiv, exessiv, inessiv) referentiell determiniert. Während also das Zeichen auf etwas ihm Wesensfremdes, ein Objekt, referiert, referieren Objekte untereinander. Ausgehend von der folgenden Matrix parametrisierter objektaler Lagerrelationen sei im folgenden zum ersten Mal eine Grundlage für eine zukünftige Objektgrammatik versucht, nachdem eine Zeichengrammatik bereits vorliegt (vgl. Toth 2008).

	+Uex	+Uad	-Uex	-Uad
+ Sex				
+ Sad				
- Sex				
- Sad				

## 2. Randobjekte

### 2.1. [+ Sex, + Uad]

#### 2.1.1.



#### 2.1.2.

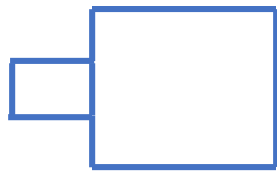


2.2. [+ Sex, - Uad]

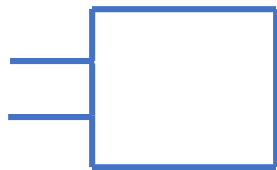


2.3. [- Sex, + Uad]

2.3.1.



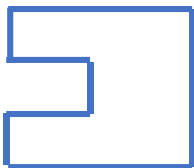
2.3.2.



2.4. [- Sex, - Uad]



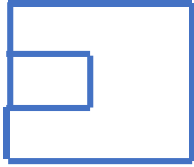
2.5. [+ Sad, + Uex]



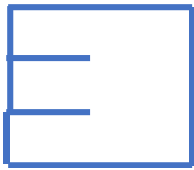


2.6. [+ Sad, - Uex]

2.6.1.



2.6.2.



2.7. [- Sad, + Uex]

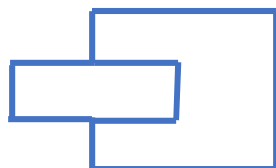


2.8. [- Sad, - Uex]

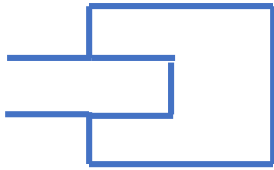


3. Grenzobjekte

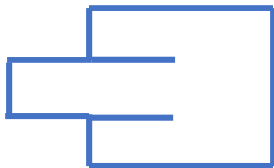
3.1. [+ Sad, + Uad]



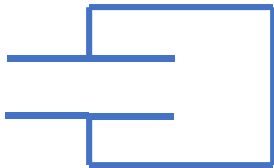
3.2. [+ Sad, [+ Uad, + Uex]]



3.3. [[+ Sad, + Sex], + Uad]



3.4. [[+ Sad, + Sex], [+ Uad, + Uex]]



4.1. Wie man sogleich erkennt, sind die graphischen Darstellungen der Typen

2.2. [+ Sex, - Uad] und 2.7. [- Sad, + Uex]

sowie

2.4. [- Sex, - Uad] und 2.8. [- Sad, - Uex]

identisch. Für die Parametermengen gilt offenbar paarweise Dualität

$[+ \text{Sex}, - \text{Uad}] \times [- \text{Sad}, + \text{Uex}]$

$[- \text{Sex}, - \text{Uad}] \times [- \text{Sad}, - \text{Uex}]$ .

4.2. Die jeweiligen Parametermengen sind gegenüber den beiden Typen

2.3. [- Sex, + Uad]

2.6. [+ Sad, - Uex]

doppeldeutig. Bei 2.3. wird offen gelassen, ob das umgebungsadessive Objekt exessiv ist oder nicht. Bei 2.6. gilt dasselbe vom systemadessiven Objekt.

4.3. Für die Grenzobjekte gilt

3.1.  $[+ Sad, + Uad] = [[+ Sad, - Sex], [+ Uad, -Uex]]$

3.2.  $[+ Sad, [+ Uad, + Uex]] = [[+ Sad, -Sex], [+ Uad, + Uex]]$

3.3.  $[[+ Sad, + Sex], [+ Uad, - Uex]]$

4.4. Wie man sieht, ist es also möglich, topologische Offenheit und Abgeschlossenheit sowie Unterscheidung von Links- und Rechtschaffenheit bzw. -abgeschlossenheit durch Paare gerichteter Objekte mit Lagerrelationen zu definieren, ohne auf die Topologie bzw. Mereotopologie zurückgreifen zu müssen.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Lagerrelationen von Objekten in Systemen

1. In Toth (2013a, b) wurde festgestellt, daß das Zeichen durch die drei peirceschen Objektbezüge (iconisch, indexikalisch, symbolisch) referentiell determiniert ist, während das Objekt durch die drei in Toth (2012) eingeführten Lagerrelationen (adessiv, exessiv, inessiv) referentiell determiniert ist. Ausgehend von der folgenden Matrix parametrisierter objektaler Lagerrelationen wurde eine Grundlage für eine Objektgrammatik versucht, nachdem eine Zeichengrammatik bereits vorliegt (vgl. Toth 2008).

	+Uex	+ Uad	- Uex	- Uad
+ Sex				
+ Sad				
- Sex				
- Sad				

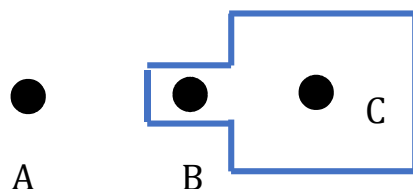
Da es in Systemen mit und ohne Öffnungen 2, in solchen mit Adsystemen mindestens 3 Positionen gibt, in denen ein Objekt liegen kann, seien im folgenden die Lagerrelationen von Objekten in diesen Positionen relativ zum jeweiligen System, Adsystem oder zur jeweiligen Umgebung formal bestimmt.

### 2. Randobjekte

#### 2.1. [+ Sex, + Uad]

Um Redundanz zu vermeiden, seien anhand dieses ersten Beispiels die drei Objektpositionen eingezeichnet.

##### 2.1.1.



Da Adsysteme per def. zu Systemen gehören, die demzufolge als selbststeinbettend definiert sind (vgl. Toth 2012), d.h. genauso wie das bensesche Zeichen (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), haben wir

$$S^* = S \cup \text{Ad}(S)$$

mit

$$S^{**} = U \cup S^*$$

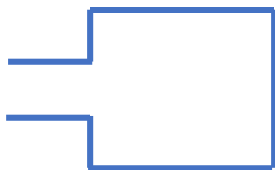
und für 2.1.1. somit

$$\Omega(A) \in U(S^*) = U(S \cup \text{Ad}(S))$$

$$\Omega(B) \in \text{Ad}(S)$$

$$\Omega(C) \in S.$$

2.1.2.



$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in \text{Ad}(S) = \Omega(B) \in (S^* \cap U)$$

$$\Omega(C) \in S.$$

2.2. [+ Sex, - Uad]

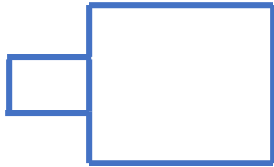


$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in S = \Omega(B) \in (S \cap U(S)).$$

### 2.3. [- Sex, + Uad]

#### 2.3.1.

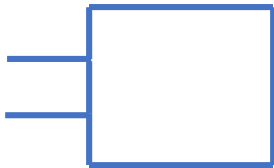


$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in \text{Ad}(S) = \Omega(B) \in (S^* \setminus S)$$

$$\Omega(C) \in S.$$

#### 2.3.2.



$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in \text{Ad}(S) = \Omega(B) \in [(S^* \cap U(S^*)) \cap (S^* \setminus S)]$$

$$\Omega(C) \in S.$$

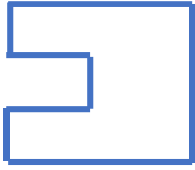
### 2.4. [- Sex, - Uad]



$$\Omega(A) \in U(S)$$

$$\Omega(A) \in S.$$

2.5. [+ Sad, + Uex]



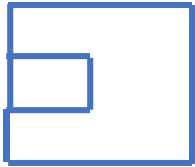
$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in [(S^* \setminus S) \cap (U(S^*) \cap S)]$$

$$\Omega(C) \in S.$$

2.6. [+ Sad, - Uex]

2.6.1.

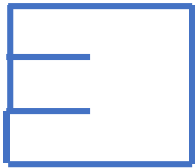


$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in (S^* \cap S)$$

$$\Omega(C) \in S.$$

2.6.2.



$$\Omega(A) \in U(S^*)$$

$$\Omega(B) \in (S^* \setminus S)$$

$$\Omega(C) \in S.$$

2.7. [- Sad, + Uex]



Vgl. 2.2.

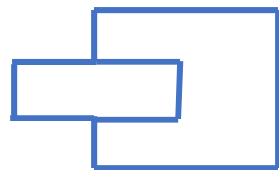
2.8. [- Sad, - Uex]



Vgl. 2.4.

3. Grenzobjekte

3.1. [+ Sad, + Uad]

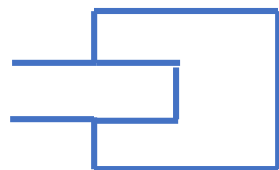


$\Omega(A) \in U(S^*)$

$\Omega(B) \in (S^* \cap [S \cup (S^{**} \setminus S^*)])$

$\Omega(C) \in S.$

3.2. [+ Sad, [+ Uad, + Uex]]



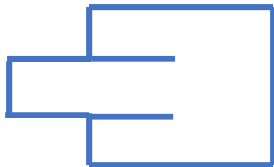


$\Omega(A) \in U(S^*)$

$\Omega(B) \in [(U(S^*) \setminus S) \cap (S^* \cap [S \cup (S^{**} \setminus S^*)])]$

$\Omega(C) \in S$ .

3.3. [[+ Sad, + Sex], + Uad]

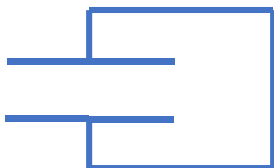


$\Omega(A) \in U(S^*)$

$\Omega(B) \in [(S^* \cap [S \cup (S^{**} \setminus S^*)]) \cap (S^* \setminus S)]$

$\Omega(C) \in S$ .

3.4. [[+ Sad, + Sex], [+ Uad, + Uex]]



$\Omega(A) \in U(S^*)$

$\Omega(B) \in [[(U(S^*) \setminus S) \cap (S^* \cap [S \cup (S^{**} \setminus S^*)])] \cap [(S^* \cap [S \cup (S^{**} \setminus S^*)]) \cap (S^* \setminus S)]]$ .

$\Omega(C) \in S$ .

### Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Objektgrammatik I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Objektreferenz und Lagerrelationen gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Das Zeichen als Grenze und als Rand

1. Nach Bense thematisiert das Zeichen nicht nur die ontologische Seinsthematik, sondern "darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16). Demzufolge muß das Zeichen, sofern es auf dem Boden der aristotelischen Logik als monotoxturelle Funktion aufgefaßt wird, als eine Funktion definiert werden, welche sich sowohl zur Welt- als auch zur Bewußtseinsachse asymptotisch verhält. Nach dieser Auffassung liegen also die Werte der Zeichenfunktion im Grenzbereich zwischen Ontik und Erkenntnistheorie oder kurz gesagt zwischen Objekt und Subjekt. Da eine dermaßen definierte Zeichenrelation eine Hyperbel beschreibt, welche sowohl zur Objekt- als auch zur Subjektachse asymptotisch ist (vgl. Toth 2002), ergibt sich also zwischen dem Funktionsverlauf und beiden Achsen eines kartesischen Koordinatensystems eine Art von "Graubereich", welcher weder durch die Werte der Objekt- oder Subjekt-Achse noch durch diejenigen der Zeichenfunktion definiert ist. Insgesamt muß man feststellen, daß die asymptotische Zeichenfunktion nur eine äußerst geringe Menge von Subjekt-Objekt-Werten der Form  $y = (\Sigma, \Omega)$  definiert. Das von Bense (1975) in die Semiotik eingeführte Dualschema von Zeichen- und Realitätsthematik verhält sich demnach wie die Zeichenfunktion und ihre Konverse, insofern die Zeichenthematik den Subjekt- und die Realitätsthematik den Objekt-Pol dieser "verdoppelten" Zeichenfunktion repräsentiert.

2. Eine ganz andere, und hier zur Diskussion vorzuschlagende Konzeption definiert das Zeichen nicht als Grenze, sondern als Rand

$$Z = R(\Omega, \Sigma).$$

Diese neue Zeichenrelation stellt somit im Falle, daß ein Objekt thetisch zum Zeichen erklärt ist (vgl. Bense 1967, S. ), d.h. falls  $R(\Omega, \Sigma) \neq 0$  ist, den Mittelteil der Definition eines "Systems mit Rand" dar (vgl. Toth 2012)

$$S = (\Omega, R(\Omega, \Sigma), \Sigma).$$

Streng genommen darf man also erst in diesem Fall, d.h. nur dann, wenn das Zeichen als Rand und nicht als Grenze definiert wird, vom Zeichen als einem

System sprechen (vgl. jedoch Bense 1971, S. 84 ff., von Bense "Situationstheorie" genannt). Mit

$$Z = R(\Omega, \Sigma)$$

bekommt man also


$$\Sigma = (\Omega, Z, \Sigma).$$

Damit gibt es also keine "Grauzonen" zwischen der Zeichenfunktion und dem Subjektbereich einerseits sowie dem Objektbereich andererseits mehr. Was Subjekt, Objekt und was Zeichen ist, ist präzise definiert, oder anders gesagt: Ein Etwas ist entweder ein Zeichen oder nicht. Diese Auffassung steht im Gegensatz zu derjenigen des Zeichens als Grenze nicht im Widerspruch mit dem semiotischen Basisaxiom, wonach das Zeichen ein thetisch und damit ein willentlich eingeführtes Etwas ist (vgl. Bense 1967, S. 9).

3. Nun stellen bekanntlich die semiotischen Objektbezüge die repräsentierten Äquivalente der ontischen Objekte und die semiotischen Interpretantenbezüge die repräsentierenden Äquivalente der erkenntnistheoretischen Subjekte dar, so daß wir bekommen

$$R(O, I) = M,$$

d.h. der Mittelbezug – wie schon sein Name besagt - vermittelt zwischen Objekt- und Interpretantenbezug.

(2.1. → 2.1)	(2.2. → 2.1)	(2.3 → 2.1)
(2.1. → 2.2)	(2.2. → 2.2)	(2.3 → 2.2)
(2.1. → 2.3)	(2.2. → 2.3)	(2.3 → 2.3)
		
(1.1. → 2.1)	(1.2. → 2.1)	(1.3 → 2.1)
(1.1. → 2.2)	(1.2. → 2.2)	(1.3 → 2.2)
(1.1. → 2.3)	(1.2. → 2.3)	(1.3 → 2.3)

(3.1. → 2.1)	(3.2. → 2.1)	(3.3 → 2.1)
(3.1. → 2.2)	(3.2. → 2.2)	(3.3 → 2.2)
(3.1. → 2.3)	(3.2. → 2.3)	(3.3 → 2.3)

Definiert man also das Zeichen als Rand und nicht als Grenze, so vermittelt es einerseits extern zwischen Objekt und Subjekt, und andererseits vermittelt der Mittelbezug des Zeichens intern zwischen Objektbezug und Interpretantenbezug (bzw. "Subjektbezug"). Diese Definition des Zeichens steht im Einklang mit dem Axiom der thetisch-volitiven Einführung eines Zeichens und ist – entsprechend unserer Voraussetzungen (s.o.) – strikt logisch-zweiwertig, d.h. sie schließt metaphysische Bereiche, die weder Zeichen noch Objekt oder Subjekt sind, per definitionem aus.

### Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 5. Jg., 2012

## Die zwei Umgebungen des Zeichens

1. Aufgrund des in Toth (2013a) eingeführten Schemas

(.1.) :=  $\langle -, - \rangle$

(.2.) :=  $\langle (.1., -) \rangle$

(.3.): =  $\langle (.1.), (.2.) \rangle$ .

können komplementäre semiotische Relationen in involutive einerseits und in suppletive andererseits differenziert werden.

DEFINITION 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt:  $(a.b) < (c.d)$ . Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung  $(b) < (d)$  und innerhalb der triadischen Teilordnung  $(a.) < (c.)$ .

DEFINITION 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt:  $(a.b) > (c.d)$ . Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Es gelten folgende Gesetze.

1. Für beide semiotischen Teilordnungen

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

2. Für die Teilordnungen  $\text{Tr}$  und  $\text{Tt}$

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

Jedes Zeichen hat demnach nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen, ein involvatives und ein suppletives Komplement.

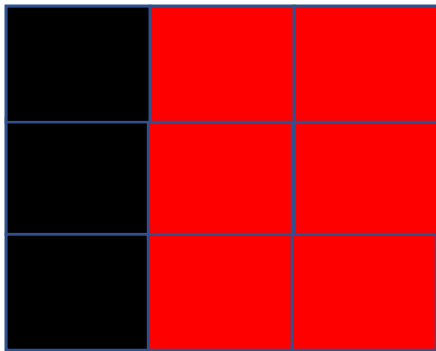
2. Im folgenden wird gezeigt, daß innerhalb dieser zwiefachen Umgebungen des Zeichens zwischen einfachen und doppelten Grenzen zwischen einer Zeichenrelation und ihren Umgebungen unterschieden werden kann (vgl. Toth 2013a, bes. Teil III).

### 2.1. 1-fache Grenzen

#### 2.1.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.1)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



#### 2.1.2. Zkl(3.2, 2.2, 1.2)

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

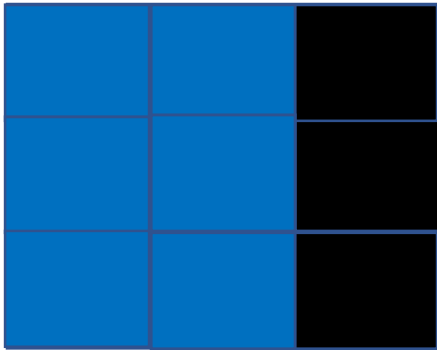
$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



2.1.3. (3.3, 2.3, 1.3)

$INV(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$

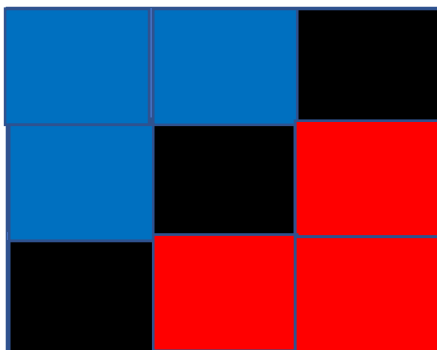
$SUP(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$



2.1.4. Zkl(3.1, 2.2, 1.3)

$INV(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$SUP(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$



Es dürfte kaum erstaunen, daß die Teilklasse der semiotischen Relationen mit 1-fachen Grenzen gerade die drei Zeichenklassen mit thematisch homogenen Realitätsthematik sowie die mit ihrer Realitätsthematik dual-identische Zeichenklasse der Eigenrealität (vgl. Bense 1992) enthält.

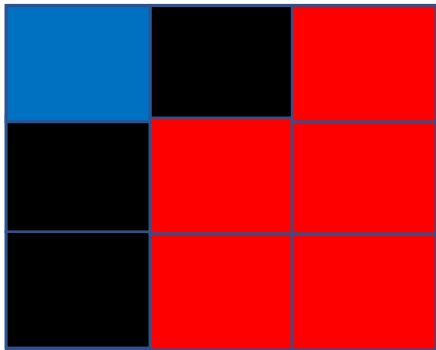


## 2.2. 2-fache Grenzen

### 2.2.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.2)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$



### 2.2.2. Zkl(3.1, 2.1, 1.3)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

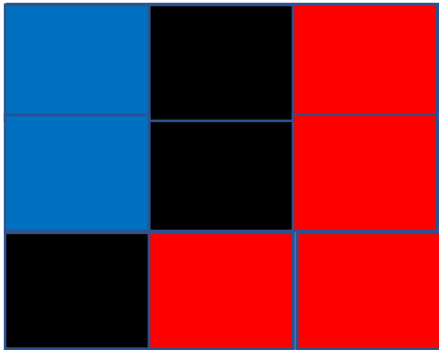
$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$



2.2.3.  $Zkl(3.1, 2.2, 1.2)$

$INV(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$

$SUP(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$



2.2.4.  $Zkl(3.1, 2.3, 1.3)$

$INV(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$

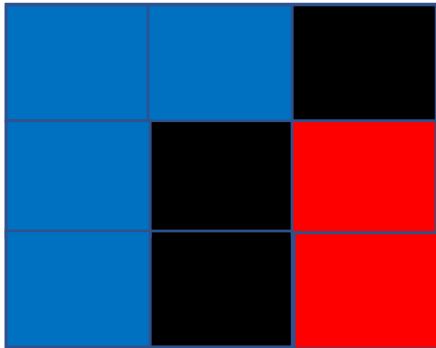
$SUP(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$



2.2.5. Zkl(3.2, 2.2, 1.3)

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



2.2.6. Zkl(3.2, 2.3, 1.3)

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



3. Wir können die systemische Zeichenrelation (vgl. Toth 2013b) neu definieren durch

$$Z^* = [U_1, Z, U_2] \text{ mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Damit haben wir

$$\mathcal{R}[Z^*] = \{\mathcal{R}[Z, U_1], \mathcal{R}[Z, U_2]\}$$

Für 1-fache Ränder gilt somit

$$\mathcal{R}[Z, U_1] = \emptyset \text{ oder } \mathcal{R}[Z, U_2] = \emptyset,$$

für 2-fache Ränder gilt natürlich

$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$  und  $\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset$ .

### **Literatur**

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Objekte, Zeichen, Anzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Operationalisierung systemischer Ränder

1. Objekt und Zeichen folgen als Dichotomie derjenigen der zweiwertigen aristotelischen Logik, auf der sie gegründet sind

$$p \equiv \neg\neg n$$

$$n \equiv \neg\neg p$$

Entsprechend ist natürlich die Existenz einer dritten Kategorie zwischen oder außerhalb von Objekt und Zeichen ebenfalls ausgeschlossen, und wir können daher definieren (vgl. Toth 2013a)

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}].$$

2. Wenn wir diese Definitionen von Objekt und Zeichen mit Termen aus der systemtheoretischen Objekttheorie (vgl. Toth 2012) ausdrücken wollen, müssen wir uns klar sein, daß vermöge dieser Definitionen die Umgebung eines Objektes nichts anderes als das Zeichen und die Umgebung eines Zeichens nichts anderes als das Objekt sein kann. In anderen Worten: Die Umgebungen von Objekt und Zeichen sind ihre relationalen Komplemente. Damit haben wir

$$[\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$[Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

3. Nun hatten wir jedoch in Toth (2013b) dargelegt, daß Zeichen nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen haben

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

$$\text{mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Bezeichnen wir den von Bense (1983) operationalisierten, bereits auf Peirce zurückgehenden Begriff des "semiotischen Universums" mit S, so gilt also

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2.$$

Daraus folgt weiter, daß Zeichen keine trivialen, in Sonderheit keine leeren Ränder haben

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen  $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$  (Toth 2013b) auf jeden Fall

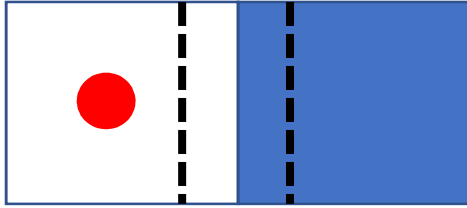
$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt zwei nicht-triviale Ränder.

4. Nachdem wir Zeichen und Objekt dichotomisch definiert und die Ränder von Zeichen operationalisiert haben, benötigen wir also eine Operationalisierung der Ränder von Objekten untereinander sowie zwischen ihnen und Zeichen. Wie wir bereits in Toth (2013c) dargelegt haben, können wir hier nicht auf die klassische Topologie zurückgreifen, da sich Ränder von Systemen und Objekten nicht mit der Vorstellung von Punktmengen und ihren Metriken vereinbaren lassen, da objekttheoretische Ränder in aller Regel keine Linien sind und da der Abstand zwischen Systemen nur hinsichtlich dieser Ränder, d.h. relativ und nicht absolut, relevant ist. Wir gehen also so vor, daß wir in Fortführung der in Toth (2012c) gegebenen Schemata eine relative Metrik durch Operationalisierung systemischer Ränder einführen.

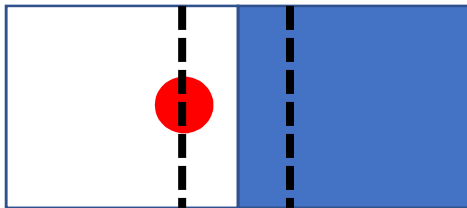
5. Wir denken uns ein System (in den folgenden Schemata weiß belassen) mit Umgebung (blau gefärbt) und einem Rand, der nicht nur die absolute Grenze zwischen System und Umgebung, sondern auch einen Streifen aus dem System und einen aus der Umgebung umfaßt. Wir nehmen ferner an, daß ein (rot eingezeichnetes) Objekt existiert, betten es ins System ein und lassen es dann in 7 Stufen, deren Anzahl durch die Einteilung von  $S^* = [S, U]$  vorgegeben ist, so lange wandern, bis es aus S in U(S) angekommen ist.

1. Stufe



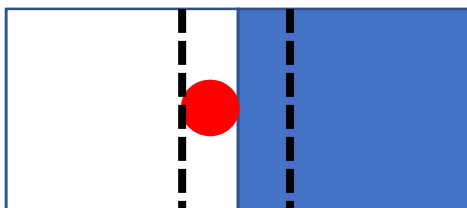
$$\Omega \subset S$$

2. Stufe



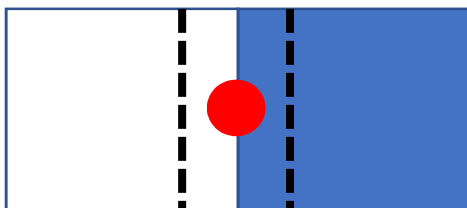
$$\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])$$

3. Stufe



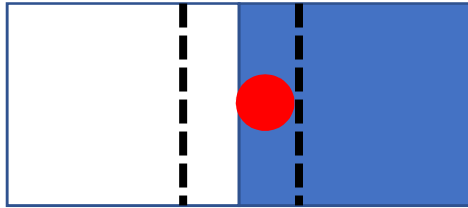
$$\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]$$

4. Stufe



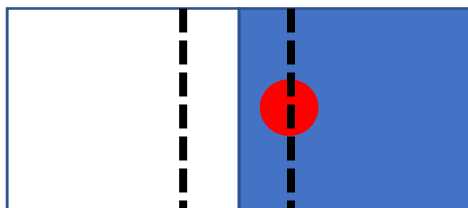
$$\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])$$

5. Stufe



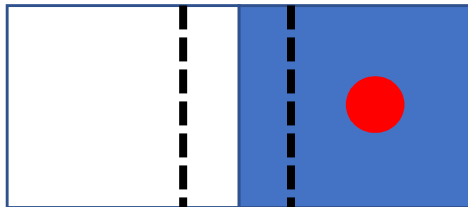
$$\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]$$

6. Stufe



$$\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])$$

7. Stufe



$$\Omega \subset U$$

Damit können wir die Transformation eines Objektes relativ zu den Rändern von  $S^* = [S, U]$  wie folgt bestimmen

$$\tau_1: (\Omega \subset S) \rightarrow (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U]))$$

$$\tau_2: (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U])$$

$$\tau_3: (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) \rightarrow (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_4: (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S])$$

$$\tau_5: (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) \rightarrow (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_6: (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset U)$$



Man möge sich bewußt machen, daß eine Teilmengenbeziehung wie

$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

nicht nur angibt, in welches System, welche Umgebung und welchen Rand ein Objekt  $\Omega$  eingebettet ist, sondern daß sie auf diese Weise auch den Ort von  $\Omega$  relativ zu  $S$ ,  $S(U)$  und dem Rand  $\mathcal{R}$  angibt, d.h. daß diese Teilmengenbeziehungen als Lokalisierungsangaben von  $\Omega$  genommen werden können. Dies bedeutet also, daß die Ränder zwischen Objekten durch die relativen Positionen zwischen jedem von diesen Objekten qua Teilmengenbeziehungen definiert werden. Um diesen vielleicht auf das erste Besehen ungewöhnlichen Gedanken zu verstehen, sollte man sich in Erinnerung rufen, daß Objekte, anders als Zeichen, ja keine linearen Ordnungen aufweisen und daß, wie oben gesagt, absolute Positionen von Objekten für die Belange der der Semiotik zur Seite gestellten Objekttheorie sinnlos sind.

### Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

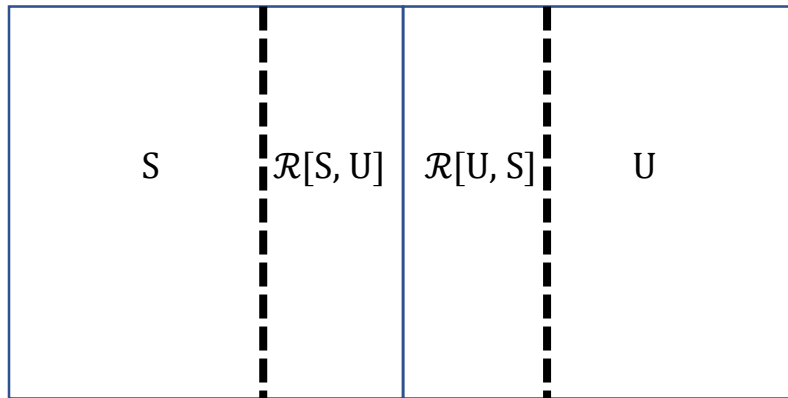
Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Systemische Ränder an Gewässern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

## Allgemeine Systemgrenzen

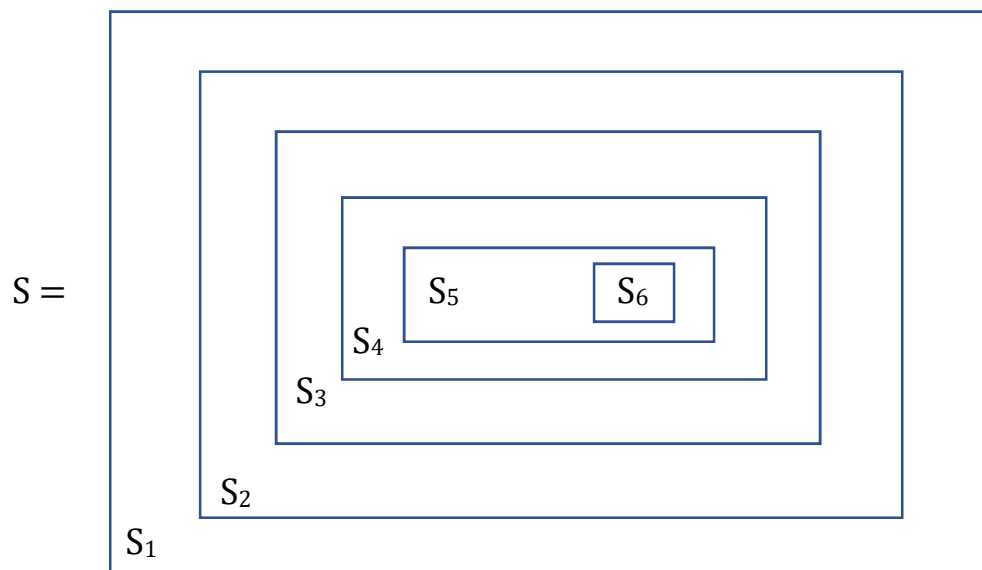
1. Mit Toth 2013 (a, b) können wir das innerhalb der allgemeinen Objekttheorie (vgl. Toth 2012) verwendete System-Modell wie folgt skizzieren.



Man beachte, daß  $\mathcal{R}[S, U] \neq \mathcal{R}[U, S]$  ist. In unserem Modell eines Wohnhauses (Toth 2013c) gilt ferner

$$S = [S_1, [S_2, [S_3, [S_4, [S_5, [S_6]]]]]],$$

d.h. S wird im Gegensatz zu U als hierarchisches System über (eingebetteten) Teilsystemen definiert.

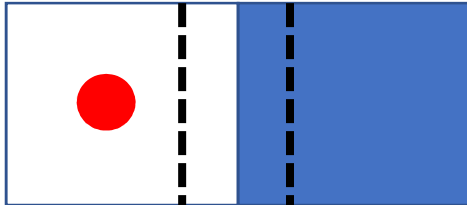


Die 7 durch

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

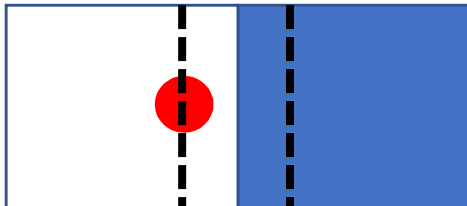
vorgegebenen heterarchischen Teile von  $S^*$  können nach Toth (2013a, b) als Stufen der präsentamentischen Einbettung von Objekten verstanden werden.

### 1. Präsentations-Stufe



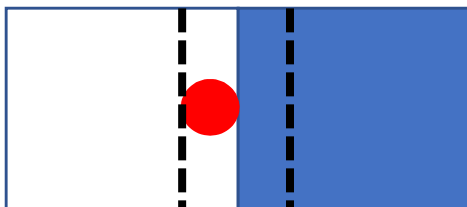
$$(\Omega \subset S) = [\blacksquare \square \square \square \square \square \square]$$

### 2. Präsentations-Stufe



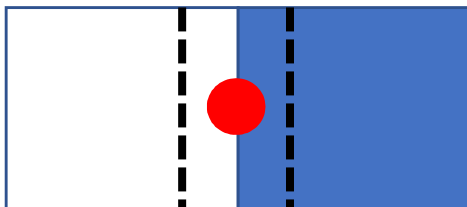
$$(\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square \blacksquare \square \square \square \square \square]$$

### 3. Präsentations-Stufe



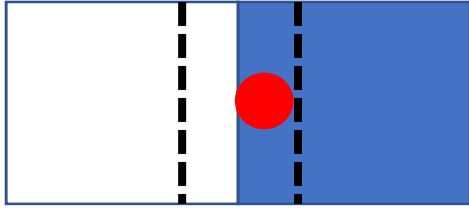
$$(\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) = [\square \square \blacksquare \square \square \square \square]$$

### 4. Präsentations-Stufe



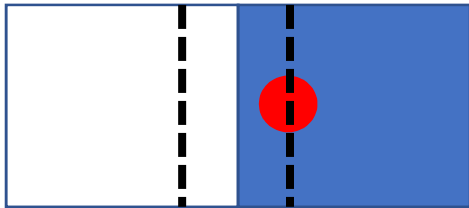
$$(\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square \square \square \blacksquare \square \square \square]$$

### 5. Präsentations-Stufe



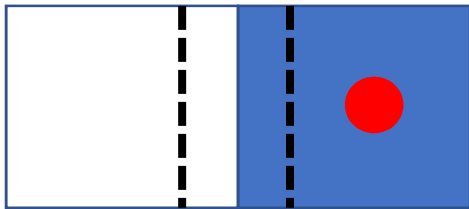
$$(\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) = [\square\square\square\square\square\blacksquare\square\square]$$

### 6. Präsentations-Stufe



$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\blacksquare\square]$$

### 7. Präsentations-Stufe



$$(\Omega \subset U) = [\square\square\square\square\square\square\square\blacksquare]$$

## 2. Systemische Grenzen

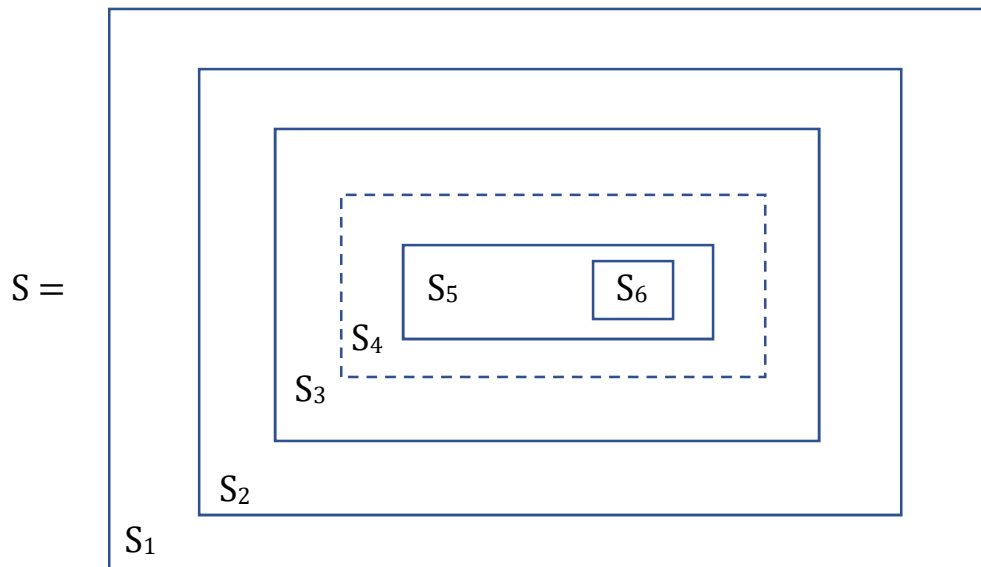
Neben den 6 Einbettungsgrenzen bei Wohnhäusern und den 7 durch  $S^*$  vorgegebenen Grenzen gibt es 3 allgemeine systemische Grenzen.

### 2.1. Materialitätsgrenze

	I	II	III	IV	V	VI	VII

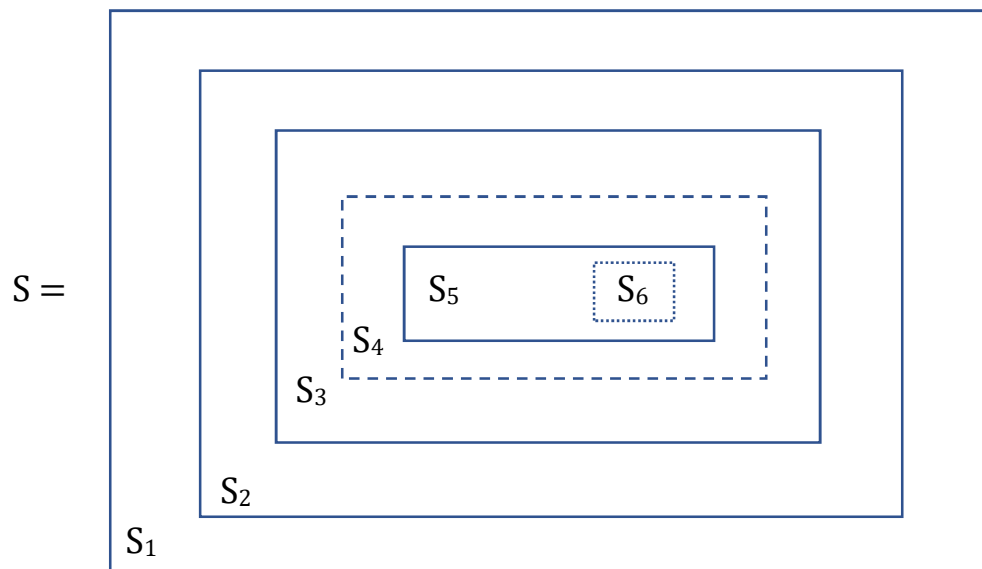
Gartentische sind, besonders dann, wie sie in Garten und also nicht in Pavillons oder unter Überdachungen stationär aufgestellt sind, üblicherweise aus anderem Material gefertigt als Tische, die im Innern von Häusern stehen. Grenzfälle wie Objekte in exessiven Sitzplätzen oder Balkonen, überdachten Adsystemen und Terrassen oder Veranden usw. wird im obigen Schema durch abnehmende Intensität der Färbung der Differenz-Teilsysteme Rechnung getragen. Die Materialitätsgrenze ist somit keine absolute, sondern eine relative Grenze.

## 2.2. Transitgrenze



Nach dem obigen, 6 Einbettungsstufen von  $S^*$  umfassenden Modell markiert also die Grenze zwischen  $S_4$  und  $S_5$  diejenige jeder einzelnen Wohnung relativ zum Treppenhaus. Sie ist somit gleichzeitig die Transit-Grenze, da alle Teilsysteme  $S_i$  mit  $i < 5$  Durchgangssysteme darstellen. Zu diesen gehört streng genommen auch, falls vorhanden, ein zur Umgebung eines Systems gehörender Zugang, der unter die 6. Präsentationstufe fällt. Die Transitgrenze ist somit eine absolute Grenze.

### 2.3. Subjekt-Objekt-Grenze



Eine weitere absolute Grenze ist die bereits seit längerem in die systemtheoretische Objekttheorie eingeführte S-O-Grenze. Sie liegt, wie im Schema angedeutet, zwischen S<sub>5</sub> und S<sub>6</sub>. Damit werden z.B. begehbare Schränke von nicht-begehbaren oder gefangene Räume wie Réduits, Speise- und Abstellkammern von Korridor-, Küchen-, Badezimmer- und anderen Einbauten unterscheidbar.

#### Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige Objekt-Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

## Der Schlund

1. "Es kömmt in der Kunst auf so Weniges wirklich an: die Findung unerleuchteter Hohlräume, unbekannte Sätze und Zimmer mitten im mühseligen Bergwerksgekrabbel des Lebens" (von Doderer 1967, S. 268).

2. "Die physisch-irdische Welt, in der man lebt, war zugleich der Inbegriff alles empirischen Seins. Jenseits des Weltozeans, über den Gipfeln der Berge und unmittelbar unter der Oberfläche der Erde begann schon die Transzendenz der Wirklichkeit" (Günther 2000, S. 31).

"Wesentlich für diese Weltanschauung war, daß die Erdlandschaft, abgesehen von ihrer strengen horizontalen Begrenzung (...) als eine zweidimensionale Daseinsebene erlebt wurde. Und zwar zwar es eine Ebene im mathematisch genauen Sinn des Wortes. Erhob man sich auch nur im Geringsten über sie oder drang man in Höhlen und unterirdischen Gängen auch nur ein wenig unter ihre Oberfläche, so begann schon der Abweg ins Jenseits. In den Höhlen lauerten Drachen (...). In den tieferen Schächten pochten und hämmerten spannenlange Wesen, die Zwerge (...). Überall, wo Pflanzen und Bäume ihre Wurzeln in den nährenden Boden senkten, erstreckte sich das Reich der Demeter und anderer Erdmütter. Ganz das Gleiche galt vom Wasser. Auch seine Tiefen bargen mystische Geheimnisse. Nur auf seiner Oberfläche war der Mensch erlaubt und eben geduldet. In den Wellen und unter ihnen spielten Tritonen und Nereiden und die ganze Hierarchie der Meeresgottheiten, ihre Herrschaft in immer tiefere Wasserschichten ausdehnend bis zu dem flüssigen Palast des Poseidon, dem obersten Gott aller Meere und dem ebenbürtigen Gatten der Erdmutter. Unter dem Palast aber lauerte im schlammigen Ozeanboden Leviathan, das Ungeheuer des uferlosen Weltozeans. (Günther 2000, S. 166 f.).

3. "Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden (...). Es tritt "das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt" (Bense 1952, S. 81).

"Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80).

4. Das Objekt als Präsentant des Seienden ist logisch positiv und systemtheoretisch inessiv. Das Zeichen als Repräsentant des Objektes ist logisch negativ und systemtheoretisch exessiv. Die exessive Definition der Primzeichen lautet

$$(.1.) = \langle \text{—}, \text{—} \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1.), \text{—} \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

d.h. die exessiven Leerstellen werden sukzessive in semiosis-generativer Ordnung durch Umgebungen der jeweiligen Primzeichen belegt. Die semiotische Erstheit ist somit ein kategoriales Etwas, das zwei kategoriale Etwas zu seiner Suppletion erfordert, aber kein kategoriales Etwas involviert. Die semiotische Zweitheit ist ein kategoriales Etwas, das ein kategoriales Etwas zu seiner Suppletion erfordert und ein kategoriales Etwas involviert. Die semiotische Drittheit ist ein kategoriales Etwas, das zwei kategoriale Etwas involviert und kein kategoriales Etwas zu seiner Suppletion erfordert (Toth 2013a, b).

5. Objekt und Zeichen bilden eine Dichotomie, die der logischen Dichotomie von Position und Negation folgt. Wie bereits Kronthaler (1986, S. 8) feststellte, kann keine der beiden Seiten der Dichotomie etwas enthalten, was die andere nicht enthält, da sie einander spiegeln. Für die Logik gilt daher bekanntlich

$$L = [p, n] = [p, p^{-1}] = [n, n^{-1}],$$

für Ontik und Semiotik gilt

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}]$$

und für System und Umgebung gilt

$$S = U^{-1} = [S, [S^{-1}]]$$



$$U = S^{-1} = [[U], U^{-1}].$$

Man kann somit ein System als konverse Umgebung definieren. Während also nach der topologischen Logik von Spencer-Brown (1969) das System als leere Fläche erscheint, in welche der Unterschied zwischen Außen und Innen bzw. System und Umgebung durch die Setzung eines Unterschieds kommt, gehen wir vom dreidimensionalen Raum aus und setzen einen Unterschied durch eine verkleinerte Kopie dieses dreidimensionalen Raumes, d.h. wir nehmen ein verkleinertes Stück dieses Raumes heraus und setzen es in diesen Raum. Danach sind Häuser Verkleinerungskopien des dreidimensionalen Raumes, Zimmer Verkleinerungskopien von Häusern, Schränke Verkleinerungskopien von Zimmern und Schachteln Verkleinerungskopien von Schränken. Während also ein System in der topologischen Logik durch Inessivität, d.h. durch das Setzen eines Unterschieds IN einen Raum erklärt wird, erklären wir in der systemtheoretischen Objekttheorie ein System durch Exessivität, d.h. durch das Setzen eines Unterschiedes AUS einem Raum. Das Spencer-Brownsche System ist inessiv und positiv, unser System ist exessiv und negativ. Inessiv-positive Systeme sind substantiv, exessiv-negative Systeme sind privativ, wie z.B. die sprachlichen Zeichen Loch, Tasse, Ring.

5. Da die beiden Seiten von Dichotomien wegen ihrer Spiegelsymmetrie austauschbar sind, ist es also besser, statt die beiden Seiten die Differenz zwischen ihnen zu definieren. Während jedoch in der klassischen Logik, der auch die topologische Logik Spencer-Browns verhaftet bleibt, die positiven Räume die inessiv-substantiven und die negativen Räume die exessiv-privativen sind, sind nach unserer Definition von Systemen als konversen Umgebungen die positiven Räume die exessiv-partitiven und die negativen Räume die inessiv-substantiven.

Während jedoch eine Höhle eine vorgegebene exessive Excavation des dreidimensionalen Raumes darstellt, stellt ein Bauwerk eine nicht-vorgegebene exessive Excavation dar. Nur das Subjekt, das in es hineingetreten ist, ist nach dieser Definition inessiv. "Das Ich ist Insein" (Bense 1930, S. 27). Dagegen ist das Subjekt, das einen als inessiv definierten Raum betritt, relativ zu ihm natürlich exessiv. Demzufolge wäre das Ich nicht In-, sondern Aus-Sein.

Spätestens dann also, wenn man in der Systemtheorie nicht nur die Objekte, sondern auch die Subjekte betrachtet, führt die klassisch-logische positive Systemdefinition in ein Paradox. Nicht-klassisch betrachtet sind also Systeme und die in sie eingebetteten Objekte AUS, die Subjekte in ihnen jedoch IN. Man könnte ansonsten gar keine Objekte in Systeme einbetten, da Einbettungen einen leeren, d.h. privativen und keinen vollen, d.h. substantiellen Raum erfordern. Das Wesentliche an einer Tasse ist nicht ihr substantieller Rand, sondern das Nichts, das ihn umgrenzt und durch diese Umgrenzung ermöglicht. Systeme bergen also, und Subjekte werden in ihnen und durch sie geborgen. Durch Einbettungen entbergen Subjekte das Bergen von Systemen. Es ist die die Exessivität von Systemen, welche den Subjekten durch ihr Bergen Schutz gibt, nur die Leere ist schützend, die Systeme und Objekte sind bedrohlich. Daher fürchtet man sich in Geisterbahnen nicht vor den leeren dunklen Korridoren, sondern vor den Erscheinungen der Objekte, die sie bergen.

## **Literatur**

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1930

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Spencer-Brown, George, Laws of Form. London 1969

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Excessive Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

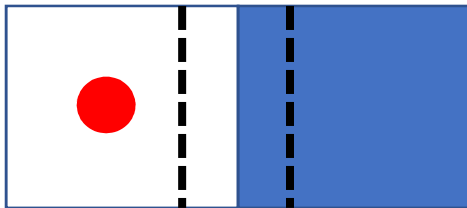
Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

von Doderer, Heimito, Der Grenzwald. München 1967

## Präsentationsstufen bei Zeichen

1. Gemäß der in Toth (2013a) begründeten Tatsache, daß nicht nur Objekte, sondern auch Zeichen präsentieren können, wird im folgenden das in Toth (2013b-d) eingeführte Modell ontischer Präsentationsstufen, die ein Objekt (vgl. Toth 2012) erfüllen muß, um präsentamentisch vollständig zu sein, auf Zeichen angewandt, d.h. es werden Beispiele angegeben, welche belegen, daß auch Zeichen nicht nur präsentieren, sondern, indem sie dies tun, sämtliche der 7 Präsentationsstufen des Modells durchlaufen können.

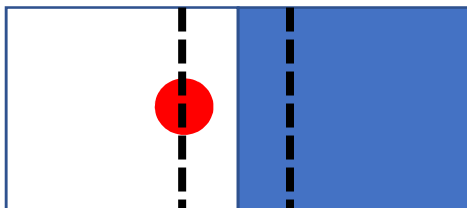
### 2.1. 1. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$$(\Omega \subset S) = [\blacksquare \square \square \square \square \square \square]$$

Tuast iatz ned glei deine Pratzn weg, Saupreiß, japanischer.  
Wir wollen Frieden schaffen, eine große Aufgabe.  
Gestern ist er auf Besuch bei mir gewesen, der Meier.

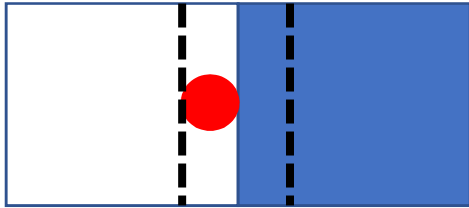
### 2.2. 2. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$$(\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square \blacksquare \square \square \square \square \square]$$

Tun Sie Ihre Füße da weg, Sie Lackel, Sie damischer.  
Es hat ihn wieder erwischt, Karl nämlich.  
S Zimmer ufgrummt, seb hani (schwzdt, "Das Zimmer aufgeräumt, das habe ich).

### 2.3. 3. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



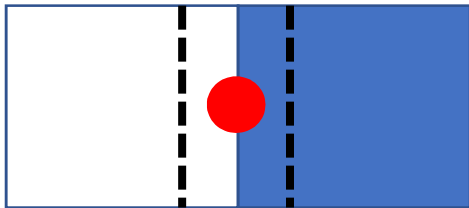
$$(\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

Komm ich heute nicht, so komm ich morgen.

Und wenn sie nicht gestorben sind, dann leben sie heute noch.

Haviand Hercules udieu que, schi dumandet el: ... (Decurtins 1905, S. 26, Engadinisch des 19. Jhs., "Nachdem H. das gehört hatte, so fragte er: ...")

### 2.4. 4. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$$(\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

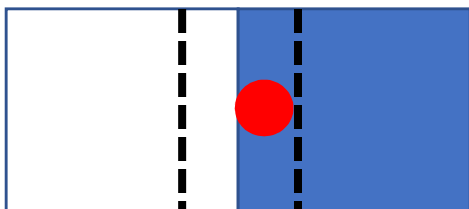
Echte Beispiele für die Grenze zwischen Innen und Außen bei Systemen und ihren Umgebungen sind nur die sog. Wendesätze.

Ich hasse Spinat ist gesund.

Ich werde niemals heiraten wir in der Kirche.

Ich möchte niemals Kinder sind für mich das Größte.

### 2.5. 5. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$$(\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

Wie gewonnen, so zerronnen.

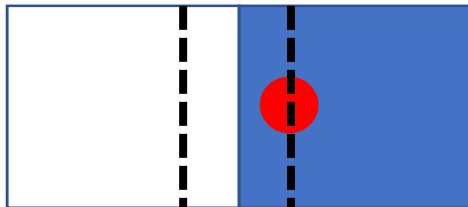
Wer wagt, (der) gewinnt.

Ferner gehören hierher sämtliche Prolepsen:

Iam ego te faciam, ut hic formicae frustillatim differant (Plaut. Curc. 576). (ego te faciam = ego faciam, ut [tu]) ...)

Servi, ancillae, si quis eorum sub centone crepuit, quod ego non sensi, nullum mihi vitium facit (sog. nominativi pendentes, Cato ap. Fest. ed. Jordan, S. 47).

## 2.6. 6. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\blacksquare\square]$

Hier gibt es, wie ausführlich bereits in Toth (1994) dargelegt, zwei Strategien.  
1. eine explizite Topikalisierung nach dem Muster mit konjugiertem Verbum in der Topikalisierungskonstruktion. 2. eine implizite oder verkürzte Topikalisierungsstrategie ohne konjugiertes Verb.

Beispiele zur 1. Strategie:

Es war einmal eine alter König, der hatte eine Tochter.

Il était une fois qui tomba malade.

homo quidam erat dives, is abiit ... (Vetus Latina, Luc. 19, 12).

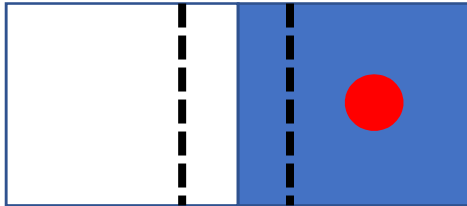
Beispiele zur 2. Strategie:

Das Mädchen, das hatte ihre Haare zu einem Zopf geflochten.

Il était un petit navire, qui n'était jamais navigué.

Quidam iuvenis nomine Philippus diligebat eum multum Alexander (Alexanderroman des Leo II 8).

## 2.7. 1. ontisch-semiotische Präsentationsstufe



$$(\Omega \subset U) = [\square\square\square\square\square\square\square\square]$$

Da pendente (absolute) Nominative nicht als Koda auftreten können, sind als echte Beispiele für die 7. Präsentationsstufe die sog. thematischen Infinitive zu betrachten.

Schwimmen tut er nicht.

Tanzen kann sie nicht.

Crescher cresch'el bien. (Surselvisch, "Wachsen wächst er gut.")

### Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Die präsentative Funktion von Zeichen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige Objekt-Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013d

## Semiotische Grenzen und Ränder

1. Ordnet man die zehn Peirceschen Zeichenklassen nach ihren trichotomischen Subrelationen vom Grade  $n$  und stellt man sie zu Paaren der Form  $\langle n, n+m \rangle$  mit  $m \geq 1$  zusammen, so kann man die semiotischen Grenzen zwischen je zwei Zeichenklassen durch  $n$ -Tupel von Subrelationen bestimmen.

### 1.1. Grenzen $\langle n, n+m \rangle$ für $m = 1$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

### 1.2. Grenzen $\langle n, n + m \rangle$ für $m = 2$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

1.3. Grenzen  $\langle n, n + m \rangle$  für  $m = 3$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3)),$$

usw.

2. Semiotische Ränder wurden in Toth (2013) durch folgende semiotischen Kategorien definiert

$$(.1.) = \langle -, - \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1., -) \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

Es besteht somit Isomorphie der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong \langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle.$$

Definition 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: (a.b)



$< (c.d)$ . Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung  $(b) < (d)$  und innerhalb der triadischen Teilordnung  $(a.) < (c.)$ .

Definition 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt:  $(a.b) > (c.d)$ . Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man " $<$ " durch " $>$ " ersetzt.

Für beide semiotischen Teilordnungen gilt dann

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

Für die triadischen Teilordnungen  $\text{Tr}$  und die trichotomischen Teilordnungen  $\text{Tt}$  gilt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

Wir können somit für jede Zeichenklasse die zugehörigen involvativen und suppletiven Relationen bilden.

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\begin{aligned}
\text{INV}(3.3, 2.3, 1.3) &= \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\} \\
&===== \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.2) &= \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.3) &= \{(3.2), (3.3), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.3, 1.3) &= \{(3.2), (3.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) &= \{(3.3), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) &= \{(3.3), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) &= (3.3) \\
\text{SUP}(3.3, 2.3, 1.3) &= \emptyset
\end{aligned}$$

Für jede Zkl gilt somit

$$(3.a, 2.b, 1.c)^\circ = \text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cup \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c),$$

$$\text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cap \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c) = \emptyset$$

$$\text{INV}(a, .b, .c) = \text{INV}(3., 2., 1.)^{-1}$$

$$\text{SUP}(a, .b, .c)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(3., 2., 1.)^{-1}_{\text{Tr}}.$$

Die Mengen der involvativen und der suppletiven Relationen jedes Zeichens partitionieren somit das zu jedem Zeichen komplementäre "semiotische Universum" (vgl. Bense 1983) entsprechend der Position jeder Subrelation innerhalb der triadischen und innerhalb der trichotomischen Ordnung der Primzeichen bzw. der semiotischen Kategorien.

3. Die Ränder von Grenzen bzw., dual dazu, die Grenzen von Rändern lassen sich semiotisch nun natürlich einfach durch die Schnittmengen beider bestim-

men. Für beschränken uns hier auf die Grenzen  $\langle n, n+m \rangle$  für  $m = 1$ . Sei  $\text{INV}(\text{Zkl}) = \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$  und  $\text{SUP}(\text{Zkl}) = \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$

3.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

3.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

3.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$

3.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

3.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

3.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$

3.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

3.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

3.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

Ferner haben wir den folgenden Satz der mathematischen Semiotik:

SATZ. Sei  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) = ((a.b), (c.d))$ . Dann gilt: Wenn  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) = G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) = \emptyset$  ist, dann ist  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_n) = (c.d)$  und  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_{n+1}) = (a.b)$ .

## Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I

1. Nach Toth (2013a) hat jedes Zeichen zwei Ränder, einen linken (involativen) Rand  $\mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$  und einen rechten, suppletiven Rand  $\mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$ . Nach Toth (2013b) können die Grenzen zwischen zwei (nicht notwendig adjazenten) Zeichen durch  $G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) = \text{Zkl}_i \cap \text{Zkl}_j$  bestimmt werden. Die Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen von Zeichen bestimmen sich daher durch

$$Q = (G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_i), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_i), \\ G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_j), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_j)).$$

Im folgenden wird eine schematische Darstellungsweise für die semiotischen Grenzen und Ränder von Paaren adjazenter Zeichenklassen eingeführt, um den am Schluß von Toth (2013b) formulierten Satz der algebraischen Semiotik zu illustrieren. Grenzen werden blau, Ränder grün und Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen rot markiert.

2.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$


Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

2.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$


Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

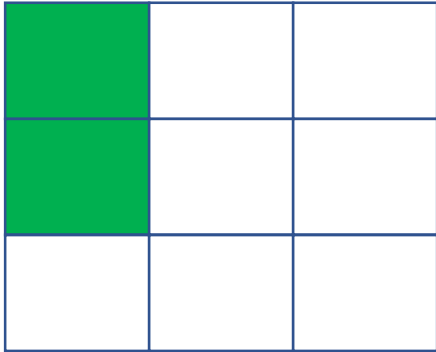

2.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

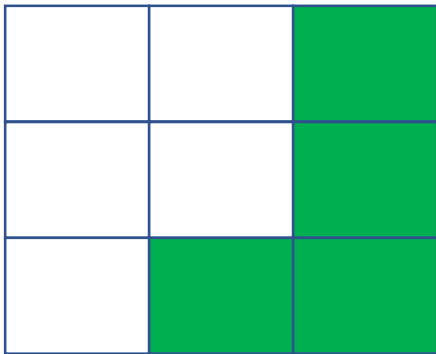

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



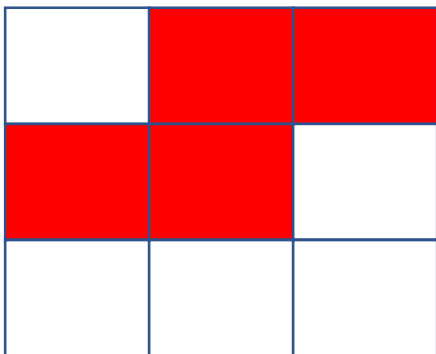
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$



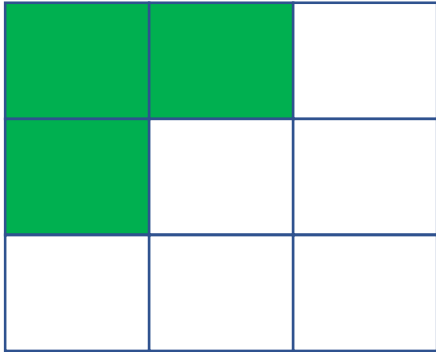
2.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

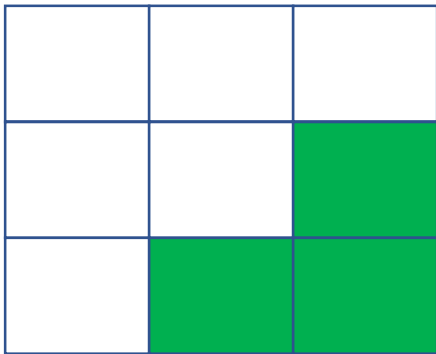

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$



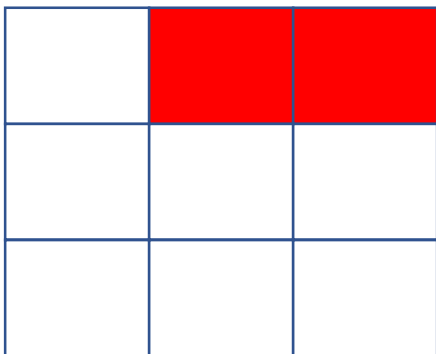
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$



2.5.

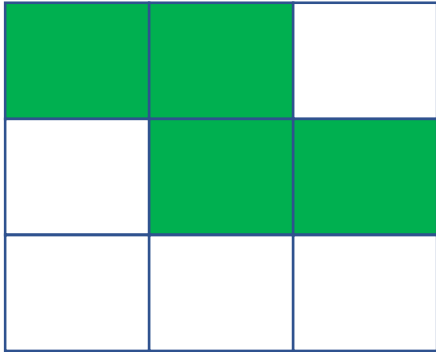
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

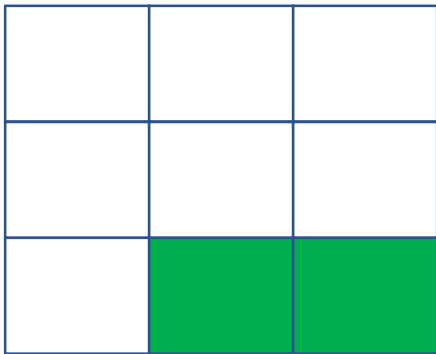

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$




$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$



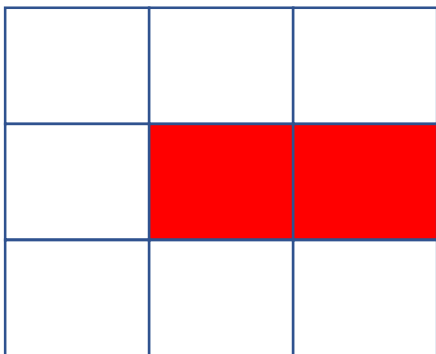
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



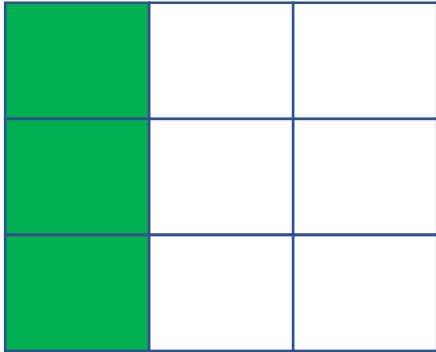
2.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

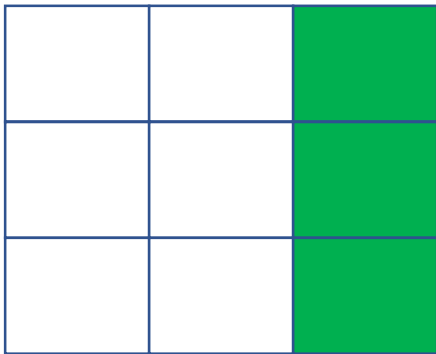

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



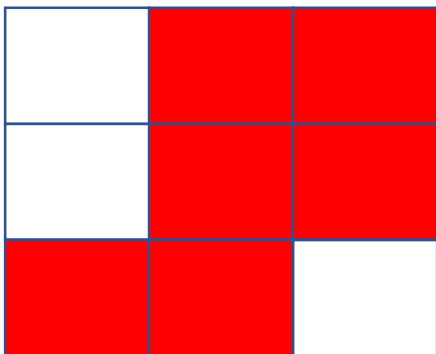
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$



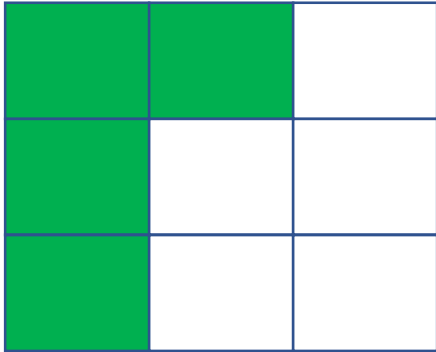
2.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

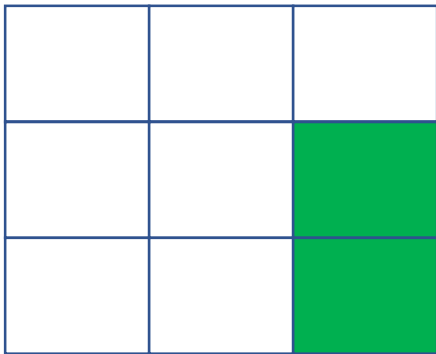

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



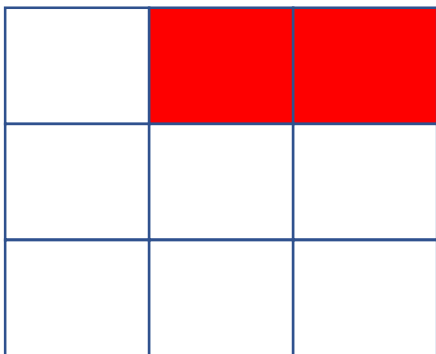
Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$



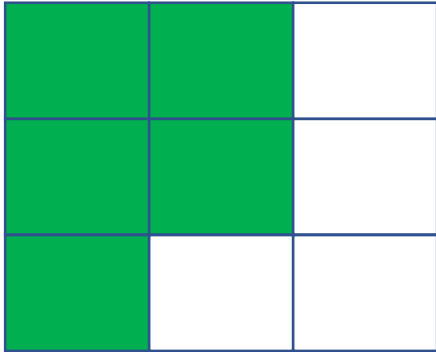
2.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

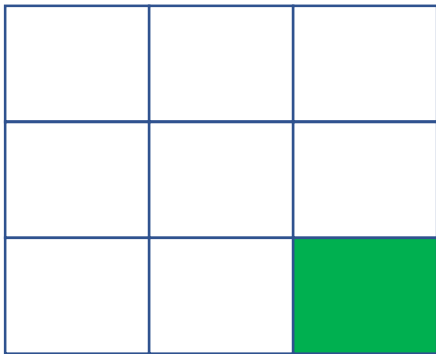

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



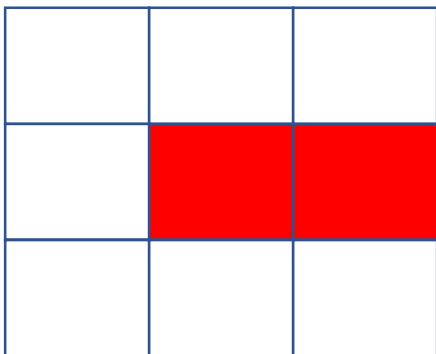
Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



2.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$




$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$


Der in Toth (2013b) erhaltene Satz der algebraischen Semiotik lautet

SATZ. Sei  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) = ((a.b), (c.d))$ . Dann gilt: Wenn  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) = G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) = \emptyset$  ist, dann ist  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_n) = (c.d)$  und  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_{n+1}) = (a.b)$ .

Ist  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) \neq \emptyset$  oder  $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) \neq \emptyset$ , dann gilt der Satz selbstverständlich nicht. Allerdings ist vorderhand unklar, ob es Sätze gibt, welche diese Resultate beschreiben.

## Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder II

1. Nach Toth (2013a) hat jedes Zeichen zwei Ränder, einen linken (involvierten) Rand  $\mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$  und einen rechten, suppletiven Rand  $\mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$ . Nach Toth (2013b) können die Grenzen zwischen zwei (nicht notwendig adjazenten) Zeichen durch  $G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) = \text{Zkl}_i \cap \text{Zkl}_j$  bestimmt werden. Die Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen von Zeichen bestimmen sich daher durch das Quadrupel

$$Q = (G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_i), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_i), \\ G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_j), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_j)).$$

Im folgenden werden im Anschluß an Toth (2013c) Paare von nicht-adjazenten Zeichenklassen untersucht und auf diese Weise der innerhalb der Semiotik bislang nicht definierbare Begriff der Nachbarschaft definiert.

2.1. Die Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft  $\langle n, n+m \rangle$  mit  $m = 1$  wurden bereits in Toth (2013a, b) untersucht.

2.2. Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft  $\langle n, n + m \rangle$  mit  $m = 2$ .

2.2.1.  $G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.2.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

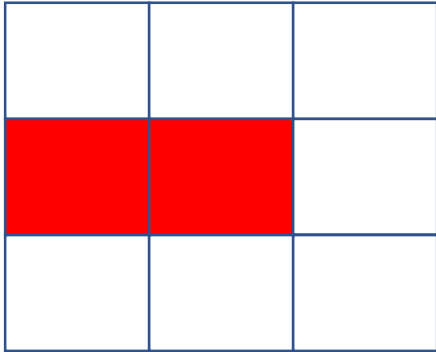

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

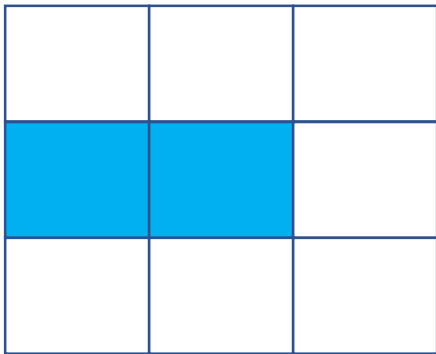
$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

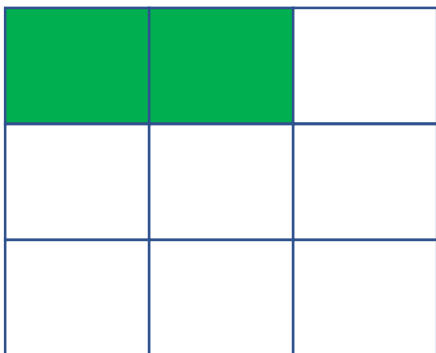
$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$



$$2.2.3. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$


Wir haben somit

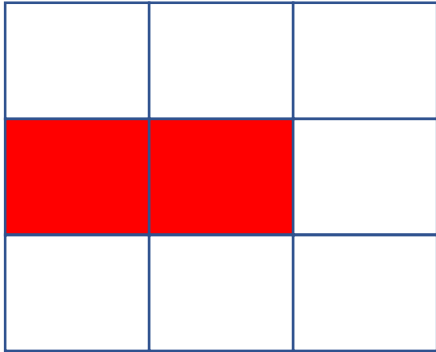
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$



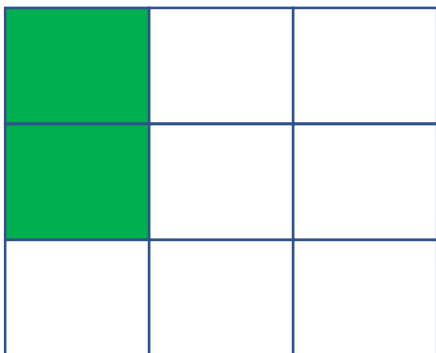
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$



$$2.2.4. G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.2.5. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$


$$2.2.6. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

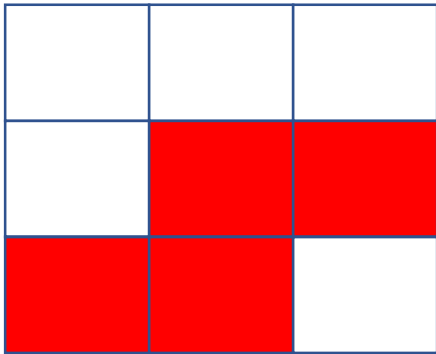

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

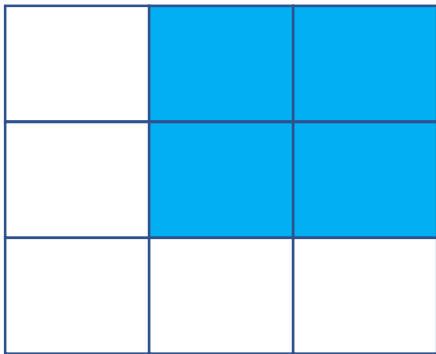
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$



$$2.2.7. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$


Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 1.2)$$



$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.2.8. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.2.9. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

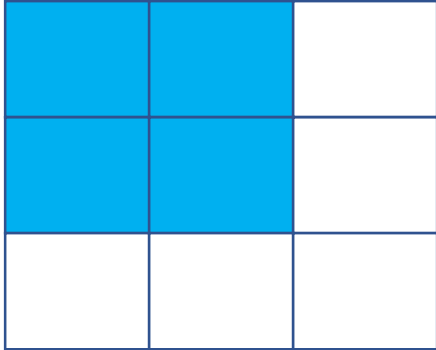
$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

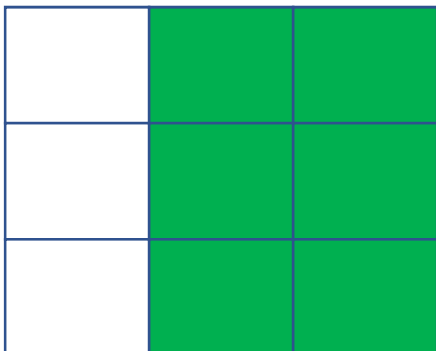

2.3. Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft  $\langle n, n + m \rangle$  mit  $m = 3$

$$2.3.1. G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

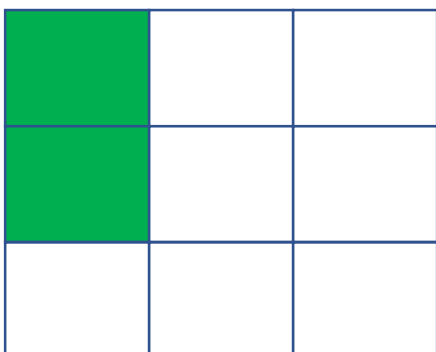


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$


Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$


$$2.3.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.3.2. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$




$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

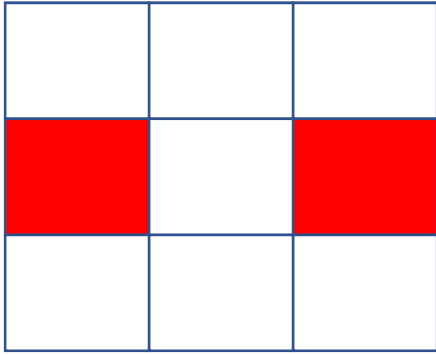
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

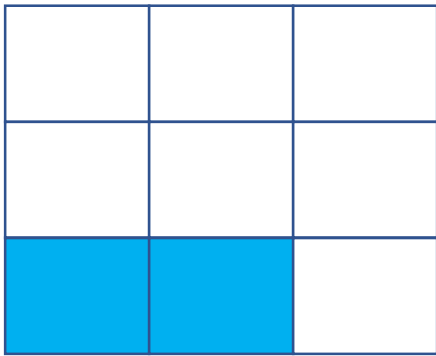
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1)$$

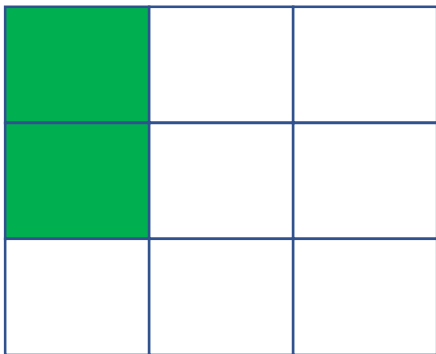
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



2.3.3.  $G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$



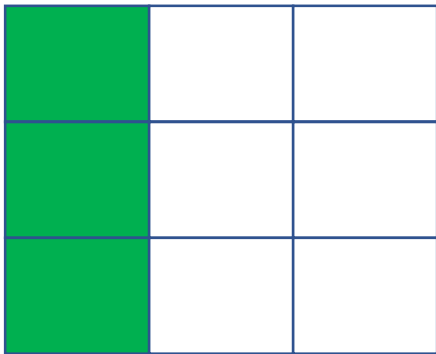
$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



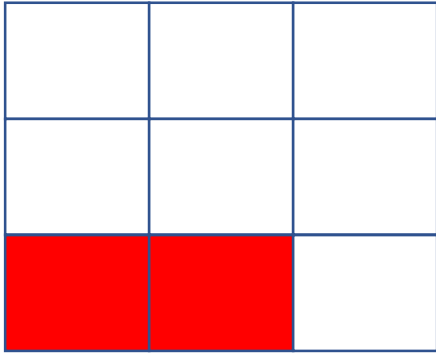
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

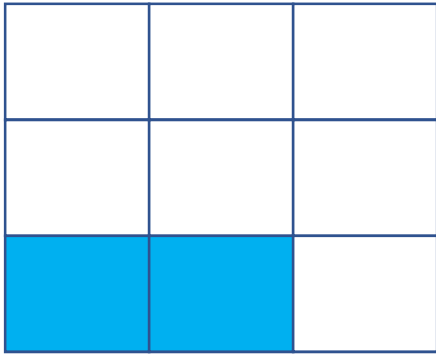
$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

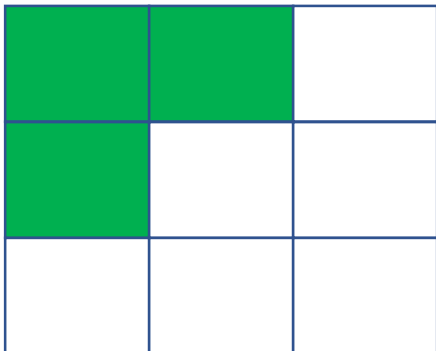
$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$



$$2.3.4. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

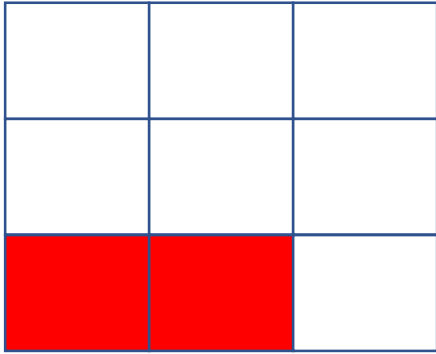

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

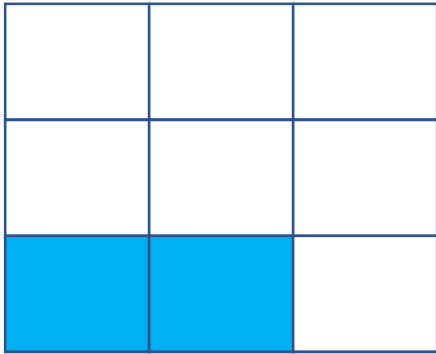
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

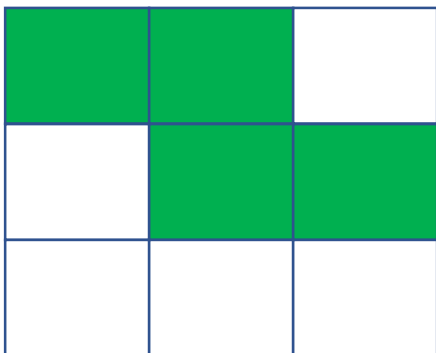
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$



$$2.3.5. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

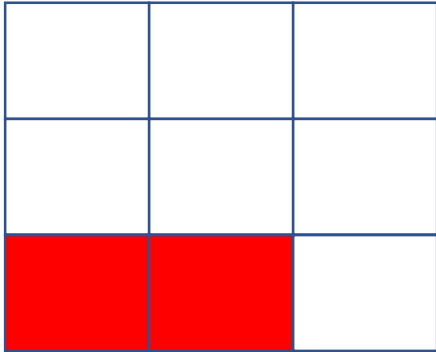

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

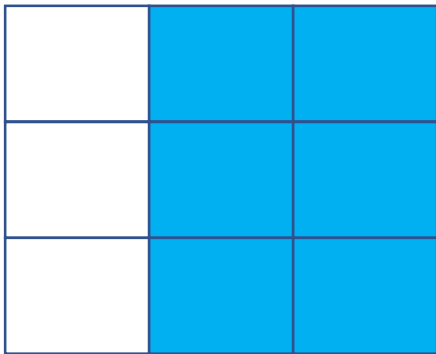
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



$$2.3.6. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$





$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

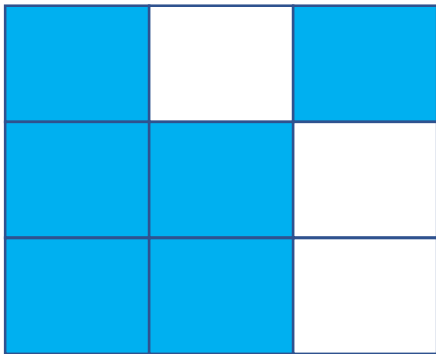
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2, 3.2)$$

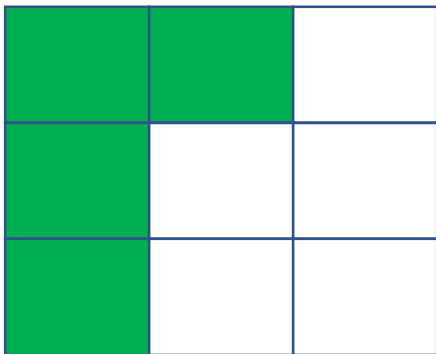
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



$$2.3.7. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

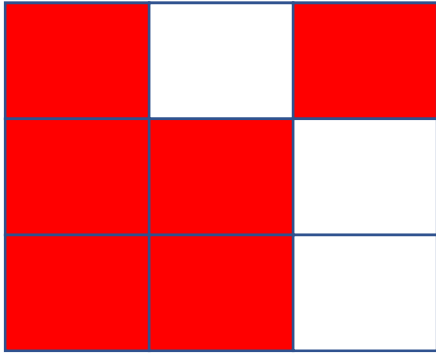

Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

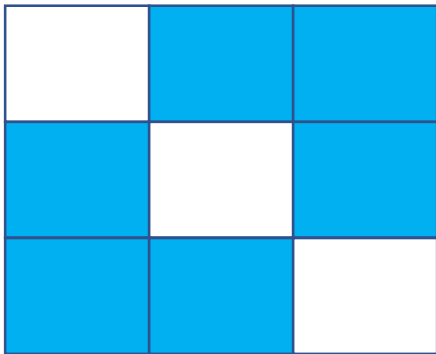
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

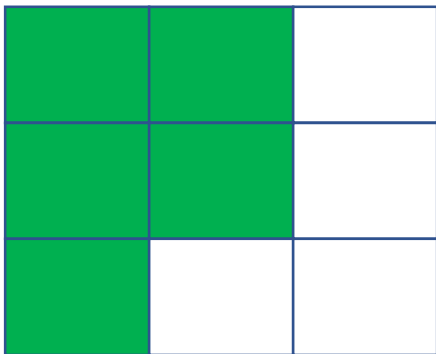
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2, 3.2).$$



$$2.3.8. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

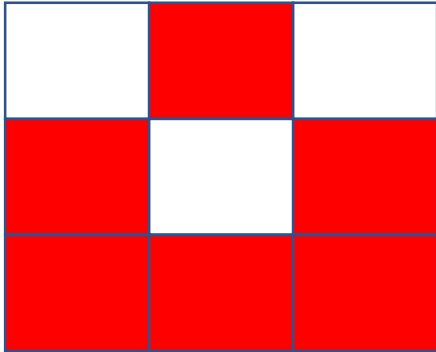

Wir haben somit

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.2).$$



3.1. Wir können somit den neuen Begriff der semiotischen Nachbarschaft durch

$$N = \Delta_{i,j}(Zkl_i, Zkl_j)$$

definieren. Die Nachbarschaft zweier Zeichen ist somit umso größer, je kleiner  $\Delta_{i,j}$  ist. Wie man erkennt, führt die Erhöhung von  $\Delta_{i,j}$  zu äußerst interessanten semiotischen topologischen Räumen.

3.2. Ab einer bestimmten, d.h. vorerst noch nicht bekannten, Größe von  $\Delta_{i,j}$  partitionieren die Grenzränder die semiotische Nachbarschaft, vgl.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

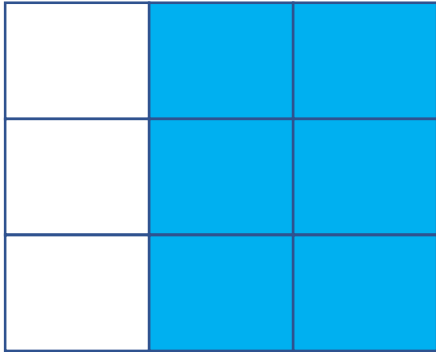
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

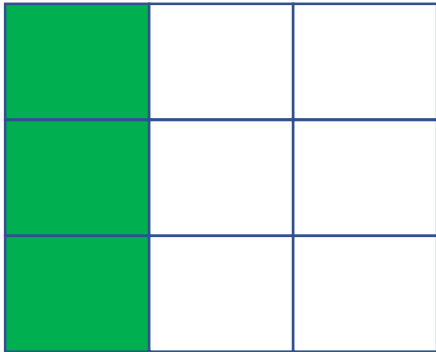
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

3.3. Unter bestimmten, ebenfalls vorerst noch nicht bekannten, Bedingungen besteht Komplementarität zwischen den topologischen Räumen semiotischer Nachbarschaften sowie linken und rechten Rändern, vgl.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



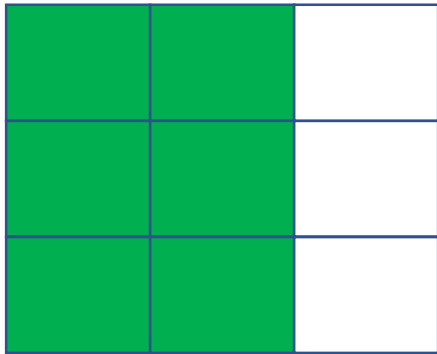
$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

3.4. Durch diese Abbildungen topologischer semiotischer Nachbarschaftsräume auf die Ränder der in Nachbarschaft stehenden Zeichen werden ferner in bestimmten Fällen reguläre Zeichenklassen bzw. Permutationen von ihnen erzeugt (vgl. Kap. 3.3. u. 2.2.9). Werden zwei Zeichenklassen erzeugt, so können diese, wie in 3.3., zueinander adjazent sein oder auch nicht. Ein Beispiel für ein Paar gleitgespiegelter Zeichenklassen ist in 2.3.8. Ein ebenfalls noch unbewiesener Satz der topologischen Semiotik lautet:

SATZ. Je größer  $\Delta_{i,j}$  ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Abbildung semiotischer Nachbarschaftsräume auf die Ränder der in einer Nachbarschaftsrelation stehenden Zeichenklassen Zeichenklassen bzw. Permutationen von Zeichenklassen generiert.

Insgesamt stellt die Untersuchung von semiotischer Nachbarschaft, Grenzen, Rändern und Grenzrändern ein Paradebeispiel für qualitative Differenzierung von Quantitäten dar. In diesem Beitrag und seinem Vorgänger (Toth 2013c) wurden die Qualitäten innerhalb der semiotischen topologischen Räume daher mit Farben markiert.

## Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b



Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

## Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder

1. Im Anschluß an die drei Vorgängerstudien zur topologischen Semiotik und ihrer zentralen Begriffe der semiotischen Nachbarschaft, linker (involvativer) und rechter (suppletiver) Ränder, von Grenzen und sog. Grenzrändern (vgl. Toth 2013a, b) soll im folgenden eine Darstellungsweise geboten werden, die es ermöglicht, für jedes Paar aus den 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen aufgrund der Nachbarschaften für  $\Delta_{i,j} = \{1, 2, 3\}$  die isomorphen sowie homomorphen Grenzen, Ränder und Grenzränder auf einfache Weise festzustellen. Dieser "Service-Artikel" dient natürlich dazu, einerseits die bereits in den Vorgängerstudien formulierten und vorerst noch unbewiesenen Sätze der topologischen und algebraischen Semiotik ihren Beweisen entgegenzuführen und andererseits die Aufdeckung weiterer Sätze und Lemmata zu ermöglichen.

### 2.1. $\Delta_{i,j} = 1$

#### 2.1.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

#### Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

#### 2.1.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$

2.1.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$

2.1.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.  $\Delta_{ij} = 2$

2.2.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Grenzünder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzünder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

### 2.2.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

### 2.2.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



2.2.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

2.2.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

2.2.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.  $\Delta_{ij} = 3$

2.3.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

2.3.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

2.3.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2, 3.2).$$

2.3.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.2).$$

### **Literatur**

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b



1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-c).

2.1.  $(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1).$$


2.2.  $(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) = (1.3, 2.1, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1).$$


$$2.3. (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$


2.4.  $(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2)$

$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$

Grenzränder:

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$


2.5.  $(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.6. (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) = (2.3, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

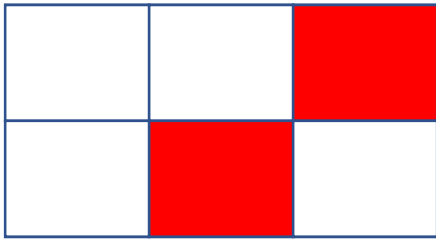
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3).$$

--	--	--



$$2.7. (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) = (1.2, 2.1, 2.3, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.1, 3.2, 3.3)$$

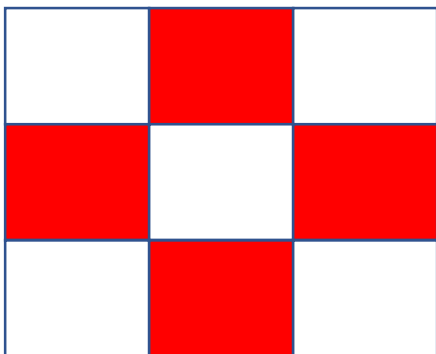
Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$



$$2.8. (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$


$$2.9. (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) = (1.3, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = (3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$


$$2.10. (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

--	--	--


### 3. Feststellungen

3.1.  $G(Zkl_i, Zkl_j) = (Zkl_i \cup Zkl_j) \setminus (Zkl_i \cap Zkl_j)$ .

3.2.  $\mathcal{R}_\lambda(Zkl)$  und  $\mathcal{R}_\rho(Zkl)$  bei Trichotomien,  $\mathcal{R}_\lambda(Rth)$  und  $\mathcal{R}_\rho(Rth)$  sind orthogonal zu einander (links = oben, rechts = unten).

3.3.  $G(Rth) = \times G(Zkl)$ .

3.4. 4-elementige Grenzen trotz homogenen Thematisation weisen die folgenden beiden Dualsysteme auf.

2.4.  $(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$

2.8.  $(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$

### Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

### Paarweiser Zusammenhang von Zeichengrenzen



1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-d).

2.1.  $\Delta_{ij} = 1$

$$G_1((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$G_2((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G_1 \cap G_2 = (1.2)$$

$$G_3((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G_4((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$G_3 \cap G_4 = (1.2, 1.3, 2.2)$$

$$G_5((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$G_6((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G_5 \cap G_6 = (1.3, 2.2, 2.3)$$

$$G_7((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G_8((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$G_7 \cap G_8 = \emptyset$$

$$G_9((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$G_{10}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$G_9 \cap G_{10} = \emptyset$$

2.2.  $\Delta_{ij} = 2$

$$G_1((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$G_2((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

$$G_1 \cap G_2 = \emptyset$$

$$G_3((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$G_4((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G_3 \cap G_4 = (2.2)$$

$$G_5((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

$$G_6((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$

$$G_5 \cap G_6 = (3.1, 3.2)$$

$$G_7((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G_8((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$

$$G_7 \cap G_8 = \emptyset$$

$$G_9((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

$$G_{10}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$G_9 \cap G_{10} = (1.1, 1.3)$$

2.3.  $\Delta_{ij} = 3$

$$G_1((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$G_2((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G_1 \cap G_2 = (1.2, 2.1, 2.2)$$

$$G_3((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$

$$G_4((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$

$$G_3 \cap G_4 = \emptyset$$

$$G_5((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G_6((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G_5 \cap G_6 = (3.1, 3.2)$$

$$G_7((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G_8((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$G_7 \cap G_8 = (1.3, 2.2, 3.2)$$

$$G_9((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G_{10}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$G_9 \cap G_{10} = (1.2, 2.1)$$

### 3. Feststellungen

1. Leere vs. nicht-leere Schnittmenge semiotischer Grenzen. Nicht-leere Schnittmenge monadisch, dyadisch oder triadisch, jedoch nicht n-adisch für  $n > 3$ .
2. Bei dyadischer Schnittmenge Dualrelationen und Nicht-Dualrelationen, jedoch keine Binnensymmetrie.
3. Keine signifikante Beeinflussung der Schnittmengen mit sinkender semiotischem Nachbarschaftsgrad  $\Delta_{i,j}$ .

### **Literatur**

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-e). Im Anschluß an Toth (2008) unterscheiden wir zwischen Voll-, Binnen- und Spiegelsymmetrie.

## 2.1. Vollsymmetrie

$$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3} \quad \underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$$

$$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3} \quad \underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$$

$$\underline{3.2\ 1.1\ 2.3} \quad \underline{2.3\ 1.1\ 3.2}$$

$$\underline{3.2\ 1.1\ 2.3} \quad \underline{2.3\ 1.1\ 3.2}$$

$$2.1.1. (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$2.1.2. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 1.3, 3.3)$$

## 2.2. Binnensymmetrie

$$\underline{2.1\ 3.1\ 1.2} \quad \underline{1.2\ 3.1\ 2.1}$$

$$\underline{2.1\ 1.3\ 1.2} \quad \underline{1.2\ 1.3\ 2.1}$$

$$\underline{3.1\ 2.1\ 1.3} \quad \underline{1.3\ 2.1\ 3.1}$$

$$\underline{3.1\ 1.2\ 1.3} \quad \underline{1.3\ 1.2\ 3.1}$$

$$\underline{3.1\ 2.3\ 1.3} \quad \underline{1.3\ 2.3\ 3.1}$$

3.1 3.2 1.3          1.3 3.2 3.1

3.2 1.2 2.3          2.3 1.2 3.2

3.2 2.1 2.3          2.3 2.1 3.2

3.2 1.3 2.3          2.3 1.3 3.2

3.2 3.1 2.3          2.3 3.1 3.2

2.1 3.3 1.2          1.2 3.3 2.1

2.1 3.3 1.2          1.2 3.3 2.1

2.2.1. (3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)

$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) = (1.3, 3.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = (1.1)$

$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$

2.2.2. (3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$

2.2.3. (3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) = (2.3, 3.2)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.2)$$

$$2.2.4. (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

$$2.2.5. (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) = (1.3, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = (3.3)$$

$$2.2.6. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

### 2.3. Spiegelsymmetrie

$$\begin{array}{cccccc} \underline{3.1\ 2.2\ 1.1} & \underline{3.1\ 1.1\ 2.2} & \underline{2.2\ 3.1\ 1.1} & \underline{2.2\ 1.1\ 3.1} & \underline{1.1\ 3.1\ 2.2} & \underline{1.1\ 2.2\ 3.1} \\ \underline{1.1\ 2.2\ 1.3} & \underline{2.2\ 1.1\ 1.3} & \underline{1.1\ 1.3\ 2.2} & \underline{1.3\ 1.1\ 2.2} & \underline{2.2\ 1.3\ 1.1} & \underline{1.3\ 2.2\ 1.1} \end{array}$$

<u>3.2 2.2 1.1</u>	<u>3.2 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.2</u>	<u>1.1 3.2 2.2</u>	<u>1.1 2.2 3.2</u>
<u>1.1 2.2 2.3</u>	<u>2.2 1.1 2.3</u>	<u>1.1 2.3 2.2</u>	<u>2.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 2.3 1.1</u>	<u>2.3 2.2 1.1</u>
<u>3.3 2.1 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.1</u>	<u>2.1 3.3 1.1</u>	<u>2.1 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.1</u>	<u>1.1 2.1 3.3</u>
<u>1.1 1.2 3.3</u>	<u>1.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 1.2</u>	<u>3.3 1.1 1.2</u>	<u>1.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 1.2 1.1</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>
<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>
<u>3.3 2.2 1.2</u>	<u>3.3 1.2 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.2</u>	<u>2.2 1.2 3.3</u>	<u>1.2 3.3 2.2</u>	<u>1.2 2.2 3.3</u>
<u>2.1 2.2 3.3</u>	<u>2.2 2.1 3.3</u>	<u>2.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 2.1</u>	<u>3.3 2.2 2.1</u>
<u>3.3 2.2 1.3</u>	<u>3.3 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.3</u>	<u>1.3 3.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.3</u>
<u>3.1 2.2 3.3</u>	<u>2.2 3.1 3.3</u>	<u>3.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 3.1</u>	<u>3.3 2.2 3.1</u>
<u>3.3 2.3 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.3</u>	<u>2.3 3.3 1.1</u>	<u>2.3 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.3</u>	<u>1.1 2.3 3.3</u>
<u>1.1 3.2 3.3</u>	<u>3.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 3.2</u>	<u>3.3 1.1 3.2</u>	<u>3.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 3.2 1.1</u>

2.3.1.  $(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) = (1.3, 3.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$

$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$

2.3.2.  $(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$

$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) = (2.3, 3.2)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$



2.3.3.  $(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$

$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) = (1.2, 2.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$

$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$

2.3.4.  $(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$

$G((3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)) = \emptyset$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$

$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$

2.3.5.  $(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$

$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) = (1.2, 2.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$

$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$

$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$

2.3.6.  $(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$

$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) = (1.3, 3.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

$$2.3.7. (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) = (1.3, 3.1, 2.3, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset$$

### 3. Feststellungen

Nur in den beiden Fällen von semiotischer Vollsymmetrie ist systembedingt  $G = \emptyset$ :

$$2.1.1. (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$2.1.2. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

In beiden Fällen liegt Eigenrealität vor (vgl. Bense 1992), allerdings ist sie nur im Falle von 2.1.1. ins Peirce-Bensesche 10er-System integriert, da 2.1.2. gegen die trichotomische Inklusionsordnung verstößt. Neben diesen beiden gibt es nur noch zwei weitere Fälle von  $G = \emptyset$ :

$$2.2.6. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$2.3.4. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3).$$

In 2.3.4. liegt die sog. Kategorienklasse vor, bei der Bense (1992) "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" konstatierte. Während der strukturelle Unterschied zwischen 2.1.1. und 2.1.2. darin besteht, daß in 2.1.1. die Binnensymmetrie zentral und in 2.1.2. marginal ist, besteht der Unterschied zwischen 2.2.6. und 2.3.4. darin, daß in 2.2.6. die dyaden-interne Binnensymmetrie von 2.3.4. auf ein Paar von Dyaden distribuiert ist.

## Literatur

- Toth, Alfred, Eigenrealität und Symmetrie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008
- Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a
- Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b
- Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c
- Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d
- Toth, Alfred, Paarweiser Zusammenhang von Zeichengrenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e

## Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme

1. Vgl. zur Topologie der semiotischen Ränder, Grenzen und Grenzränder/Randgrenzen Toth (2013a-e). Die 10 Peirce-Benseschen Dualsysteme sind eine Teilmenge der  $3^3 = 27$  möglichen, aus der Menge der Primzeichen  $P = (.1., .2., .3.)$  (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) herstellbaren triadisch-trichotomischen semiotischen Relationen. Nachdem in Toth (2013e) die regulären 10 Dualsysteme untersucht worden waren, beschäftigen wir uns im folgenden mit den 17 irregulären. Diese 17 Dualsysteme sind irregulär, weil sie gegen die inklusive semiotische Ordnung (3.a, 2.b, 1.c) mit  $a \leq b \leq c$  verstoßen. Lediglich ein Dualsystem, das als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix fungierende Dualsystem  $(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$ , hat in der Benseschen Semiotik eine gewisse Würdigung erhalten (vgl. Bense 1992).

Vollständiges System aller 27 triadisch-trichotomischen Relationen.

(3.1, 2.1, 1.1)	*(3.1, 2.2, 1.1)	*(3.1, 2.3, 1.1)
(3.1, 2.1, 1.2)	(3.1, 2.2, 1.2)	*(3.1, 2.3, 1.2)
(3.1, 2.1, 1.3)	(3.1, 2.2, 1.3)	(3.1, 2.3, 1.3)
*(3.2, 2.1, 1.1)	*(3.2, 2.2, 1.1)	*(3.2, 2.3, 1.1)
*(3.2, 2.1, 1.2)	(3.2, 2.2, 1.2)	*(3.2, 2.3, 1.2)
*(3.2, 2.1, 1.3)	(3.2, 2.2, 1.3)	(3.2, 2.3, 1.3)
*(3.3, 2.1, 1.1)	*(3.3, 2.2, 1.1)	*(3.3, 2.3, 1.1)
*(3.3, 2.1, 1.2)	*(3.3, 2.2, 1.2)	*(3.3, 2.3, 1.2)
*(3.3, 2.1, 1.3)	*(3.3, 2.2, 1.3)	(3.3, 2.3, 1.3)

2. Grenzen, Ränder und Grenzränder/Randgrenzen der irregulären semiotischen Dualsysteme

2.1.  $(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$


$$2.2. (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (3.2, 3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$


$$2.3. (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (3.2, 3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (3.1, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$


$$2.4. (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = (3.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = (1.3)$$

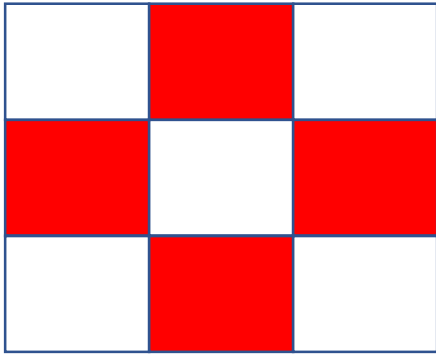
$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$



$$2.5. (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = (3.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$


$$2.6. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$


$$2.7. (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$


$$2.8. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$2.9. (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$


$$2.10. (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$


$$2.11. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.12. (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (3.1, 3.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = (2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$2.13. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.14. (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$2.15. (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$2.16. (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$2.17. (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

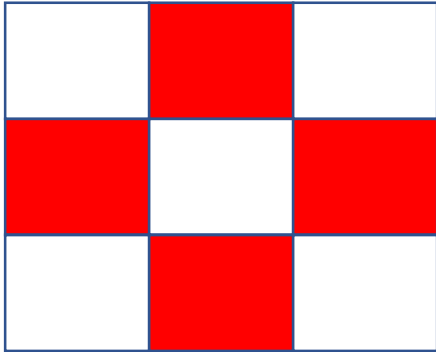
$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$



### 3. Feststellungen

3.1.  $G = \emptyset$ : (2.8., 2.11., 2.13.).

3.2. 2./4. statt 1./3. G-Position =  $\emptyset$ : (2.9., 2.12., 2.14. bis 2.17.). Nur in 2.17 mit Dyaden statt Monaden in 1. und 3. G-Position.

3.3. Gleiche Grenzränder/Randgrenzen haben

(2.1., 2.15.), (2.4, 2.17.),

(2.5., 2.7., 2.16.), (2.9., 2.10., 2.14.).

Singulär sind: (2.2), (2.12.)

3.4. Strukturell auffällig sind (2.3.) und (2.6.), da hier nur die Nebendiagonale unbesetzt ist (Leerstellen = Platzhalter der Subrelationen der Eigenrealität!).

3.5. Korrespondenzen von Randgrenzen/Grenzrändern regulärer Dualsysteme mit irregulären.

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)].$$

$[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$  keine Korrespondenz .

$$[(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)].$$

$$[(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$

$$[(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$

$$[(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)] \cong_G [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)].$$

Nun finden sich aber weitere Isomorphien unter den regulären Dualsystemen

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)]$$

D.h. wir können die obigen Korrespondenzen wie folgt vereinfachen

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)].$$

$[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$  keine Korrespondenz .

$$[(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)].$$

$$[(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)] \cong_G [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$



Auffällig ist also in Sonderheit, daß der Mittel-thematisierte Interpretant überhaupt keine Grenzrand/Randgrenzen-Korrespondenz besitzt. Generell besitzen somit sämtliche 17 irregulären semiotischen Relationen isomorphe Grenzünder/Randgrenzen mit sämtlichen 10 regulären semiotischen Relationen. Damit besteht also strukturell-semiotisch eine Form von Homöostasis zwischen den beiden Partitionen der totalen Menge von 27 semiotischen Relationen in Ergänzung zu derjenigen, die Walther (1982) für die Teilmenge der 10 regulären semiotischen Relationen qua Eigenrealität nachgewiesen hatte.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen symmetrischer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

## Strukturen eigenrealer Nachbarschaften

1. Vgl. zur Topologie der semiotischen Ränder, Grenzen und Grenzränder/  
Randgrenzen Toth (2013a-e).

$$2.1. G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.1, 1.3), (2.1, 2.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

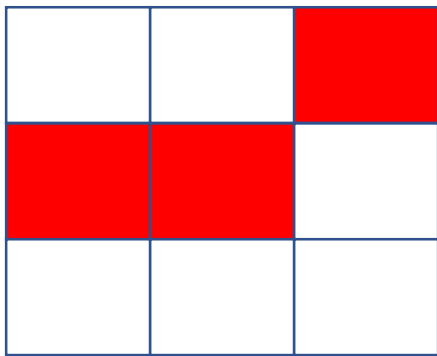
$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$



$$2.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.2, 1.3), (2.1, 2.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$


$$2.3. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$


$$2.4. G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$


$$2.5. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = \emptyset \text{ (automorphe Grenze)}$$

$$2.6. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$


$$2.7. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.2, 1.3), (3.1, 3.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$


$$2.8. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$


$$2.9. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (3.1, 3.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.2)$$


$$2.10. G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$


Bekanntlich besagt das von Walther (1982) entdeckte Prinzip der eigenrealen Determinantensymmetrie, daß die Zeichenklasse (3.1, 2.2, 1.3) in mindestens einem und höchstens zwei Subrelationen mit jeder der übrigen neun Peirce-

Benseschen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zusammenhängt. Unsere Studie ergänzt diesen semiotischen Satz durch einen weiteren:

SATZ. Für jedes semiotische Dualsystem existiert ein Grenzrand, von dessen Elementen mindestens eine und höchstens zwei Subrelationen mit jeder der zehn Peirce-Benseschen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zusammenhängt.

## **Literatur**

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen symmetrischer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e



## Strukturen kategorienrealer Nachbarschaften

1. Vgl. zur Topologie der semiotischen Ränder, Grenzen und Grenzränder/Randgrenzen Toth (2013a). Dieser Beitrag setzt die Untersuchung eigenrealer semiotischer Nachbarschaften (Toth 2013b) fort. Bense (1992) spricht bei der Kategorienrealität von "Eigenrealität schwächerer Repräsentanz".

$$2.1. G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((2.1, 2.2), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (2.2, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$


$$2.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (2.1, 2.2) (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

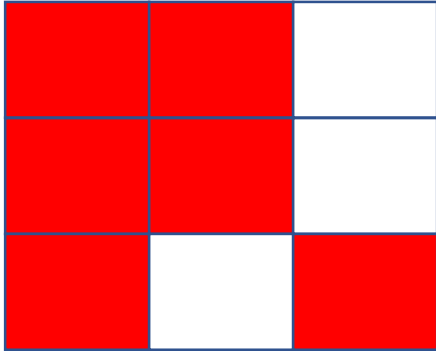
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$



$$2.3. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.1, 2.2), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

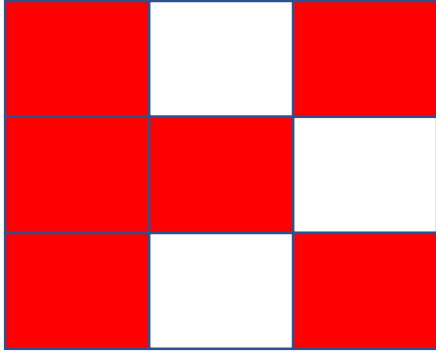
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2, 3.3.)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$



$$2.4. G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

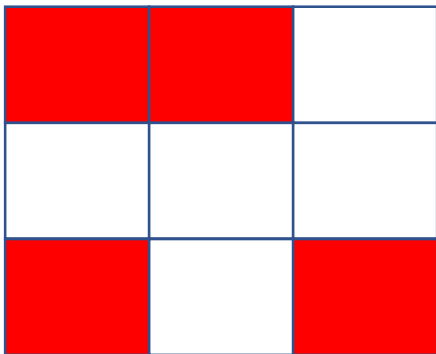
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$



$$2.5. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

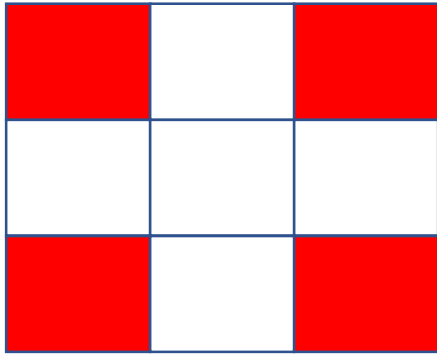
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$



$$2.6. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3), (3.1, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

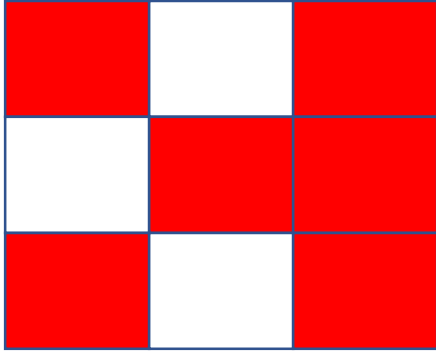
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$



$$2.7. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (3.2, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

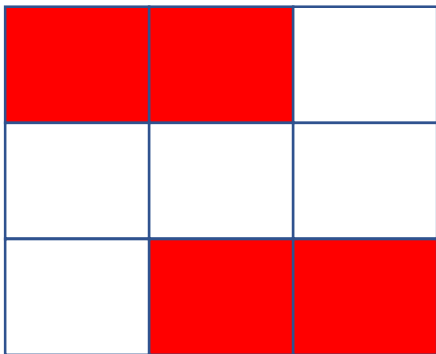
$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$



$$2.8. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (3.2, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$


$$2.9. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3), (3.2, 3.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$


$$2.10. G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$


Bekanntlich besagt das von Walther (1982) entdeckte Prinzip der eigenrealen Determinantensymmetrie, daß die Zeichenklasse (3.3, 2.2, 1.1) in mindestens einem und höchstens zwei Subrelationen mit jeder der übrigen neun Peirce-Benseschen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zusammen-

hängt. In unserer Untersuchung zu eigenrealen Nachbarschaften (Toth 2013b) ergänzten wir diesen semiotischen Satz durch einen weiteren:

SATZ. Für jedes semiotische Dualsystem existiert ein Grenzrand, von dessen Elementen mindestens eine und höchstens zwei Subrelationen mit jeder der zehn Peirce-Benseschen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zusammenhängt.

Dieser Satz ist, da in ihm bewußt das eigenreale Dualsystem weggelassen ist, so allgemein, daß er die Ergebnisse der kategorienrealen Untersuchung ebenfalls subsumiert. Dennoch können wir den Satz auch so formulieren, daß sowohl die Eigenrealität als auch die Kategorienrealität vorkommen:

SATZ. Jedes semiotische Dualsystem hängt in einem seiner Grensränder/Randgrenzen in mindestens einem und höchstens zwei Subrelationen sowohl mit dem eigenrealen als auch mit dem kategorienrealen Dualsystem zusammen.

Aus dieser Formulierung folgt unmittelbar, DAß SOWOHL EIGENREALITÄT STÄRKERER ALS AUCH SCHWÄCHERER REPRÄSENTANZ SEMIOTISCH INHÄRENTE EIGENSCHAFTEN ALLER SEMIOTISCHEN DUALSYSTEME SIND. Wenn wir zudem berücksichtigen, daß die in Toth (2013c) untersuchten 17 irregulären semiotischen Relationen isomorphe Grensränder/Randgrenzen mit sämtlichen 10 regulären semiotischen Relationen besitzen, so daß Homöostasis zwischen den beiden Partitionen der totalen Menge von 27 semiotischen Relationen besteht, dann ist auch dieses Ergebnis in der letzten Formulierung unseres semiotischen Satzes enthalten, da dort ja lediglich von "semiotischen Dualsystemen" und nicht nur von der Differenzmenge der 10 regulären Peirce-Benseschen Dualsystemen die Rede ist. Dagegen ist natürlich selbstverständlich, daß die Verallgemeinerung des Satzes von Walther (1982), wonach alle semiotischen Dualsysteme mit dem eigenrealen zusammenhängen, nicht direkt auf das kategorienreale Dualsystem übertragbar ist.

## Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a



Toth, Alfred, Strukturen eigenrealer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

## Semiotische Umgebung und Nachbarschaft

1. In Toth (2013a) wurde die semiotische Umgebung als die Vereinigung der linken bzw. involvativen und der rechten bzw. suppletiven Ränder von Zeichenrelationen definiert. In Toth (2013b) wurde die semiotische Nachbarschaft als Paar von Zeichenklassen oder Realitätsthematiken definiert. Im folgenden soll das Verhältnis von Umgebung und Nachbarschaft in Bezug auf die weiters in Toth (2013a, b) definierten Begriffe Rand, Grenze und Grenzrand/Randgrenze von Zeichen als Grundlage für eine spätere semiotische kategorietheoretische Topologie demonstriert werden.

2. Zunächst müssen hierzu die triadisch-trichotomischen Relationen in rein trichotomische Relation transformiert werden. Die folgenden Abbildungen sind bijektiv. Ebenfalls bijektiv ist die Abbildung trichotomischer auf kategoriale Relationen.

(3.1, 2.1, 1.1)	→	$\langle 1, 1, 1 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \text{id}_1]$
(3.1, 2.1, 1.2)	→	$\langle 1, 1, 2 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \alpha]$
(3.1, 2.1, 1.3)	→	$\langle 1, 1, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \beta\alpha]$
(3.1, 2.2, 1.2)	→	$\langle 1, 2, 2 \rangle$	→	$[\alpha, \text{id}_2]$
(3.1, 2.2, 1.3)	→	$\langle 1, 2, 3 \rangle$	→	$[\alpha, \beta]$
(3.1, 2.3, 1.3)	→	$\langle 1, 3, 3 \rangle$	→	$[\beta\alpha, \text{id}_3]$
(3.2, 2.2, 1.2)	→	$\langle 2, 2, 2 \rangle$	→	$[\text{id}_2, \text{id}_2]$
(3.2, 2.2, 1.3)	→	$\langle 2, 2, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_2, \beta]$
(3.2, 2.3, 1.3)	→	$\langle 2, 3, 3 \rangle$	→	$[\beta, \text{id}_3]$
(3.3, 2.3, 1.3)	→	$\langle 3, 3, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_3, \text{id}_3]$

### 3. Nachbarschaften von Umgebungen/Umgebungen von Nachbarschaften

#### 3.1.

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) = (id_1, \alpha^\circ)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, id_1] = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, id_1] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\alpha^\circ), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, id_1] = \emptyset$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, id_1] = (\alpha^\circ)$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \emptyset.$$

#### 3.2.

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) = (\alpha^\circ, \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \beta\alpha] = \{(id_1), (\alpha^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \beta\alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta)\}$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = \emptyset$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = (\beta\alpha)$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \beta\alpha] = (\alpha^\circ)$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \beta\alpha] = \emptyset.$$

3.3.

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) = ((\alpha, \text{id}_2), (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_1, \beta\alpha] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_1, \beta\alpha] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_1, \beta\alpha] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_1, \beta\alpha] = (\text{id}_2)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = (\alpha)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = (\beta\alpha).$$

3.4.

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) = (\text{id}_2, (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \emptyset$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = (\beta\alpha)$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \emptyset.$$

3.5.

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) = ((\text{id}_2, \beta), \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3)\}$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \emptyset$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = (\beta)$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\text{id}_2, \beta)$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \emptyset.$$

3.6.

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) = ((3.1, \beta^\circ), (\text{id}_2, \beta), (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\text{id}_2, \beta, \alpha^\circ)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\beta^\circ)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = (3.1)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = (\beta, \beta\alpha).$$

3.7.

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) = (\alpha^\circ, \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \emptyset$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = (\beta\alpha)$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \emptyset.$$

3.8.

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) = (\text{id}_2, \beta)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \emptyset$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = (\beta)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_2)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = \emptyset.$$

3.9.

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) = (\beta^\circ, \text{id}_3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_3, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1), (\beta^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_3, \text{id}_3] = \emptyset$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \emptyset$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_3, \text{id}_3] = (\beta^\circ)$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_3, \text{id}_3] = \emptyset.$$

#### Literatur

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen

1. Zu den Voraussetzungen vgl. Toth (2013a). Im folgenden werden die in toth (2013b, c) untersuchten Strukturen eigenrealer sowie kategorienrealer semiotischer Nachbarschaften in sog. Grenzrand-Typen eingeteilt.

### 2. Eigenreale Grenzrand-Typen

#### 2.1. Eigenrealer Typus I


#### 1. Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.1, 1.3), (2.1, 2.2))$$

#### 1. Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

#### 2. Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.2, 1.3), (2.1, 2.2))$$

#### 2. Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$



$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

## 2.2. Eigenrealer Typus II


Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

## 2.3. Eigenrealer Typus III


Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$2.5. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = \emptyset \text{ (automorphe Grenze)}$$

#### 2.4. Eigenrealer Typus IV


Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

## 2.5. Eigenrealer Typus V


Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((1.2, 1.3), (3.1, 3.2))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

## 2.6. Eigenrealer Typus VI


Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

Grenzränder/Randgrenzen:

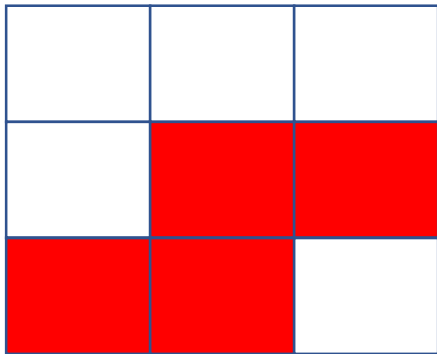
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

## 2.7. Eigenrealer Typus VII



Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (3.1, 3.2))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.2)$$

## 2.8. Eigenrealer Typus VIII


$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

## 3. Kategorienreale Grenzrand-Typen

### 3.1. Kategorienrealer Typus I


Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((2.1, 2.2), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

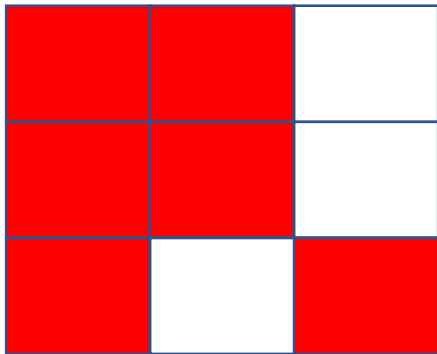
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (2.2, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

### 3.2. Kategorienrealer Typus II



Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (2.1, 2.2) (3.1, 3.3.))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

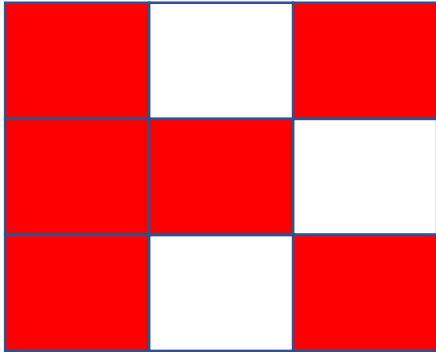
$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$

### 3.3. Kategorienrealer Typus III



Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.1, 2.2), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

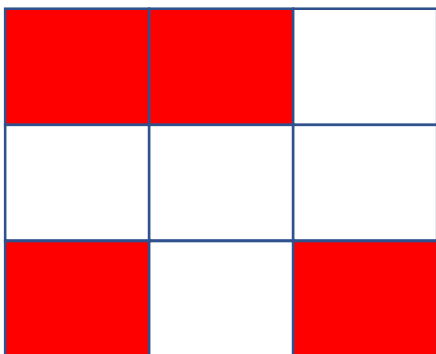
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2, 3.3.)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

### 3.4. Kategorienrealer Typus IV



Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$

### 3.5. Kategorienrealer Typus V


$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1)$$

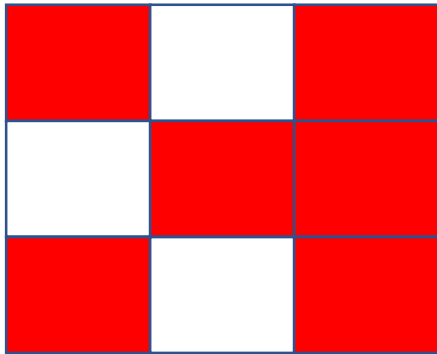
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$



### 3.6. Kategorienrealer Typus VI



Nachbarschaft:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3), (3.1, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

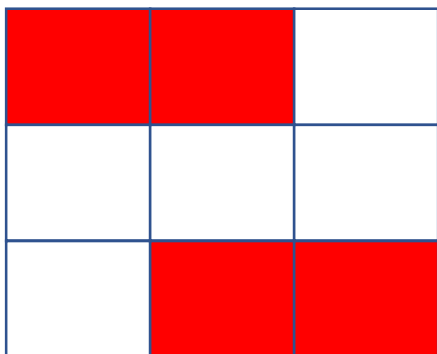
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$

### 3.7. Kategorienrealer Typus VII



Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.2), (3.2, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.2)$$

### 3.8. Kategorienrealer Typus VIII


Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (3.2, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

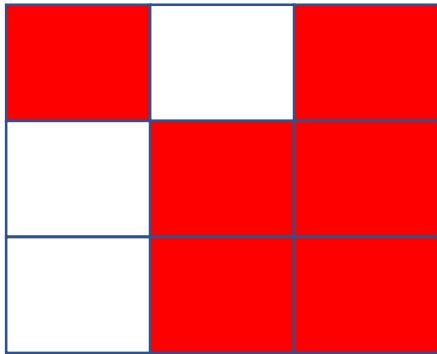
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

### 3.9. Kategorienrealer Typus IX



Nachbarschaft:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3), (3.2, 3.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

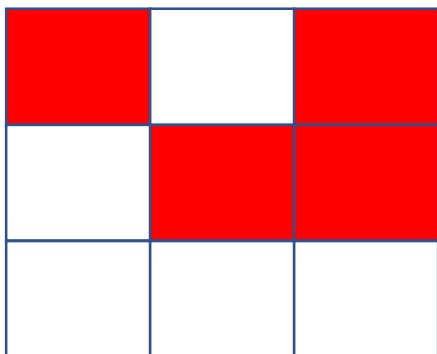
$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$

### 3.10. Kategorienrealer Typus X



Nachbarschaft:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) = ((1.1, 1.3), (2.2, 2.3))$$

Grenzränder/Randgrenzen:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 2.2, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (1.3, 2.3)$$

4. Interessanterweise gibt es nur eine einzige Homonymie von Grenzrand-Typen (2.1) 1. Während die eigenrealen Grenzrand-Typen 2, 3 und 4 belegte Felder aufweisen, weisen die kategorienrealen nur 4 und 6 belegte Felder auf. Somit kommen nur diejenigen Matrizen mit 4 belegten Feldern als Grenzrand-Typen in Frage.

Spiegelsymmetrisch sind die Matrizen von 2.2. und 2.4., 2.3. und 2.6. unter den eigenrealen und 3.3. und 3.6. unter den kategorienrealen Grenzrand-Typen. Nur ein einziger Fall von eigenreal-kategorienrealer Grenzrand-Typen-Symmetrie liegt vor: 2.5. und 3.7.

Ferner könnte man die Matrizen bezüglich ihrer Teilmengen-Relationen untersuchen; z.B. ist die Matrize von 3.2. eine Teilmatrize derjenigen von 3.1.

Insgesamt läßt sich festhalten, daß eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen strukturell vollständig verschieden sind, so daß sich die Frage erhebt, ob die Kategorienrealität tatsächlich eine Form von "Eigenrealität mit schwächerer Repräsentation" ist, wie Bense (1992, S. 40) feststellte.

## Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Strukturen eigenrealer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Strukturen kategorienrealer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

## Homonyme und nicht-homonyme Grenzränder semiotischer Dualsysteme

1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-c).

2. Reguläre semiotische Dualsysteme

2.1. (3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1).$$

2.2. (3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$


2.3.  $(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1).$$

2.4.  $(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$


2.5.  $(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$


$$2.6. (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.7. (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3).$$




2.8.  $(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$


2.9.  $(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

2.10.  $(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$


### 3. Irreguläre semiotische Dualsysteme

3.1.  $(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

3.2.  $(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$3.3. (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$


$$3.4. (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$3.5. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

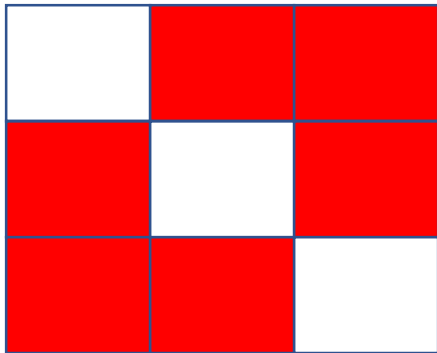
Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$



$$3.6. (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

$$3.7. (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

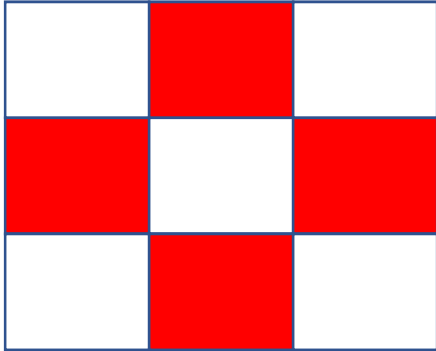
Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$



$$3.8. (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.9. (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.10. (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$


$$3.11. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$3.12. (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$


3.13.  $(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$

3.14.  $(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$


3.15.  $(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.16.  $(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.17.  $(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$




Über die in den Kapp. 2. und 3. separat ausgewiesenen Homonymien für die regulären und die irregulären semiotischen Dualsysteme gibt es noch bedeutendere Homonymien zwischen beiden Partitionen semiotischer Dualsysteme:

(2.1), (2.2) | (3.17).

(2.4) | (3.2).

(2.6), (2.7) | (3.10).

(2.8) | (3.7).

(2.9), (2.10) | (3.3).

### Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

## Kategorienrealität als konverser Grenzrand

1. Nehmen wir als Beispiel das reguläre semiotische Dualsystem

$$DS = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

Die Grenze zwischen der Zeichen- und der zu ihr dualen Realitätsthematik bestimmt sich nach Toth (2013a) durch

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1).$$

Wir können ferner nach Toth (2013b) zwischen linken oder involvativen und rechten oder suppletiven Rändern der beiden Thematiken unterscheiden

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3).$$

Die in Toth (2013c) eingeführten sog. Grenzränder berechnen sich wie im folgenden exemplarisch angegeben.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

Diese Grenz-, Rand- und Grenzrandwerte kann man nun in einem der semiotischen Matrix entsprechenden Schema eintragen. Wählt man für Grenzwerte grün, für Randwerte blau und für Grenzrandwerte rot, erhält man die folgende Grenzwert-Matrix


die folgenden Randwert-Matrizen



und die folgende Grenzwert-Matrix


2. Man kann nun aber statt die Belegungen der Matrizen durch Grenz-, Rand- und Grenzrand-Werte die zu diesen Werten komplementären negativen Belegungen betrachten. Hier sind es besonders der in Toth (2013d) behandelten Grenzrand-Matrizen, welche uns interessieren.

### 2.1. Kategorienrealität als konverser Grenzrand

Geht man vom regulären semiotischen Dualsystem

$$DS = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

aus und bestimmt man seine Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$3.5. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3),$$

dann erkennt man, daß sie mit den Grenzrändern des folgenden irregulären Dualsystem

$$DS = (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

übereinstimmen, denn wir bekommen

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

Trägt man nun diese Grenzrandwerte in eine topologische Matrix ein


dann erkennt man, daß die Kategorienrealität als konverser Grenzrand der beiden semiotischen Dualsysteme definierbar ist.

2.2. Ein noch interessanteres Ergebnis erhält man, wenn man von dem folgenden regulären semiotischen Dualsystem ausgeht

$$DS = (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

Auch hier gibt es ein irreguläres semiotische Dualsystem, das gleiche Grenzwandwerte besitzt

$$DS = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

Die Grenzrand-Matrix ist also


Wie man erkennt, sind die Grenzrand-Wertbelegungen in diesem Fall so, daß durch die konversen Grenzränder nicht nur die Kategorienrealität, sondern auch die Eigenrealität erzeugbar sind, denn die unbelegten Matrixpositionen sind genau die beiden Diagonalen der Matrix. Andererseits gibt es unter den den  $3^3 = 27$  möglichen triadisch-trichotomischen Relationen über der Menge der Primzeichen  $PZ = (.1., .2., .3.)$  keine einzige Grenzrand-Matrix, in welcher ausschließlich die Eigenrealität als konverser Grenzrand erzeugbar ist. Erzeugbar sind somit einerseits die Kategorienrealität allein und andererseits die Eigenrealität aus Kategorienrealität. Diese Erkenntnis ist äußerst wichtig, denn bereits Bense hatte vermutet, daß "die Zeichenklasse der Eigenrealität eine Permutation der Kategorienklasse" ist (1992, S. 20).

### **Literatur**

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

## Eigenrealität als Thematisation eines singulären Objektes

1. In seiner Übersicht über die strukturellen und semiotischen Eigenschaften des eigenrealen semiotischen Dualsystems  $DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$  nennt Bense dessen Thematisation eines "singulären Objektes mit dem Repräsentationswert 12 wie das semiotisch Vollständige Objekt bzw. der Objektbezug (2.1, 2.2, 2.3), aber dennoch KEIN Vollständiges Objekt" (Bense 1992, S. 14). Im folgenden soll gezeigt werden, daß dieser zunächst v.a. für die Bestimmung ästhetischer Objekte als singulärer Objekte bedeutsame Satz noch sehr viel weiter tragende formale Implikationen besitzt. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse von Toth (2012a-c) vorausgesetzt.

### 2. Leere Grenzrand-Matrizen

#### 2.1. $\emptyset$ -Matrix bei den regulären semiotischen Dualsystemen

$$DS = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

#### 2.2. $\emptyset$ -Matrix bei den irregulären semiotischen Dualsystemen

$$DS = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$DS = (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

Es sind somit nur diese 3 der insgesamt  $3^3 = 27$  möglichen triadisch-trichotomischen semiotischen Relationen, welche leere Grenzrand-Matrizen haben. Diese formale Eigenschaft des regulären eigenrealen semiotischen Dualsystems wird also von zwei irregulären semiotischen Dualsystemen geteilt.

### 3. Objektthematizationen

Es ist korrekt, daß innerhalb der Teilmenge der 10 regulären semiotischen Dualsysteme neben dem eigenrealen Dualsystem nur das Dualsystem mit der Realitätsthematik des Vollständigen Objektes den Repräsentationswert  $R = 12$  aufweist. Betrachten wir allerdings den Grenzrandwert dieses semiotischen Dualsystems, so finden wir, daß es wiederum zwei irreguläre semiotische Dualsysteme mit identischem Grenzrandwert gibt.

#### 3.1. Reguläre semiotische Dualsysteme

$$DS = (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$



### 3.2. Irreguläre semiotische Dualsysteme

$$DS = (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

$$DS = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$


3.4. Diese Grenzrand-Matrix weist, wie in Toth (2013d) gezeigt, sowohl die hauptdiagonale Kategorienrealität als auch die nebendiagonale Eigenrealität als konverse Grenzrandwerte auf. In anderen Worten: Aus dieser topologischen Matrix der Objektrealität lassen sich durch Konversion von deren Grenzrandwerten beide Formen eigenrealer singulärer Objekte ableiten.

Schreibt man  $\mathfrak{G}$  für "Grenzrandwert", so kann man die entsprechenden Transformationen wie folgt notieren

$$\mathfrak{G}_{KR,ER} = \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{G}_1^\circ = [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)]^\circ \\ \mathfrak{G}_2^\circ = [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]^\circ \\ \mathfrak{G}_3^\circ = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]^\circ. \end{array} \right.$$

Seien nun (vgl. Kap. 3)

$$\mathfrak{G}_4 = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$

$$\mathfrak{G}_5 = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$

$$\mathfrak{G}_6 = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)],$$

dann gilt also

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{G}_1^\circ \supset \\ \mathfrak{G}_2^\circ \supset \\ \mathfrak{G}_3^\circ \supset \end{array} \right\} \mathfrak{G}_4, \mathfrak{G}_5, \mathfrak{G}_6$$

und man kann die Transformation Vollständiger Objekte zu singulären Objekten durch die Abbildungen der Grenzrand-Matrizen von

$$(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \mathfrak{G}_3) \rightarrow (\mathfrak{G}_4, \mathfrak{G}_5, \mathfrak{G}_6)$$

darstellen.

### Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Kategorienrealität als konverser Grenzrand. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

## Homonyme Grenzränder und Thematisationen

### 1. Das vollständige System der $3^3 = 27$ möglichen semiotischen Dualsysteme

DS <sub>1</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)]	M <sup>3</sup>
DS <sub>2</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>
DS <sub>3</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>
DS* <sub>4</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>
DS <sub>5</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)]	O <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>
DS <sub>6</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>
DS* <sub>7</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>
DS* <sub>8</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>
DS <sub>9</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)]	I <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>
DS* <sub>10</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 2.3)]	M <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>
DS* <sub>11</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>
DS* <sub>12</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>
DS* <sub>13</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>
DS <sub>14</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)]	O <sup>3</sup>
DS <sub>15</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>
DS* <sub>16</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>
DS* <sub>17</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>
DS <sub>18</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)]	I <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>
DS* <sub>19</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 3.3)]	M <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>
DS* <sub>20</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>
DS* <sub>21</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>
DS* <sub>22</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>
DS* <sub>23</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 3.3)]	O <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>
DS* <sub>24</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>
DS* <sub>25</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>
DS* <sub>26</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>
DS <sub>27</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 3.3)]	I <sup>3</sup>

2. Im folgenden betrachten wir die in Toth (2013a, b) besprochenen homonymen regulären und irregulären semiotischen Dualsysteme, d.h. diejenigen, welche gleiche Grenzrandwerte aufweisen, und setzen aus der obigen Tabelle die ihnen entsprechenden Thematisationsstrukturen dazu.

2.1.

$$\begin{aligned} \text{DS}_1 &= [(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] && M^3 \\ \text{DS}_5 &= [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)] && O^2 \rightarrow M^1 \\ \text{DS}^*_{21} &= [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)] && I^1 \rightarrow M^1 \leftarrow I^1 \end{aligned}$$

2.2.

$$\begin{aligned} \text{DS}_{18} &= [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)] && I^2 \rightarrow O^1 \\ \text{DS}^*_{24} &= [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)] && I^1 \rightarrow O^1 \leftarrow I^1 \end{aligned}$$

2.3.

$$\begin{aligned} \text{DS}_9 &= [(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)] && I^2 \rightarrow M^1 \\ \text{DS}^*_{25} &= [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)] && M^1 \leftarrow I^2 \end{aligned}$$

2.4.

$$\begin{aligned} \text{DS}_{14} &= [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)] && O^3 \\ \text{DS}^*_{26} &= [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)] && O^1 \leftarrow I^2 \end{aligned}$$

2.5.

$$\begin{aligned} \text{DS}^*_7 &= [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)] && M^1 \rightarrow I^1 \leftarrow M^1 \\ \text{DS}_{15} &= [(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] && I^1 \leftarrow O^2 \\ \text{DS}_{27} &= [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)] && I^3 \end{aligned}$$

Wie man erkennt, gibt es 2 Gruppen mit 3 und 3 Gruppen mit 2 Dualsystemen, die bezüglich ihrer Grenzrandwerte isomorph sind. Die gemeinsame Struktur der 3-er Gruppen ist

a)  $X^3$

b)  $X^2 \rightarrow Y^1 / Y^2 \leftarrow X$

c)  $X^1 \rightarrow Y^1 \leftarrow Y^1$  mit  $X, Y \in \{M, O, I\}$ .

Daher können die 2-er Gruppen als Reduktionen der 3-er Gruppen aufgefaßt werden. Zwei der 2-er Gruppen sind somit strukturell wie unterdeterminiert:

(2.2.) bzgl. a)

(2.4.) bzgl. c) ,

(2.3) ist dagegen bzgl. b) symmetrisch und bzgl. (2.2.) und (2.4.) unterdeterminiert.

Der Zusammenhang zwischen homonymen Grenzrändern und Thematisationsstrukturen semiotischer Dualsysteme ist damit alles andere als durchsichtig. Wie es aussieht, gibt es neben den Thematisationstypen der 27 semiotischen Relationen noch weitere triadisch-trichotomische Thematisationstypen. Darauf weisen die Symmetrie von (2.3) bzgl. b) und entsprechende Erkenntnisse, die bereits vor der Entdeckung der Grenzrandwerte gemacht wurden (vgl. Toth 2009), hin.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Die Struktur bezeichneter Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Kategorienrealität als konverser Grenzrand. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Eine eigenreale Transformation

1. Bense (1992, S. 14) hatte Eigenrealität als "Invarianz der Dualität der Realitätsthematik, d.h. Identität von Zeichenklasse und Realitätsthematik" definiert. Sie findet sich unter den 10 Peirce-Benseschen semiotischen Dualsystemen in "stärkerer" Repräsentation bei

$$DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$

sowie in "schwächerer" Repräsentation (vgl. Bense 1992, S. 40) bei

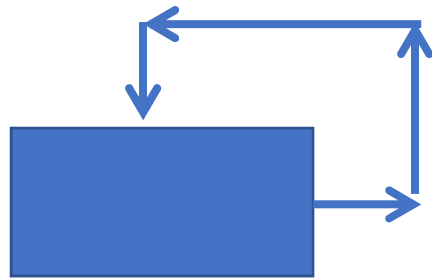
$$DS = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$$

sowie in einigen weiteren irregulären Dualsystemen (vgl. Toth 2013a).

2. In Toth (2013b) wurde dagegen, gestützt auf frühere Untersuchungen, argumentiert, daß z.B. auch Ostensiva, d.h. als Zeichen verwendete Objekte, da sie ja nur auf sich selbst referieren, eigenreal sind. Dasselbe gilt für gewisse natürliche Objekte wie z.B. Eisblumen. Eigenrealität wurde damit als Autoreferentialität definiert, ist somit nicht nur auf Zeichen beschränkt, und daher stellt die strukturelle Dualinvarianz bei semiotischen Dualsystemen einen auf Zeichen beschränkten Spezialfall dar, da die Notation semiotischer Dualsysteme selbstverständlich nicht auf Objekte anwendbar ist.

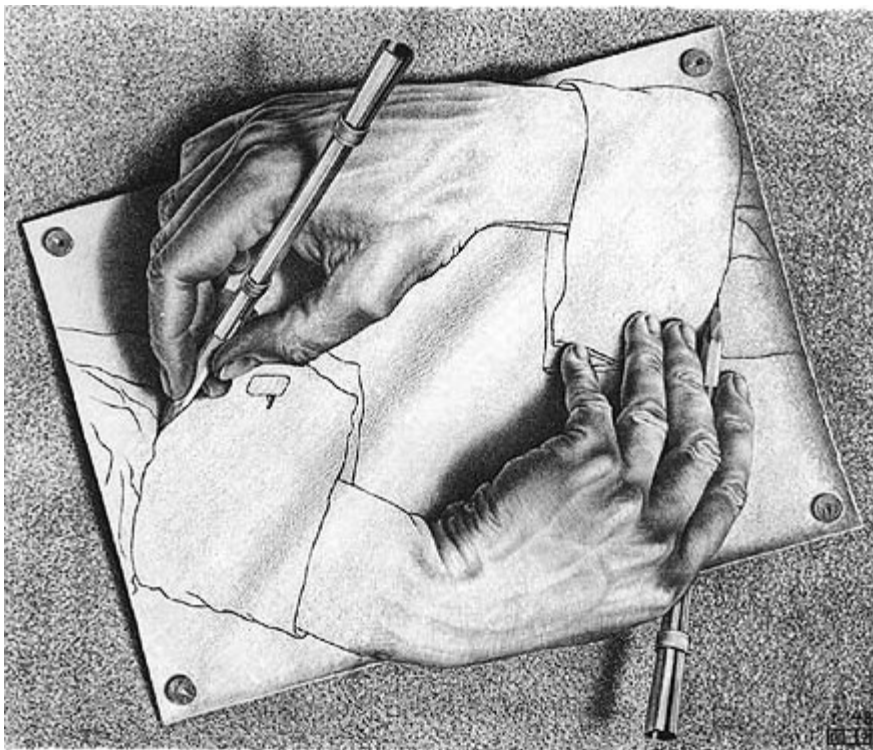
	eigenreal	nicht-eigenreal
Zeichen	$\times Z = Z$	$\times Z \neq$
Objekt	$\times \Omega = \Omega$	$\times \Omega \neq \Omega$

Autoreferentialität für Zeichen und für Objekte läßt sich mit dem einfachen Schema



ausdrücken.

3. In der obigen Tabelle ist jedoch Autoreferentialität auf Zeichen oder Objekte, d.h. auf jeweils eine der beiden Seiten der systemtheoretischen Dichotomie  $S = [\Omega, Z]$ , beschränkt. Wenn wir nun die folgende bekannte Lithographie M.C. Eschers betrachten

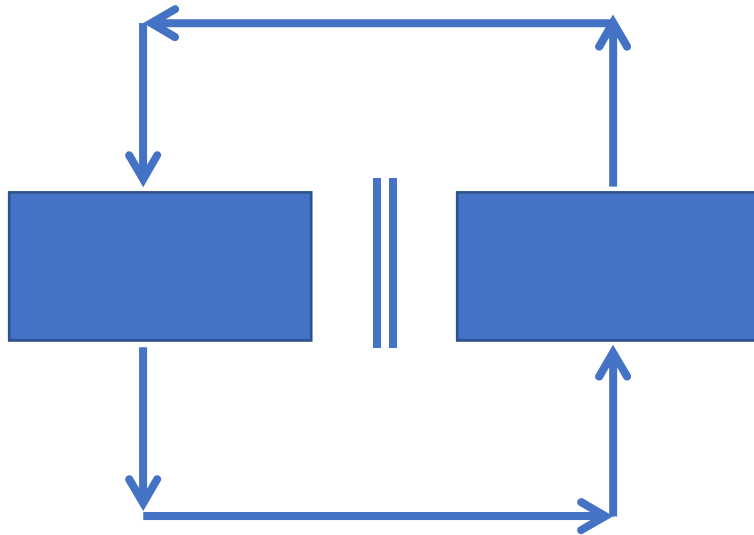


M.C. Escher, Drawing Hands (Zeichnen), 1948

so zeichnet hier eine ontische Hand eine semiotische Hand, und diese wiederum zeichnet die ontische Hand, die sie zeichnet. M.a.W., bei der in diesem Bild



dargestellten Form von Eigenrealität handelt es sich um eine die Kontexturgrenze von  $S = [\Omega || Z]$  überschreitende Transformation.



Eine solche Transformation, welche also sowohl ein System als auch dessen Umgebung gleichzeitig als Operans und Operatum behandelt, läßt somit die Frage, welche der beiden Hände die semiotische und welche die ontische, d.h. welche das Objekt und welche das Zeichen darstellt, unentscheidbar. Man könnte also unsere obige Beschreibung auch wie folgt wiedergeben: Eine semiotische Hand zeichnet eine ontische Hand, und diese wiederum zeichnet die semiotische Hand, die sie zeichnet. Ein System  $S^* = [S, U]$  aber, in welcher kontexturell geschiedene  $S$  und  $U$  ununterscheidbar sind, muß ein polykontexturales System im Sinne Gotthard Günthers sein, da hier der Satz der Identität suspendiert ist. In Eschers Bild gibt es weder eine Selbstgegebenheit des Objektes noch eine Objekt-Zeichen-Transzendenz.

## Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen symmetrischer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Eigenreale und nicht-eigenreale Zeichen und Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Ränder und Grenzränder im vollständigen System semiotischer Dualsysteme

1. Wie schon sein Vorgänger (Toth 2013a), so dient auch der vorliegende Aufsatz als "Serviceartikel": Er stellt spezifisch Ränder und Grenzränder einander gegenüber, behandelt jedoch unter Benützung zweier neuerer Arbeiten (Toth 2013b, c) nicht nur die 10 regulären, sondern auch die 17 irregulären, d.h. alle über  $PZR = (.1., .2., .3.)$  (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) möglichen 27 semiotischen Dualsysteme.

### 2. Reguläre semiotische Dualsysteme

#### 2.1. $(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1).$$

#### 2.2. $(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1).$$

$$2.3. (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.4. (3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

$$2.5. (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.6. (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3).$$

$$2.7. (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$2.8. (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$2.9. (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = (3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$2.10. (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

### 3. Irreguläre semiotische Dualsysteme

#### 3.1. (3.1, 2.2, 1.1) $\times$ (1.1, 2.2, 1.3)

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

#### 3.2. (3.1, 2.3, 1.1) $\times$ (1.1, 3.2, 1.3)

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (3.2, 3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$3.3. (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (3.2, 3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (3.1, 2.3, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$3.4. (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = (3.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

$$3.5. (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = (3.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.6. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.7. (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.8. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$3.9. (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$3.10. (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$

$$3.11. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.12. (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (3.1, 3.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = (2.2, 3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.13. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.14. (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.15. (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.16. (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = (2.1, 3.1)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.17. (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = (3.1)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

## Literatur

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In:  
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c



## Zweidimensionalität semiotischer Ränder

1. Gegeben sei die allgemeine Form triadisch-trichotomischer Dualsysteme

$$DS = [(a.b), (c.d), (e.f) \times (f.e), (d.c), (b.a)].$$

Da die Grenzen zweier Repräsentationsrelationen durch die ihnen nicht-gemeinsamen Subrelationen definiert sind (vgl. Toth 2013), bekommen wir

$$G(DS) = [(a.b), (c.d), (e.f)] \cup [(f.e), (d.c), (b.a)] \setminus [(a.b), (c.d), (e.f)] \cap [(f.e), (d.c), (b.a)].$$

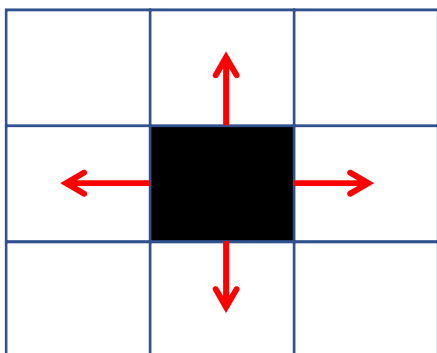
Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive, und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$\mathcal{R}_\lambda := INV(a.b) = \{(c.d) \mid c < a \vee d < b\}$$

$$\mathcal{R}_\rho := SUP(a.b) = \{(c.d) \mid c > a \vee d > b\}.$$

Daraus folgen zwei Dinge: 1.  $INV(a.b)$  und  $SUP(a.b)$  sind relativ zur Relation, deren Umgebungen bestimmt werden, komplementär. M.a.W. ergibt also die Vereinigung dieser Relation und ihrer beiden Umgebungen die semiotische Matrix. 2. Umgebungen sind 2-dimensional, d.h. sowohl triadisch als auch trichotomisch bestimmt.

2. In der semiotischen  $3 \times 3$ -Matrix gibt es nur eine einzige Subrelation (a.b), welche 2-dimensional weder über leere linke noch über leere rechte Ränder verfügt, d.h. für die gilt  $\mathcal{R}_\lambda(a.b) \neq \emptyset \wedge \mathcal{R}_\rho(a.b) \neq \emptyset$ , und dies ist der zentrale indexikalische Objektbezug



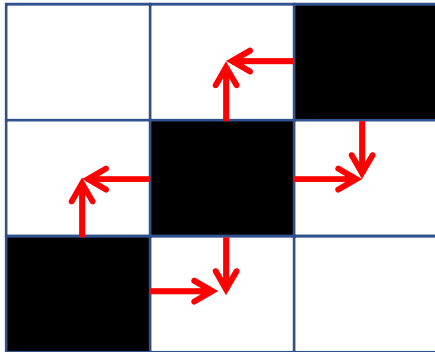
Wir haben also

$$\mathcal{R}_\lambda(2.2) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.2) = (2.3, 3.2).$$

Ist (2.2) Subrelation des eigenrealen semiotischen Dualsystems

$$DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$



dann haben wir

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.2, 3.3),$$

d.h. die Umgebung bestimmt sich als

$$U[(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)] = \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) \cup \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3).$$

3. Da jede Zeichenrelation  $ZR = ((a.b), (c.d), (e.f))$  über die triadische Ordnung

$$Td = (a., c., e.)$$

und über die trichotomische Ordnung

$$Tt = (.b, .d, .f)$$

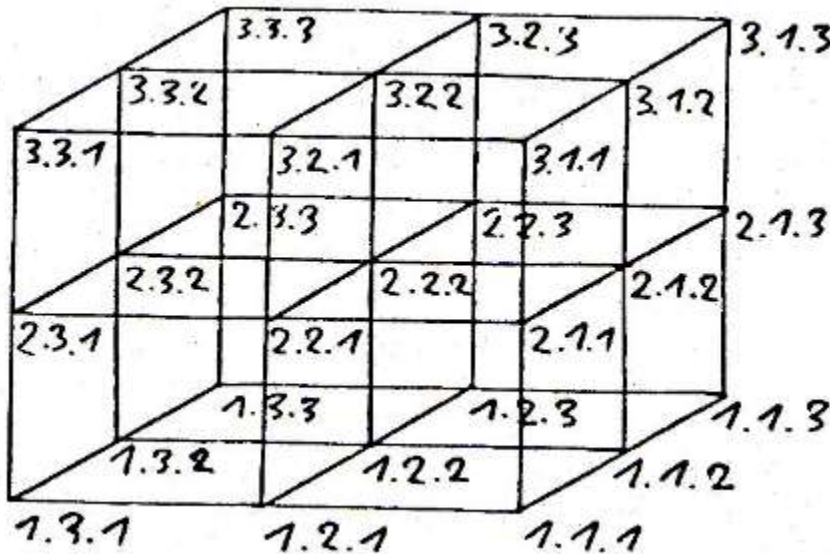
verfügt, die orthogonal zueinander stehen, sind semiotische Randrelationen notwendig symmetrisch, da für jedes Relation (c.d) auch die ihr duale Relation (d.c) sich in der Randrelation befinden muß.

## Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Dreidimensionale semiotische Ränder in Stiebings Projektionsmodell

1. Der von H.M. Stiebing in seiner Dissertation konstruierte 3-dimensionale Zeichenraum (Stiebing 1978, S. 77) ist ein semiotisches Projektionsmodell, da die horizontalen und die vertikalen Ebenen 3-dimensionale Kopien der 2-dimensionalen Grundfläche sind.



Diese Grundfläche hat also die Struktur

(1.1.1)    (1.1.2)    (1.1.3)  
 (1.2.1)    (1.2.2)    (1.2.3)  
 (1.3.1)    (1.3.2)    (1.3.3),

d.h. die allgemeine Form jeder Subrelation ist

$${}^2R = (a.b.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\},$$

und die Form eines über  ${}^2R$  konstruierten semiotischen Dualsystems ist

$$DS = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$$

2. Es versteht sich von selbst, daß sowohl Grenzen und Ränder als auch Grenzüberflächen des Stiebingschen Projektionsmodell ebenfalls 3-dimensional sind. Die entsprechenden Definitionen lauten also (vgl. Toth 2013)

$$G(DS) = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cup [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \setminus [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cap [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)].$$

Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive, und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$\mathcal{R}_\lambda := \text{INV}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d < a \vee e < b \vee f < c\}$$

$$\mathcal{R}_\rho := \text{SUP}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d > a \vee e > b \vee f > c\}.$$

Für aus Grenzen und Rändern zu berechnenden Grenzränder gilt

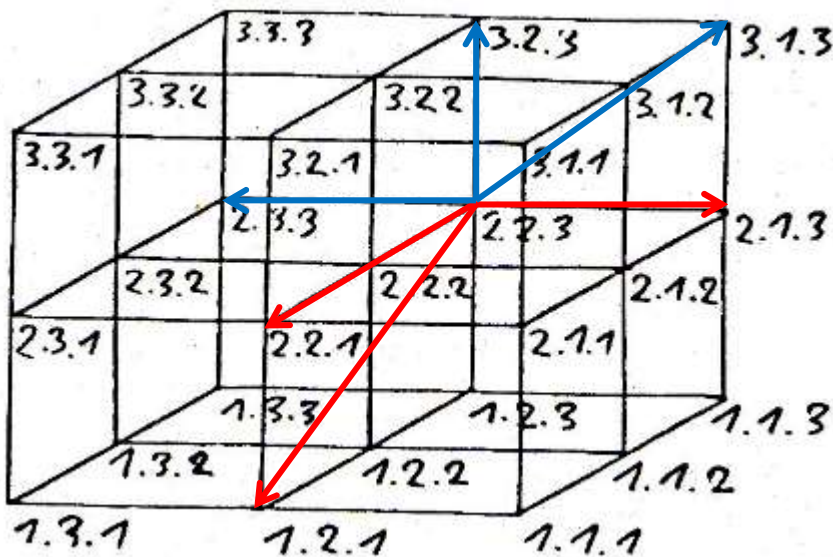
$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)].$$

3. Als Beispiel stehe hier die Subrelation (2.2.3). Im folgenden Modell sind die linken Ränder rot und die rechten Ränder blau eingezeichnet.



## Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Zweidimensionalität semiotischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Semiotisch-ontische Äquivalenz von Grenzen und Rändern

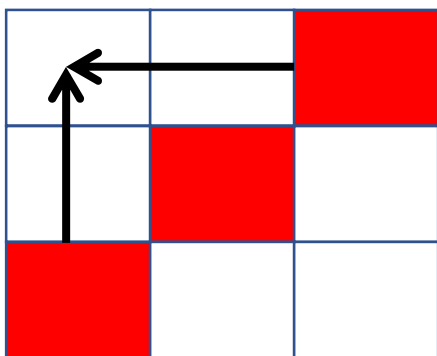
1. Unter einer Grenze zwischen semiotischen Relationen ist die Menge aller Subrelationen zu verstehen, welche nicht zur Schnittmenge dieser semiotischen Relationen gehört

$$G((3.a, 2.b, 1.c), (3.d, 2.e, 1.f)) = ((3.a, 2.b, 1.c) \cup (3.d, 2.e, 1.f)) \setminus ((3.a, 2.b, 1.c) \cap (3.d, 2.e, 1.f)).$$

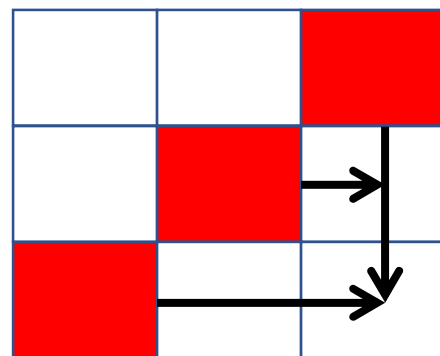
Z.B. haben wir für  $(3.1, 2.1, 1.2)$  und  $(3.2, 2.2, 1.2)$   $G = ((2.1, 2.2), (3.1, 3.2))$ .  
Grenzen werden also immer paarweise bestimmt.

Sind die Paare dual zueinander, so enthält die Grenze von ihnen mindestens ein Paar symmetrischer Relationen. Z.B. haben wir für  $(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$   $G = (1.2, 1.3, 3.1)$ . Und für  $(3.1, 2.1, 1.3 \times 3.1, 1.2, 1.3)$  haben wir  $G = (1.2, 2.1)$ .

2. Nach Toth (2013a) wird der Rand einer semiotischen Relation aus deren Umgebung bestimmt. Da jede semiotische Subrelation entsprechend ihrer Stellung innerhalb der semiotischen Matrix in eine Umgebung links und rechts von ihr (trichotomische Ordnung) sowie in eine Umgebung oberhalb und unterhalb von ihr (triadische Ordnung) unterteilt werden kann, kann zwischen linken und rechten Zeichenrändern unterschieden werden. Diese Ränder müssen demzufolge für jede semiotische Subrelation gesondert bestimmt werden. Z.B. haben wir für  $(3.1, 2.2, 1.3)$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1)$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.2, 3.3)$$

Eine semiotische Relation kann somit nicht ihr eigener Rand sein, oder anders gesagt: sie ist nicht in ihrem eigenen Rand enthalten. Diese Bedingung ist nötig, um die Dichotomie zwischen einer semiotischen Relation als System und ihren

Umgebungen zu wahren, d.h. es gilt  $S^* = [S, U]$ , und es gibt somit weder ein  $u \in U$ , das in  $S$ , noch ein  $s \in S$ , das in  $U$  enthalten ist.

3. Die in Toth (2013b) eingeführten Grenzränder sind als Schnittmengen zwischen den Grenzen und den Rändern (linke und rechte Umgebungen) semiotischer Relationen definiert und werden ebenfalls paarweise bestimmt. Z.B. haben wir für (3.1, 2.1, 1.1) und (3.1, 2.2, 1.3)

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

Grenzränder sind somit Distributionen der Menge der Elemente von Paaren von semiotischen Relationen nach deren komplementären Umgebungen. Anders gesagt: Sieht man von der Verteilung der Elemente ab, so enthalten Grenzränder dieselben Elemente wie die Grenzen zwischen Paaren semiotischer Relationen.

4. Diese semiotischen Definitionen von Grenze, Rand und Grenzrand kann man nun auf die ontische Definition der Präsentationsstufen (vgl. Toth 2013c) übertragen. Geht man von der bereits gegebenen Definition eines Systems mit Umgebung

$$S^* = [S, U]$$

aus und definiert linke und rechte ontische Ränder durch

$$\mathcal{R}_\lambda[S^*] = \mathcal{R}[S, U]$$

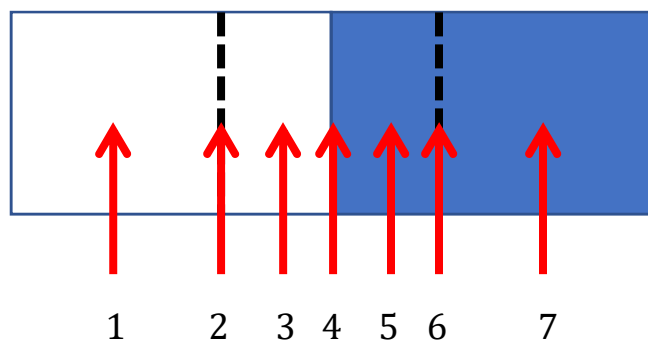
$$\mathcal{R}_\rho[S^*] = \mathcal{R}[U, S],$$

so daß also entsprechend den Verhältnissen bei semiotischen Rändern auch bei ontischen Rändern

$$\mathcal{R}[S, U] \neq \mathcal{R}[U, S]$$

gilt, dann ergibt sich ein ontisches Modell für genau 7 Präsentationsstufen





$$(\Omega \subset S) = \Omega \subset [\square\square\square\square\square\square\square].$$

Grenzen sind also die Präsentationsstufen 2, 4 und 6. Man kann somit die Differenzen zwischen Paaren von Präsentationsstufen als ontische Grenzränder wie folgt definieren

$$\mathfrak{G}_{1,2} = \Delta[[\blacksquare\square\square\square\square\square\square],[\square\blacksquare\square\square\square\square\square]]$$

$$\mathfrak{G}_{2,3} = \Delta[[\square\blacksquare\square\square\square\square\square],[\square\square\blacksquare\square\square\square\square]]$$

$$\mathfrak{G}_{3,4} = \Delta[[\square\square\blacksquare\square\square\square\square],[\square\square\square\blacksquare\square\square\square]]$$

$$\mathfrak{G}_{4,5} = \Delta[[\square\square\square\blacksquare\square\square\square],[\square\square\square\square\blacksquare\square\square]]$$

$$\mathfrak{G}_{5,6} = \Delta[[\square\square\square\square\blacksquare\square\square],[\square\square\square\square\square\blacksquare\square]]$$

$$\mathfrak{G}_{6,7} = \Delta[[\square\square\square\square\square\blacksquare\square],[\square\square\square\square\square\square\blacksquare]].$$

### Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

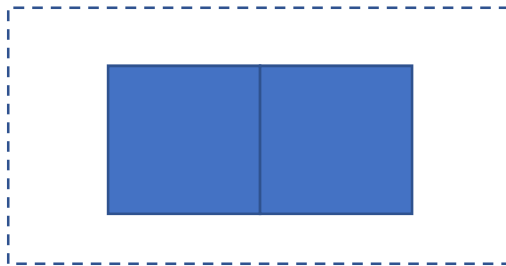
Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

## Semiotisch-ontische Grenzränder

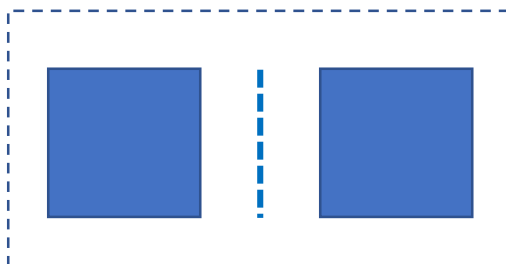
1. In Toth (2013a, b) wurde gezeigt, daß es möglich ist, Grenzen und Ränder sowie Einbettungen und Anreihungen als semiotisch-ontische Äquivalenzrelationen zu definieren. Bisher war es in der Semiotik ja so, daß man Objekte einfach dadurch mit semiotischen Begriffen beschrieb, indem man sie sozusagen klammheimlich zu Zeichen erklärte, d.h. ihre ontische und ihre semiotische Dimension, die keineswegs in einer 1:1-Relation stehen, vermischte (vgl. z.B. das Kapitel "Semiotik und Architektur" in: Walther 1979, S. 153 ff.). Diese Ergebnisse semiotisch-ontischer Äquivalenzen werden im folgenden anhand von Grenzrändern untersucht.

### 2.1. Iconischer Grenzrand



2.2.  $S^* = [S_i, S_j, U[S_i, S_j]]$ , mit  $S_i \cap S_j \neq \emptyset$ .

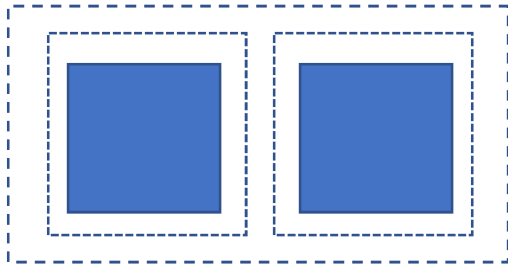
### Indexikalischer Grenzrand



$S^* = [S_i, S_j, U[S_i, S_j]]$ , mit  $S_i \cap S_j = \emptyset$ .

Man beachte, daß die "nexale" indexikalische Relation zwischen  $S_i$  und  $S_j$  durch  $U[S_i, S_j]$  definiert ist.

### 2.3. Symbolischer Grenzrand



$S^* = [[S_i, S_j, U_k[S_i, S_j]], U_l]$ , mit  $S_i \cap S_j = \emptyset$ .

Der wesentliche Unterschied zwischen indexikalischem und symbolischem Grenzrand besteht somit darin, daß bei letzterem im Gegensatz zu ersterem  $U_k[S_i, S_j] \subset U_l[S_i, S_j, U_k[S_i, S_j]]$  ist, d.h. die beiden Systeme haben im indexikalischen Fall die gleiche, aber im symbolischen Fall verschiedene Umgebungen.

#### Literatur

- Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Äquivalenz von Grenzen und Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a
- Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Äquivalenz eingebetteter Teilsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

## Semiotische Ränder und Nachbarschaften

### 1. Definitionen

#### 1.1. Grenzen

$$G((3.a, 2.b, 1.c), (c.1, b.2, a.3)) = ((3.a, 2.b, 1.c) \cup (c.1, b.2, a.3)) \setminus ((3.a, 2.b, 1.c) \cap (c.1, b.2, a.3)).$$

#### 1.2. Ränder

$$\mathcal{R}_\lambda(3.a, 2.b, 1.c) = (\{1.x\}, \{2.y\}, \{3.z\} \mid x < a, y < b, z < c)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.a, 2.b, 1.c) = (\{1.x\}, \{2.y\}, \{3.z\} \mid x > a, y > b, z > c)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(c.1, b.2, a.3) = (\{x.1\}, \{y.2\}, \{z.3\} \mid x < c, y < b, z < a)$$

$$\mathcal{R}_\rho(c.1, b.2, a.3) = (\{x.1\}, \{y.2\}, \{z.3\} \mid x > c, y > b, z > a).$$

#### 1.3. Randgrenzen

$$\mathfrak{G}_{ZTh\lambda} = G((3.a, 2.b, 1.c), (c.1, b.2, a.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.a, 2.b, 1.c)$$

$$\mathfrak{G}_{ZTh\rho} = ((3.a, 2.b, 1.c), (c.1, b.2, a.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.a, 2.b, 1.c)$$

$$\mathfrak{G}_{RTh\lambda} = ((3.a, 2.b, 1.c), (c.1, b.2, a.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(c.1, b.2, a.3)$$

$$\mathfrak{G}_{RTh\rho} = ((3.a, 2.b, 1.c), (c.1, b.2, a.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(c.1, b.2, a.3).$$

#### 1.4. Nachbarschaft

$$N_\lambda(3.a, 2.b, 1.c) = (\{1.x\}, \{2.y\}, \{3.z\} \mid x < a, y < b, z < c) \cup \{(1.\pm x), (2.\pm y), (3.\pm z)\}$$

$$N_\rho(3.a, 2.b, 1.c) = (\{1.x\}, \{2.y\}, \{3.z\} \mid x > a, y > b, z > c) \cup \{(1.\pm x), (2.\pm y), (3.\pm z)\}$$

$$N_\lambda(c.1, b.2, a.3) = (\{x.1\}, \{y.2\}, \{z.3\} \mid x < c, y < b, z < a) \cup \{(1.\pm x), (2.\pm y), (3.\pm z)\}$$

$$N_\rho(c.1, b.2, a.3) = (\{x.1\}, \{y.2\}, \{z.3\} \mid x > c, y > b, z > a) \cup \{(1.\pm x), (2.\pm y), (3.\pm z)\}.$$

## 2. Beispiele

$$DS = [(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$$

		■
■		
■		

	■	■
■		

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1)$$

	■	
■		

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

■	■	

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$


$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$


$$\mathfrak{G}_{ZTh\lambda} = G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$\mathfrak{G}_{ZTh\rho} = G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_{RTh\lambda} = G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$\mathfrak{G}_{RTh\rho} = G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$


$$N_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2, 1.3)$$


$$N_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$$


$$N_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$


$$N_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (1.2, 1.3, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$$


## Literatur

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Äquivalenz von Grenzen und Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Äquivalenz eingebetteter Teilsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d



## Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen

1. Im Anschluß an Toth (2013a, b) und weitere Arbeiten stellen wir im folgenden die Grenzen, Ränder, Grenzränder und Nachbarschaften für alle 9 dyadischen semiotischen Subrelationen, wie sie durch die semiotische Matrix  $\mathfrak{M}_{3 \times 3}$  konstruierbar sind, dar. Selbstverständlich ist  $G$  immer automorph, und  $\mathfrak{G}$  ist immer  $= \emptyset$ .

2. Die dyadischen semiotischen Subrelationen

2.1.  $R = (1.1)$

$G(1.1, 1.1) = (1.1)$

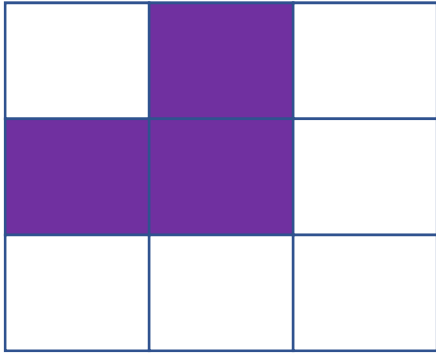

$R_\lambda(1.1) = \emptyset$

$R_\rho(1.1) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$


$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.1) \cap \emptyset = \emptyset$

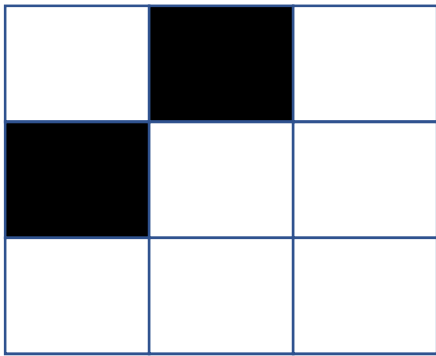
$\mathfrak{G}_\rho = G(1.1) \cap (1.2, 1.3, 2.1, 3.1) = \emptyset$

$N(1.1) = (1.2, 2.1, 2.2)$



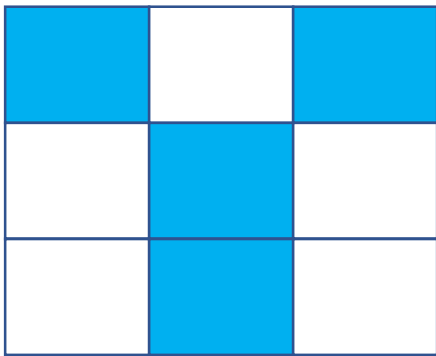
2.2.  $R = (1.2)$

$G(1.2, 2.1) = (1.2, 2.1)$



$R_\lambda(1.2) = (1.1)$

$R_\rho(1.2) = (1.3, 2.2, 3.2)$

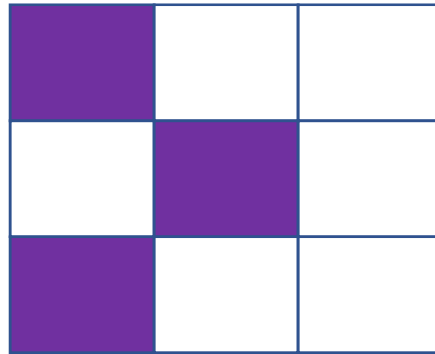
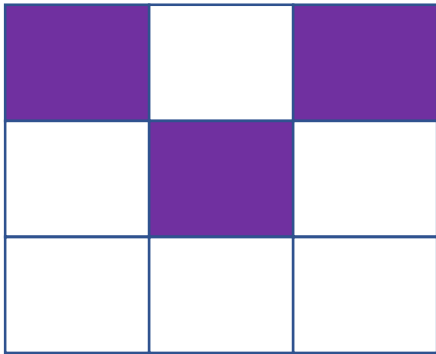


$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.2, 2.1) \cap (1.1) = \emptyset$

$\mathfrak{G}_\rho = G(1.2, 2.1) \cap (1.3, 2.2, 3.2) = \emptyset$

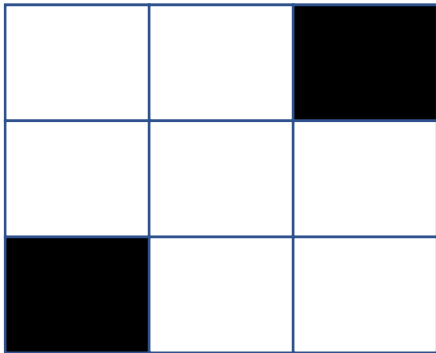
$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$

$$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$$



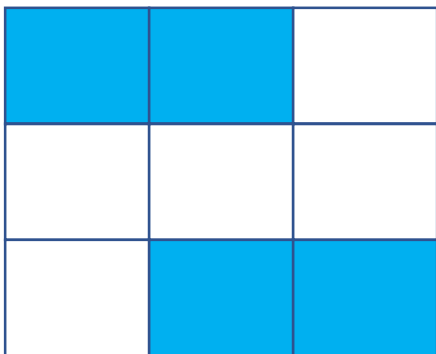
$$2.3. R = (1.3)$$

$$G(1.3) = (1.3, 3.1)$$



$$R_\lambda(1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$$

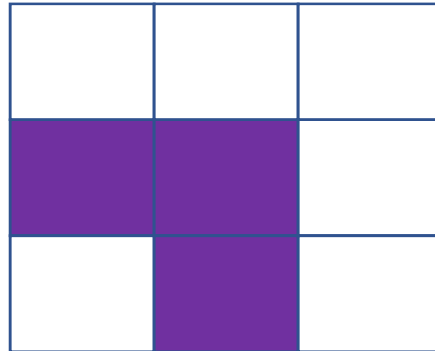
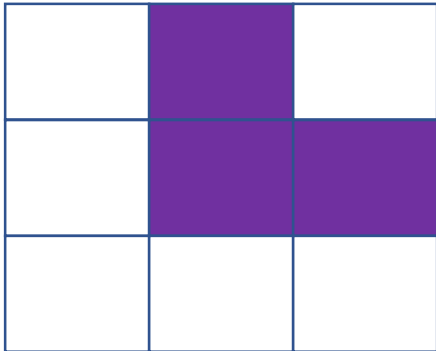


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.3, 3.1) \cap (1.1, 1.2) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(1.3, 3.1) \cap (2.3, 3.3) = \emptyset$$

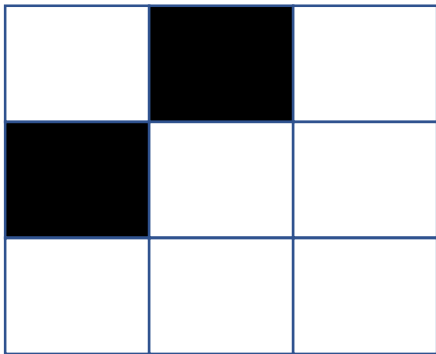
$$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$$

$$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$$



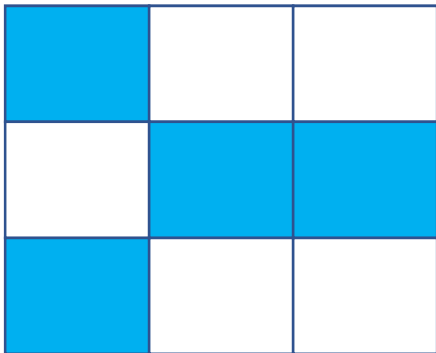
$$2.4. R = (2.1)$$

$$G(2.1, 1.2) = (2.1, 1.2)$$



$$R_\lambda(2.1) = (1.1)$$

$$R_\rho(2.1) = (2.2, 2.3, 3.1)$$

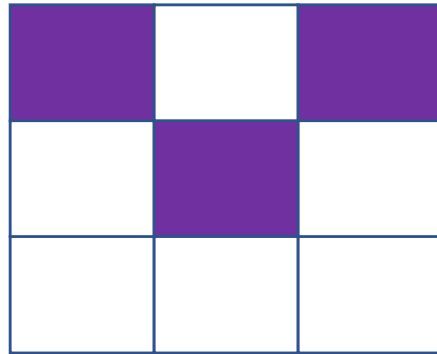
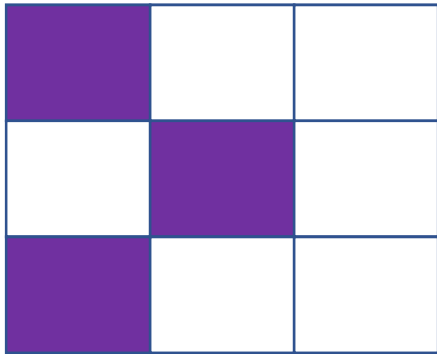


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.1, 1.2) \cap (1.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.1, 1.2) \cap (2.2, 2.3, 3.1) = \emptyset$$

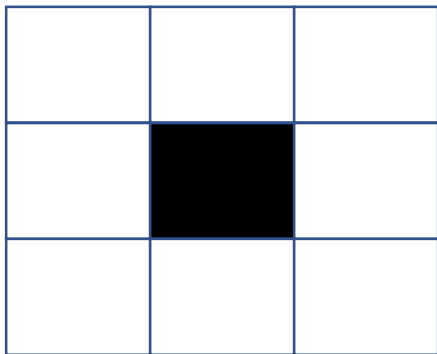
$$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$$

$$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$$



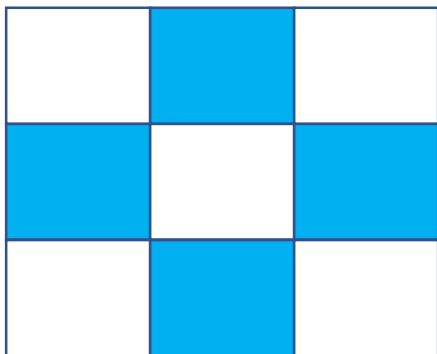
$$2.5. R = (2.2)$$

$$G(2.2, 2.2) = (2.2)$$



$$R_\lambda(2.2) = (1.2, 2.1)$$

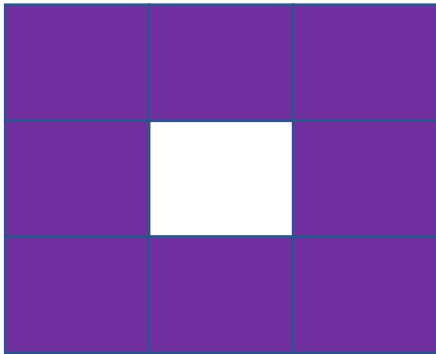
$$R_\rho(2.2) = (2.3, 3.2)$$



$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.2) \cap (1.2, 2.1) = \emptyset$$

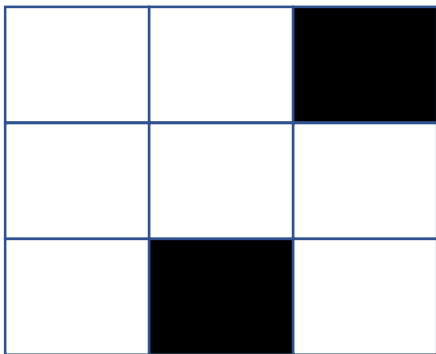
$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.2) \cap (2.3, 3.2) = \emptyset$$

$$N(2.2) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$$



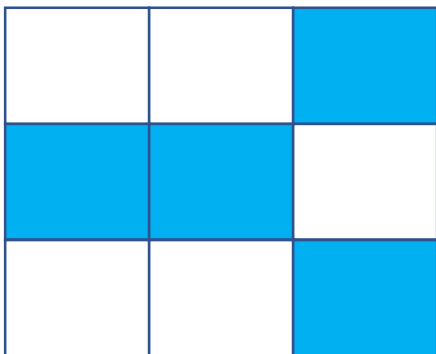
$$2.6. R = (2.3)$$

$$G(2.3, 3.2) = (2.3, 3.2)$$



$$R_\lambda(2.3) = (1.3, 2.1, 2.2)$$

$$R_\rho(2.3) = (3.3)$$

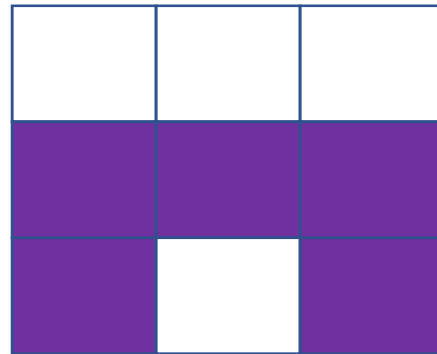


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.3, 3.2) \cap (1.3, 2.1, 2.2) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.3, 3.2) \cap (3.3) = \emptyset$$

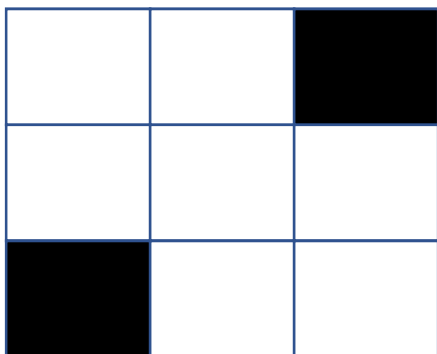
$$N(2.3) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.2, 3.3)$$

$$N(3.2) = (2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.3)$$



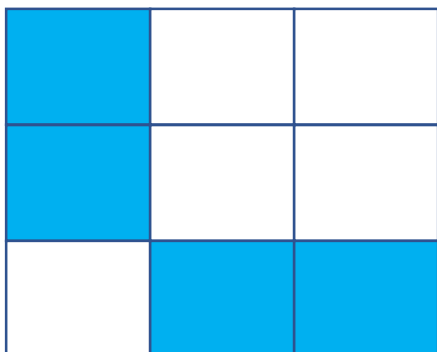
$$2.7. R = (3.1)$$

$$G(3.1, 1.3) = (1.3, 3.1)$$



$$R_\lambda(3.1) = (1.1, 2.1)$$

$$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$$

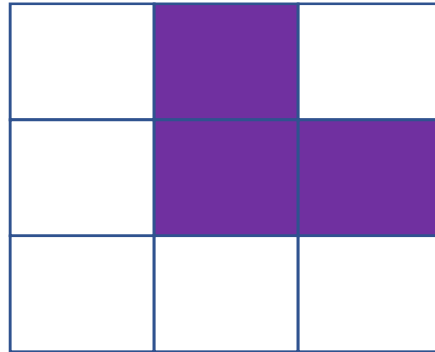
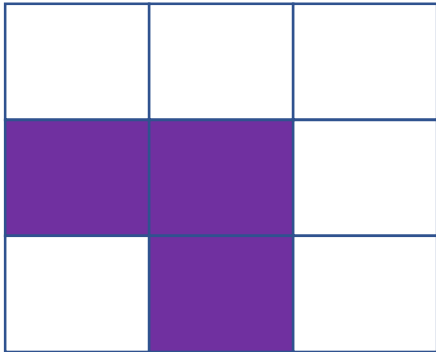


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.1, 1.3) \cap (1.1, 2.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(3.1, 1.3) \cap (3.2, 3.3) = \emptyset$$

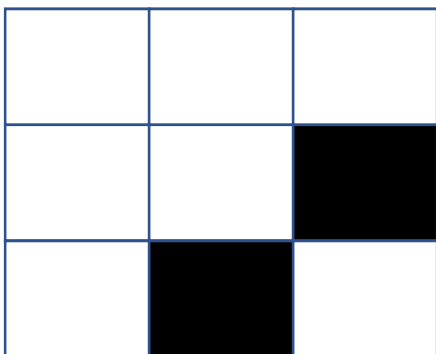
$$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$$

$$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$$



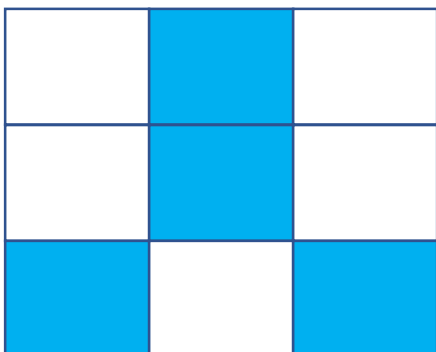
$$2.8. R = (3.2)$$

$$G(3.2, 2.3) = (2.3, 3.2)$$



$$R_\lambda(3.2) = (1.2, 2.2, 3.1)$$

$$R_\rho(3.2) = (3.3)$$



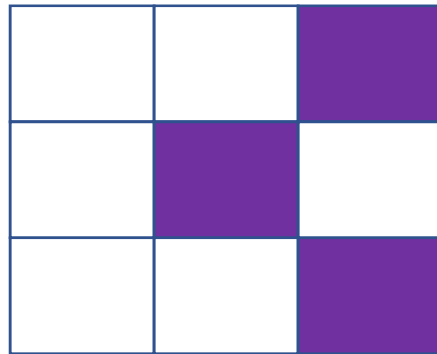
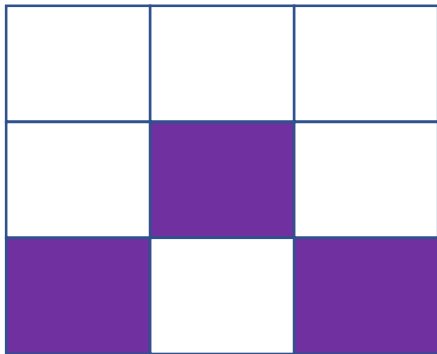


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.2, 2.3) \cap (1.2, 2.2, 3.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(3.2, 2.3) \cap (3.3) = \emptyset$$

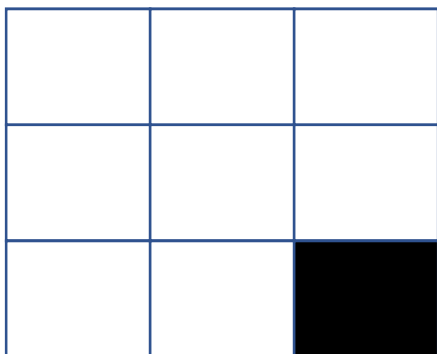
$$N(3.2) = (2.2, 3.1, 3.3)$$

$$N(2.3) = (1.3, 2.2, 3.3)$$



$$2.9. R = (3.3)$$

$$G(3.3, 3.3) = (3.3)$$



$$R_\lambda(3.3) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$

$$R_\rho(2.1) = \emptyset$$


$$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.3) \cap (1.3, 2.3, 3.1, 3.2) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(3.3) \cap \emptyset = \emptyset$$

$$N(3.3) = (2.2, 2.3, 3.2)$$

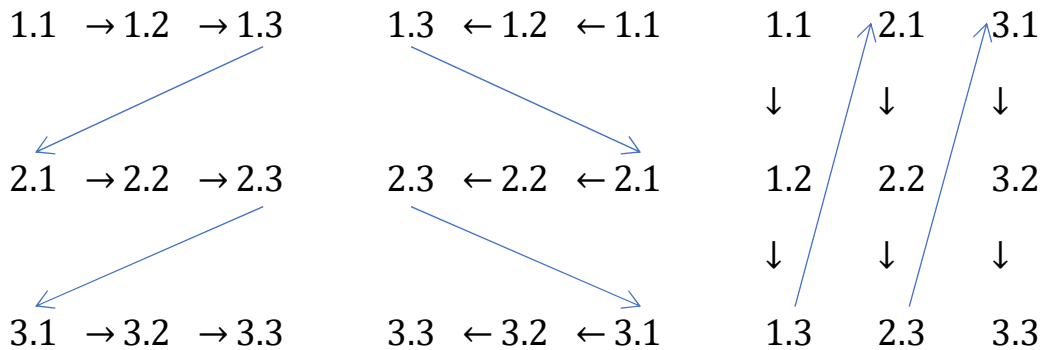

### Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

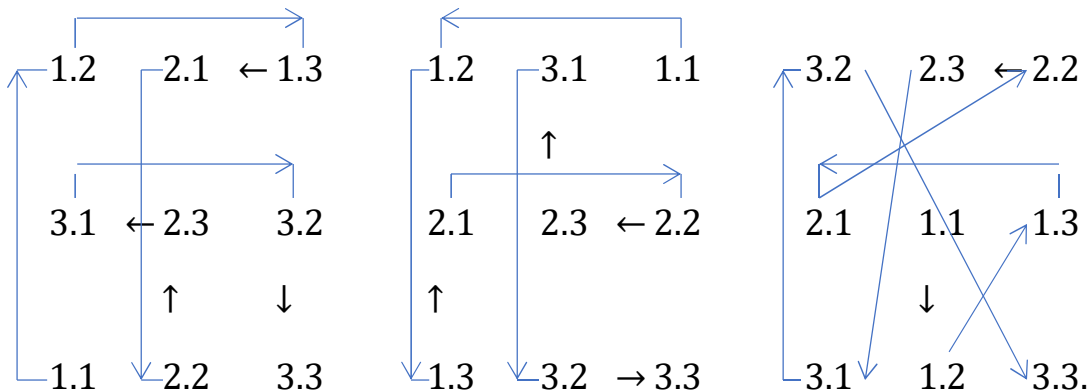
Toth, Alfred, Semiotische Ränder und Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Positionsabhängigkeit semiotischer Nachbarschaft

1. Im folgenden werden 6 semiotische Matrizen gegeben. Man denke sie sich von links nach rechts durchnummeriert. Nr. 1 ist die von Bense (1975) eingeführte semiotische (Normal-) Matrix. Nr. 2 ist eine Transponierte, für die die generativen durch die degenerativen Semiosen ersetzt wurde. Nr. 3 ist eine Transponierte, bei der Triaden und Trichotomien vertauscht wurden.



Die Nrn. 4 bis 6 sind weitgehend arbiträr gewählte, d.h. "chaotische" semiotische Matrizen.



2. Nach dem Betrachten der 6 Matrizen dürfte unmittelbar einleuchten, daß die in Toth (2013) für jede Matrizen der 9 dyadischen semiotischen Subrelationen gegebene Nachbarschaft nur dann auf einer bijektiven Abbildung zwischen Subzeichen und Nachbarschaft beruht, wenn die Werte der Subzeichen bijektiv auf deren Positionen, d.h. vermöge der Matrix Nr. 1, abgebildet werden. Hebt man diese Bijektion jedoch auf, dann erhält man theoretisch unendlich viele Nachbarschaften für jede semiotische Subrelation. Im folgenden werden zur

Illustration die Nachbarschaften für  $R = (1.3)$  für alle 6 gewählten Matrizen gegeben.

1.1	1.2   1.3	1.3   1.2	1.1	1.1	2.1	3.1
2.1	2.2   2.3	2.3   2.2	2.1	1.2   2.2		3.2
3.1	3.2   3.3	3.3   3.2	3.1	1.3   2.3		3.3
1.2	2.1   1.3	1.2   3.1	1.1	3.2	2.3   2.2	
3.1	2.3   3.2	2.1   2.3	2.2	2.1	1.1   1.3	
1.1	2.2   3.3	1.3   3.2	3.3	3.1	1.2   3.3	

Wir bekommen somit (die Indizes referieren auf die Nrn. der Matrizen)

$$N_1(1.3) = N_2(1.3) = N_3(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3).$$

$$N_4(1.3) = N_5(1.3) = (2.1, 2.3, 3.2).$$

(Semiotische Nachbarschaft ist somit unabhängig von Matrizen-Transposition.)

$$N_6(1.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 2.3, 3.3).$$

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

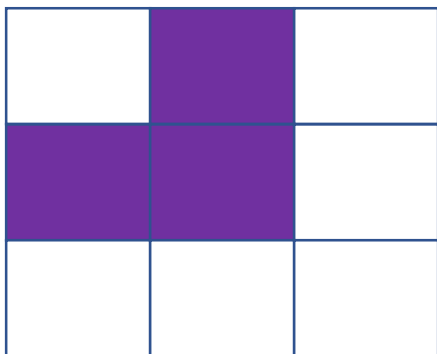
## Überlappungen und Transpositionen semiotischer Nachbarschaft

1. In Toth (2013) wurden semiotische Nachbarschaften von Subrelationen als die Menge der unmittelbaren linearen und diagonalen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen definiert. Geht man von diesen Mengen von nachbarschaftlichen Subrelationen aus, so stellt man fest, daß sie im Gegensatz zu den Subrelationen, zu denen die Nachbarschaften gehören, alle sowohl paarweise überlappen als auch Transpositionen voneinander darstellen. Diese beiden Kategorien sind somit komplementär. Ferner gibt es nur eine einzige automorphe semiotische Nachbarschaft.

### 2. Überlappende semiotischer Nachbarschaften

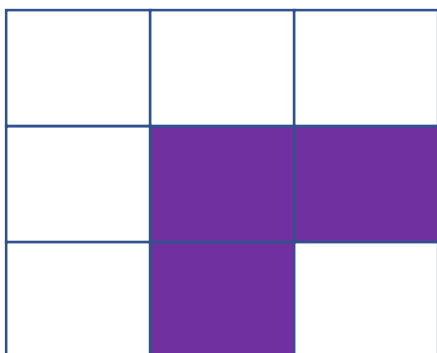
2.1.  $R = (1.1)$

$N(1.1) = (1.2, 2.1, 2.2)$



2.2.  $R = (3.3)$

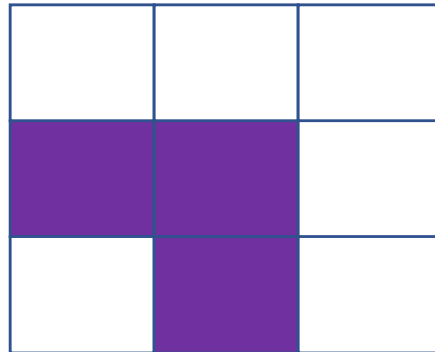
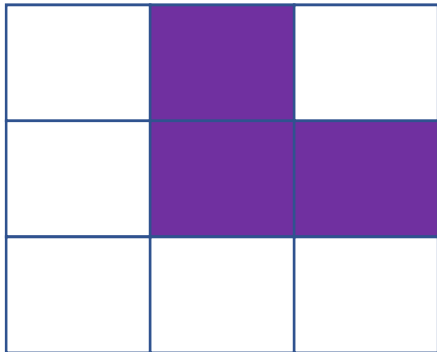
$N(3.3) = (2.2, 2.3, 3.2)$



2.3.  $R = (1.3)$

$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$

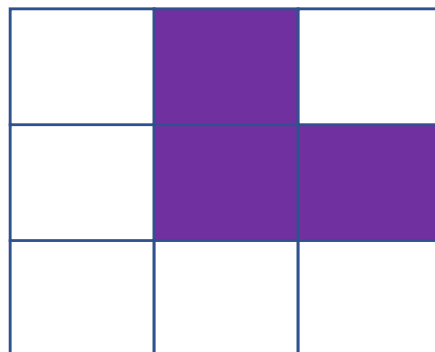
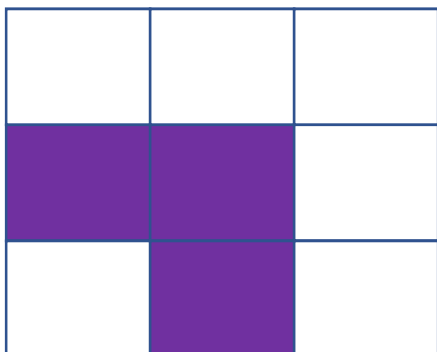
$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$



2.4.  $R = (3.1)$

$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$

$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$

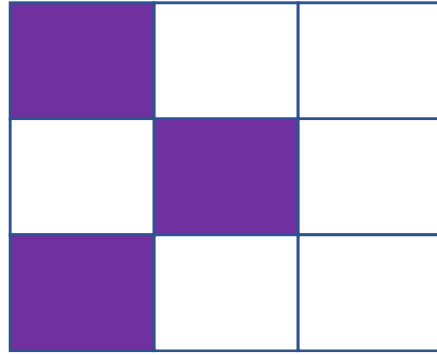
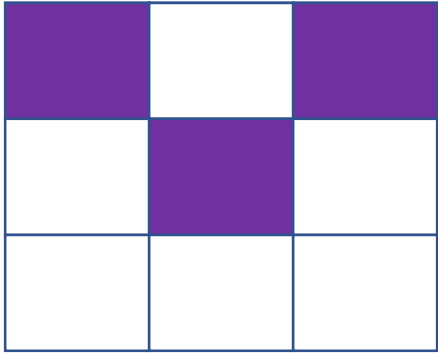


### 3. Transponierte semiotische Nachbarschaften

3.1.  $R = (1.2)$

$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$

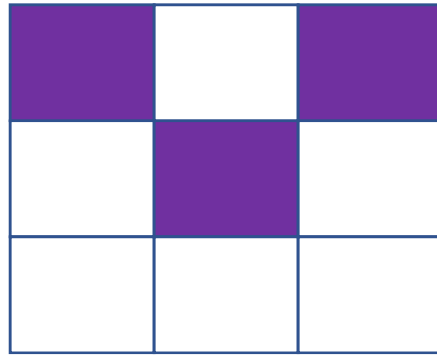
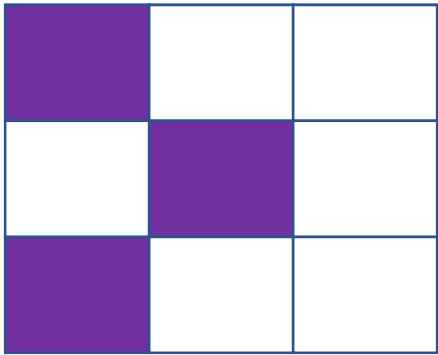
$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$



3.2.  $R = (2.1)$

$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$

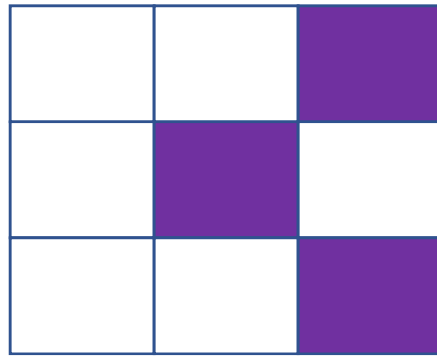
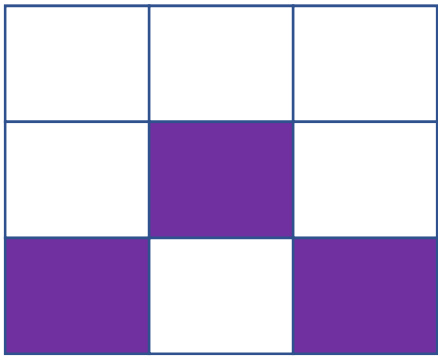
$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$



3.3.  $R = (3.2)$

$N(3.2) = (2.2, 3.1, 3.3)$

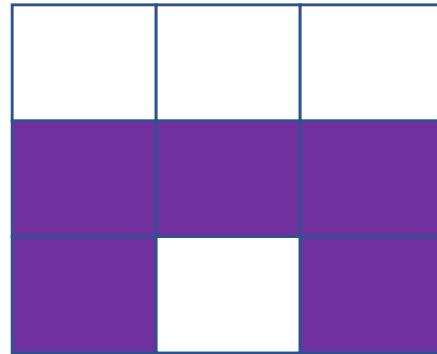
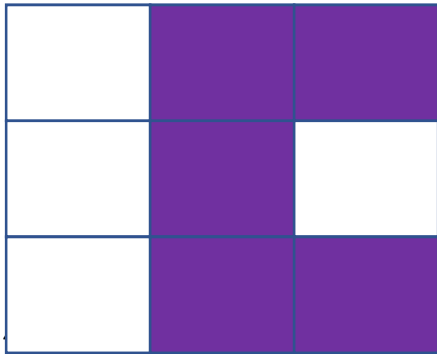
$N(2.3) = (1.3, 2.2, 3.3)$



3.4.  $R = (2.3)$

$N(2.3) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.2, 3.3)$

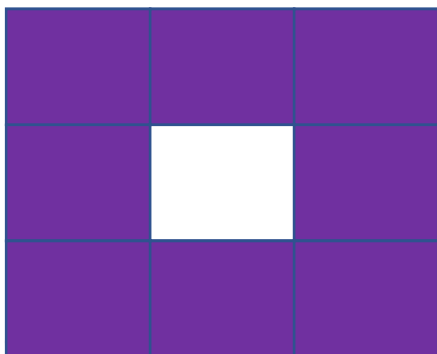
$N(3.2) = (2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.3)$



#### 4. Automorphe semiotische Nachbarschaft

$R = (2.2)$

$N(2.2) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$



#### Literatur

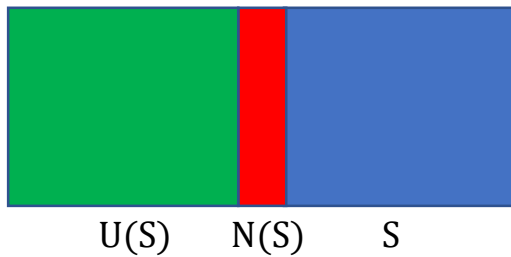
Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013



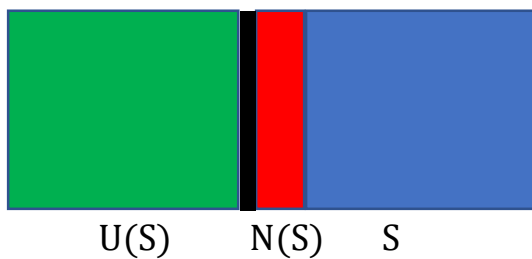
## Ontisch-semiotische Rand-Transformationen bei Umgebungsklassen

1. Gemäß Toth (2013) gibt es folgende drei Typen der engeren Zugehörigkeit ontischer Nachbarschaften zu Systemen mit ihren Umgebungen

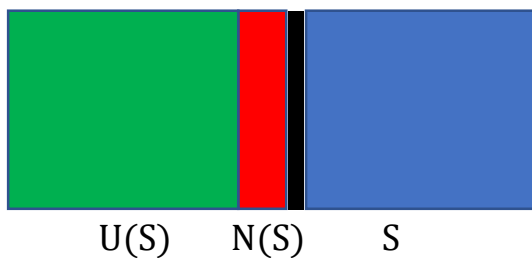
1.1.  $S^* = [S, N[S], U]$



1.2.  $S^* = [[S, N[\mathcal{R}[S, U]]], U]$



1.3.  $S^* = [S, [N[\mathcal{R}[S, U]], U]]$



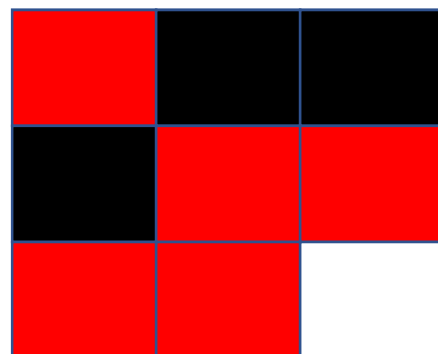
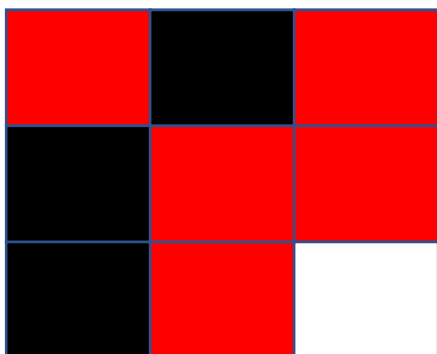
2. Bislang hatten wir in der Theorie der Ränder, Grenzen, Grenzränder, Nachbarschaften und Umgebungen den i.d.R. den Weg von der Semiotik zur Ontik eingeschlagen (vgl. Toth 2013b-d). Im folgenden beschreiten wir den umgekehrten Weg und bilden die drei oben gegebenen Nachbarschaftstypen bei Rändern auf die Semiotik ab. Wir geben zunächst die Tripartition von System, Nachbarschaft und Umgebung für jedes der 10 regulären semiotischen Dualsysteme, die somit die Struktur des obigen Modells 1 abbilden, und

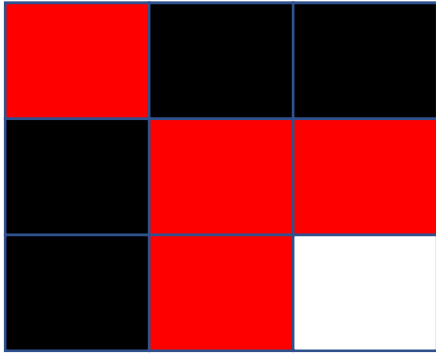
hernach die beiden den Modellen 2 und 3 entsprechenden semiotischen Strukturen. Man beachte, daß der transpositionell bedingte Unterschied zwischen den Strukturen von Zeichen- und Realitätsthematik bei den Transformaten trotz der "Prädominanz" von Systemen über Nachbarschaft nicht aufgehoben ist!

$$2.1. DS = [(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)]$$

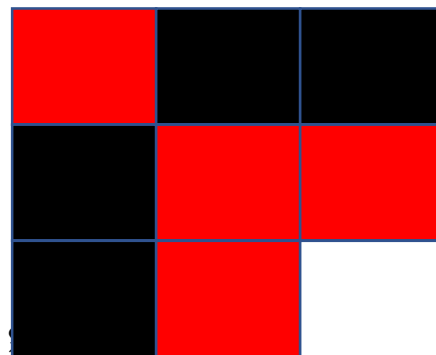
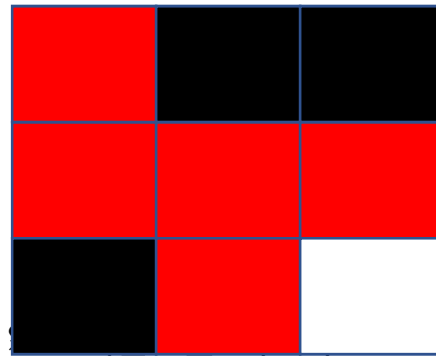
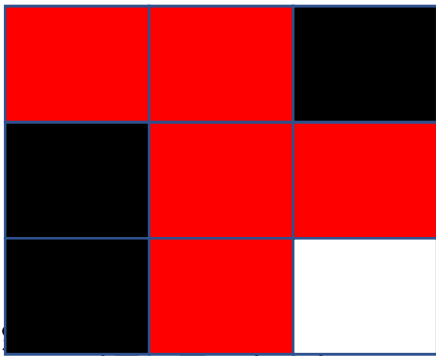


$$2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)]$$

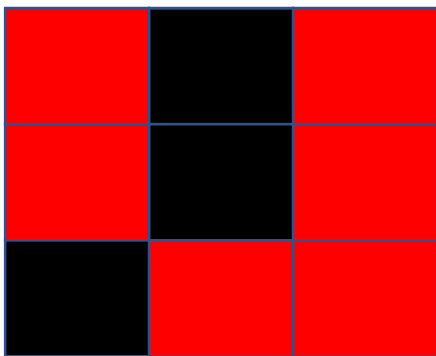




2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)]

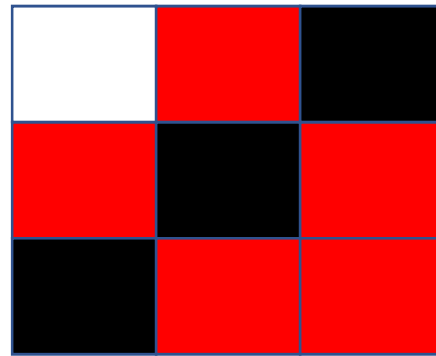
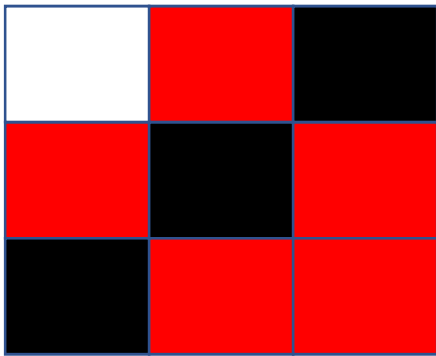


2.4. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)]



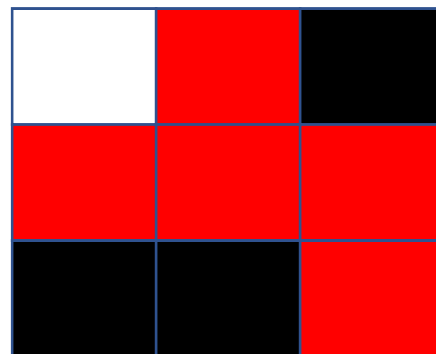
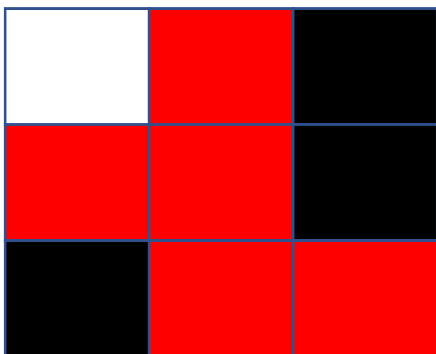


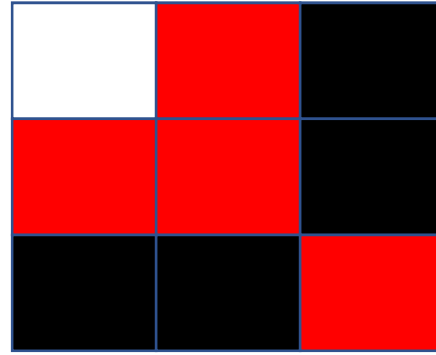
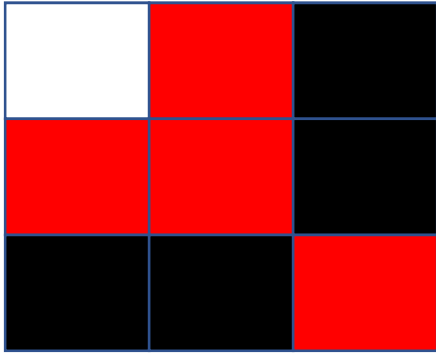
2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)]



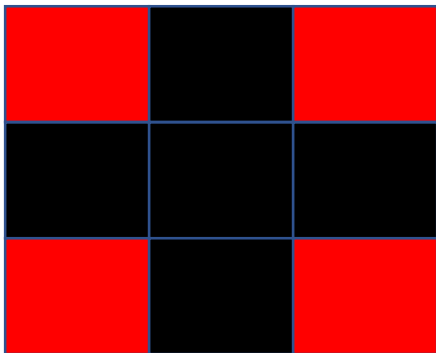
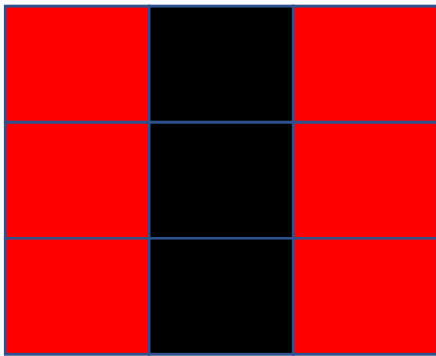
Transformation ist automorph.

2.6. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)]

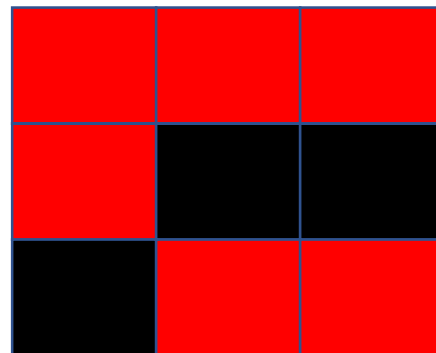


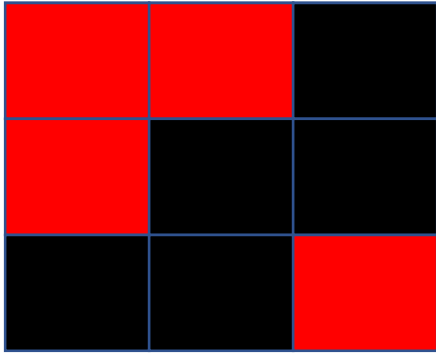


2.7. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)]

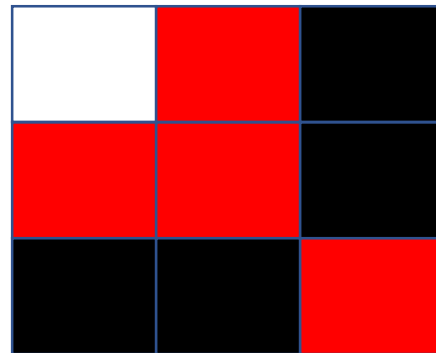
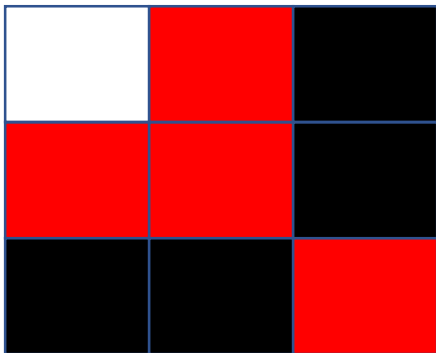
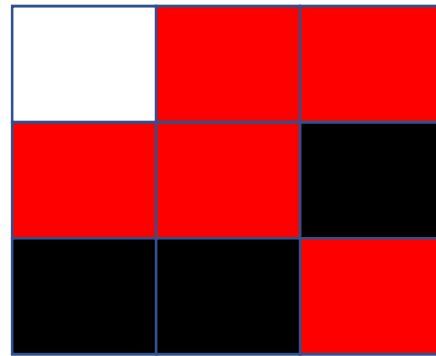
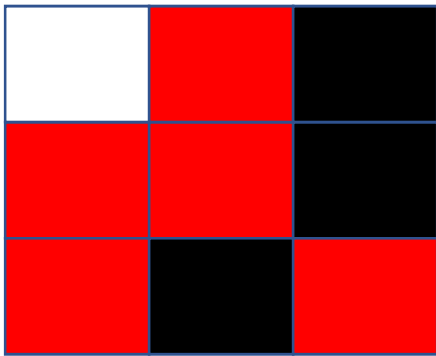


2.8. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)]

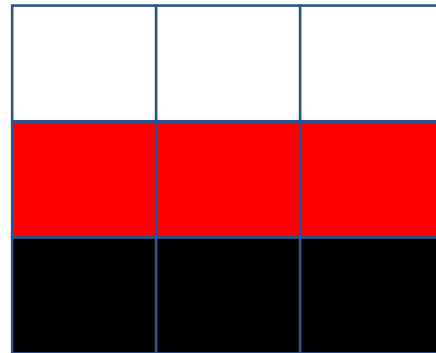


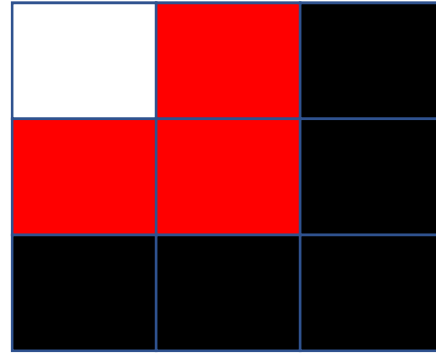
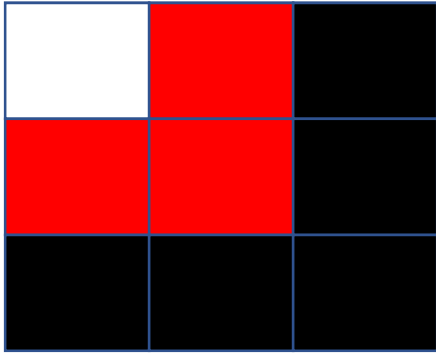


2.9. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)]



2.10. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)]





Impressionistisch kann man diese Transformationen im Slogan "Systeme nehmen überhand" fassen, und zwar nehmen sie auf Kosten der Nachbarschaften, nicht aber auf diejenige der Umgebungen, die somit konstant bleiben, überhand.

### **Literatur**

Toth, Alfred, Zweidimensionale Nachbarschaften ontischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaftsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotische Randklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Semiotische Relationen aus konversen Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

## Topologische Werte semiotischer Subrelationen

1. In dieser Arbeit werden die bisherigen Ergebnisse der topologischen Semiotik (vgl. zuletzt Toth 2013a, b) dadurch zusammengefaßt, daß die topologischen Werte für Grenzen, Ränder, Grenzünder, Nachbarschaften und Umgebungen aller 9 semiotischen Subrelationen (Subzeichen) gegeben werden, wie sie in der semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37) erscheinen.

2.1. R = (1.1)

$$G(1.1, 1.1) = (1.1)$$

$$R_\lambda(1.1) = \emptyset$$

$$R_\rho(1.1) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.1) \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(1.1) \cap (1.2, 1.3, 2.1, 3.1) = \emptyset$$

$$N(1.1) = \{1.2, 2.1, 2.2\}$$

$$U(1.1) = \{1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$$

$$N(U(1.1)) = \{1.2, 2.1, 2.2\}.$$

2.2. R = (1.2)

$$G(1.2, 2.1) = (1.2, 2.1)$$

$$R_\lambda(1.2) = (1.1)$$

$$R_\rho(1.2) = (1.3, 2.2, 3.2)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.2, 2.1) \cap (1.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(1.2, 2.1) \cap (1.3, 2.2, 3.2) = \emptyset$$

$$N(1.2) = \{1.1, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3\}$$

$$U(1.2) = \{3.1, 3.2, 3.3\}$$

$$N(U(1.2)) = (2.1, 2.2, 2.3).$$



2.3.  $R = (1.3)$

$$R_\lambda(1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.3, 3.1) \cap (1.1, 1.2) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(1.3, 3.1) \cap (2.3, 3.3) = \emptyset$$

$$N(1.3) = \{1.2, 2.2, 2.3\}$$

$$U(1.3) = \{1.1, 2.1, 3.1, 3.2, 3.3\}$$

$$N(U(1.3)) = \{1.2, 2.2, 2.3\}.$$

2.4.  $R = (2.1)$

$$G(2.1, 1.2) = (2.1, 1.2)$$

$$R_\lambda(2.1) = (1.1)$$

$$R_\rho(2.1) = (2.2, 2.3, 3.1)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.1, 1.2) \cap (1.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.1, 1.2) \cap (2.2, 2.3, 3.1) = \emptyset$$

$$N(2.1) = \{1.1, 1.2, 2.2, 3.1, 3.2\}$$

$$U(2.1) = \{1.3, 2.3, 3.3\}$$

$$N(U(2.1)) = \{1.2, 2.2, 3.2\}.$$

2.5.  $R = (2.2)$

$$G(2.2, 2.2) = (2.2)$$

$$R_\lambda(2.2) = (1.2, 2.1)$$

$$R_\rho(2.2) = (2.3, 3.2)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.2) \cap (1.2, 2.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.2) \cap (2.3, 3.2) = \emptyset$$

$$N(2.2) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$$

$$U(2.2) = \emptyset$$

$$N(U(2.2)) = \mathfrak{M}_{3 \times 3}.$$

$$2.6. R = (2.3)$$

$$G(2.3, 3.2) = (2.3, 3.2)$$

$$R_\lambda(2.3) = (1.3, 2.1, 2.2)$$

$$R_\rho(2.3) = (3.3)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(2.3, 3.2) \cap (1.3, 2.1, 2.2) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(2.3, 3.2) \cap (3.3) = \emptyset$$

$$N(2.3) = \{1.2, 1.3, 2.2, 3.2, 3.3\}$$

$$U(2.3) = \{1.1, 2.1, 3.1\}$$

$$N(U(2.3)) = \{1.2, 2.2, 3.2\}.$$

$$2.7. R = (3.1)$$

$$G(3.1, 1.3) = (1.3, 3.1)$$

$$R_\lambda(3.1) = (1.1, 2.1)$$

$$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.1, 1.3) \cap (1.1, 2.1) = \emptyset$$

$$\mathfrak{G}_\rho = G(3.1, 1.3) \cap (3.2, 3.3) = \emptyset$$

$$N(3.1) = \{2.1, 2.2, 3.2\}$$

$$U(3.1) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.3, 3.3\}$$

$$N(U(3.1)) = \{2.1, 2.2, 3.2\}.$$

2.8.  $R = (3.2)$

$G(3.2, 2.3) = (2.3, 3.2)$

$R_\lambda(3.2) = (1.2, 2.2, 3.1)$

$R_\rho(3.2) = (3.3)$

$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.2, 2.3) \cap (1.2, 2.2, 3.1) = \emptyset$

$\mathfrak{G}_\rho = G(3.2, 2.3) \cap (3.3) = \emptyset$

$N(3.2) = \{2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.3\}$

$U(3.2) = \{1.1, 1.2, 1.3\}$

$N(U(3.2)) = \{2.1, 2.2, 2.3\}$ .

2.9.  $R = (3.3)$

$G(3.3, 3.3) = (3.3)$

$R_\lambda(3.3) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$

$R_\rho(2.1) = \emptyset$

$\mathfrak{G}_\lambda = G(3.3) \cap (1.3, 2.3, 3.1, 3.2) = \emptyset$

$\mathfrak{G}_\rho = G(3.3) \cap \emptyset = \emptyset$

$N(3.3) = \{2.2, 2.3, 3.2\}$

$U(3.3) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 3.1\}$

$N(U(3.3)) = \{2.2, 2.3, 3.2\}$ .

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

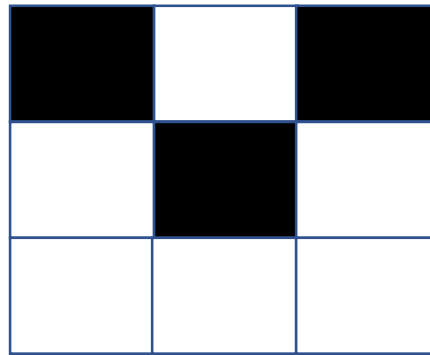
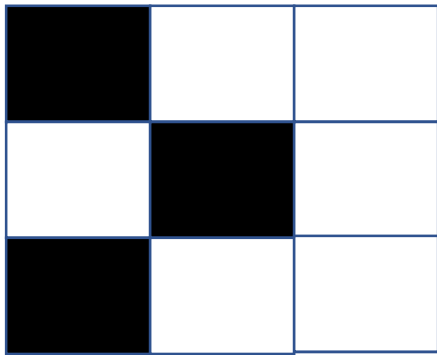
Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

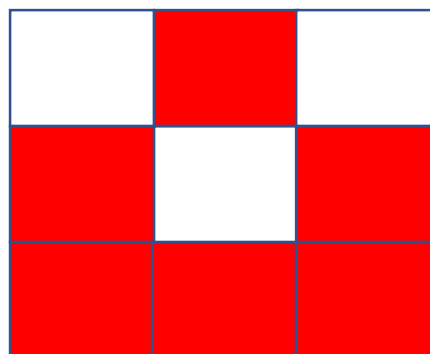
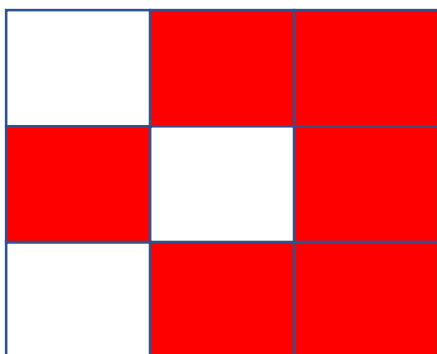
## Nachbarschaftsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme

1. Da die Untersuchung von Nachbarschaften und Umgebungen semiotischer Subrelationen und Dualsystemen (vgl. Toth 2013a-d) sehr interessante neue semiotische Relationen zutage gefördert hat, wollen wir im folgenden zunächst die Nachbarschaftsrelationen der zur Differenzmenge der 10 regulären semiotischen Dualsysteme aus der Gesamtmenge der  $3^3 = 27$  möglichen triadisch-trichotomischen Relationen erzeugbaren 17 irregulären semiotischen Relationen betrachten. Wie bekannt, enthalten diese letzteren Relationen sämtliche symmetrischen Typen abgesehen von der dualidentischen Eigenrealitätsklasse (vgl. Toth 2013e).

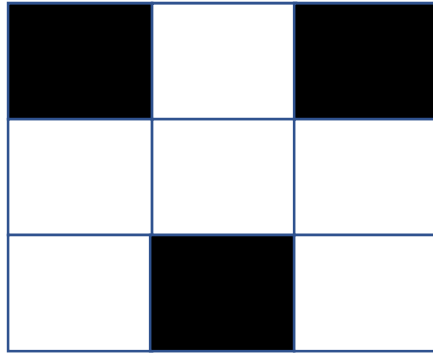
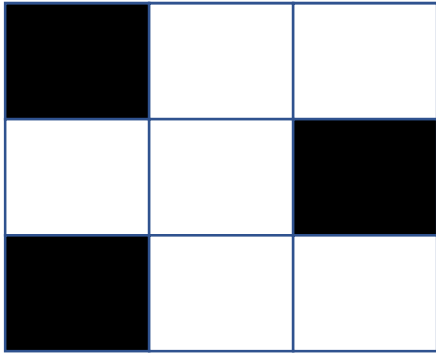
2.1. DS = [(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



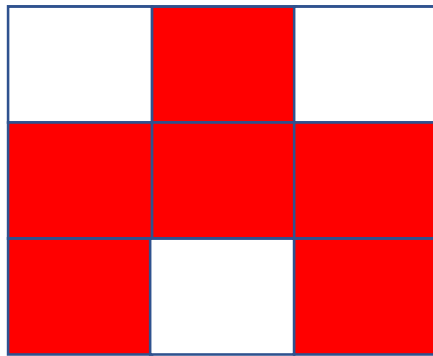
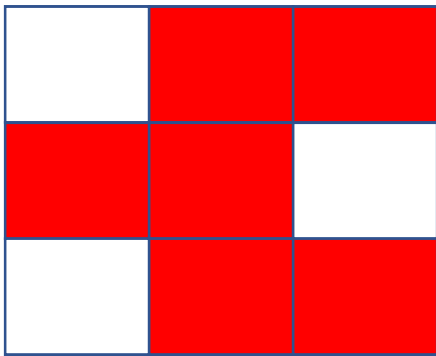
N[(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



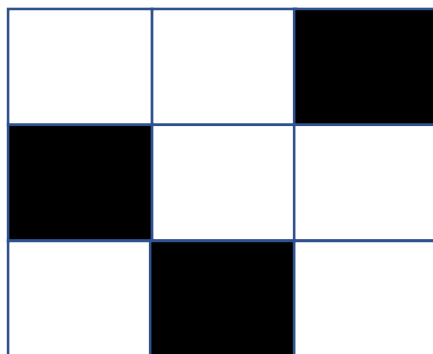
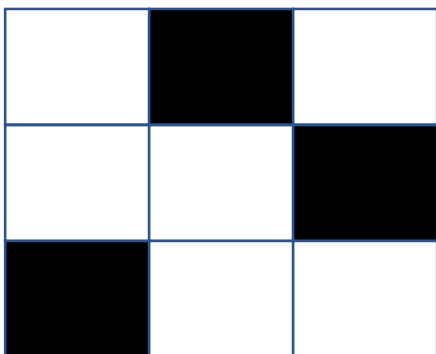
$$2.2. DS = [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$



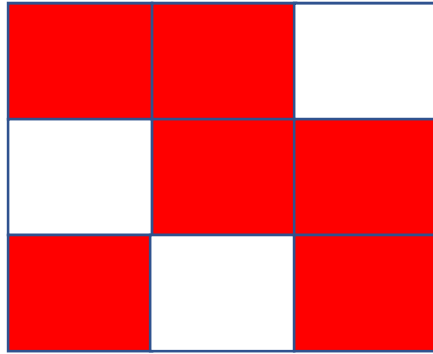
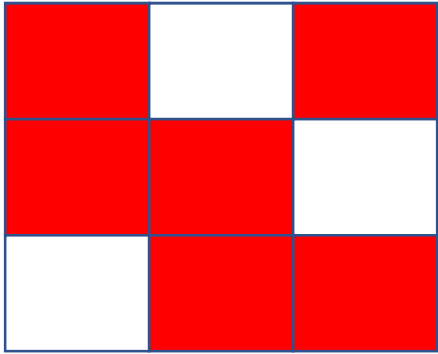
$$N[(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$



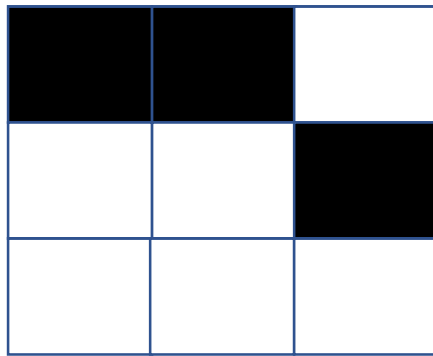
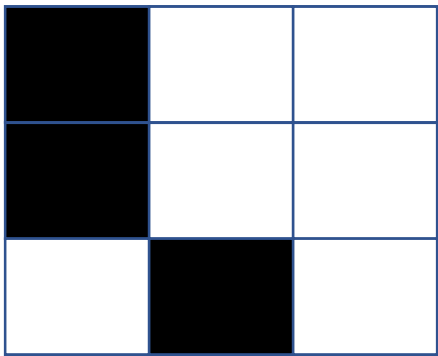
$$2.3. DS = [(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)]$$



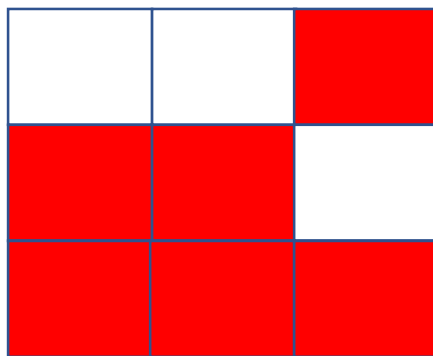
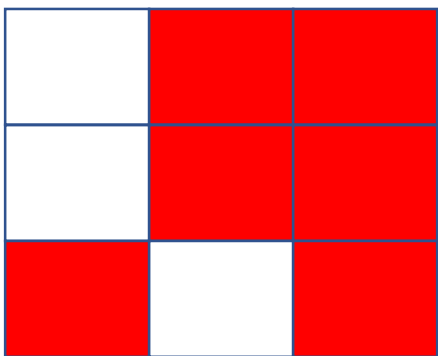
$N[(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)]$



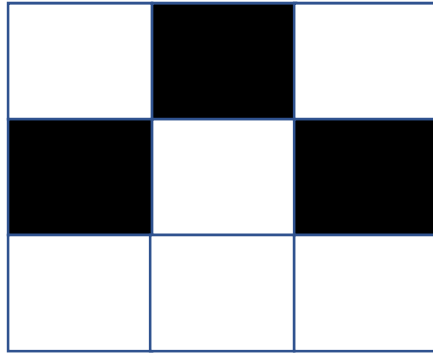
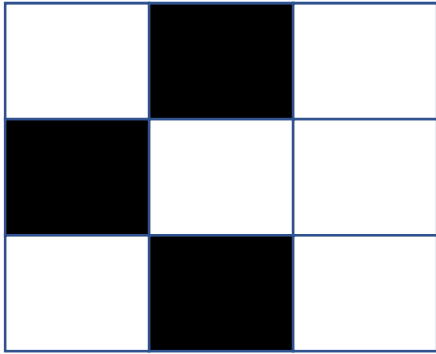
2.4. DS =  $[(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]$



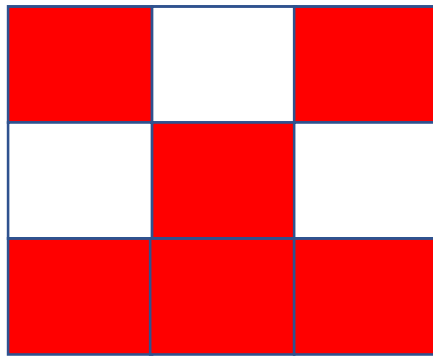
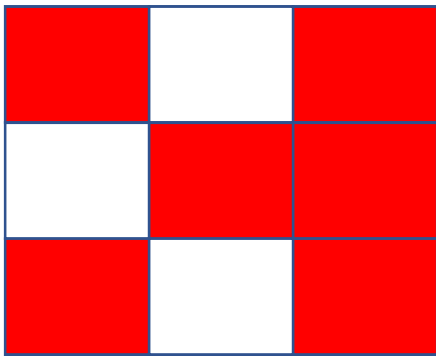
$N[(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]$



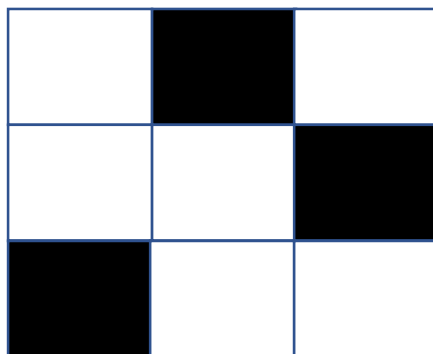
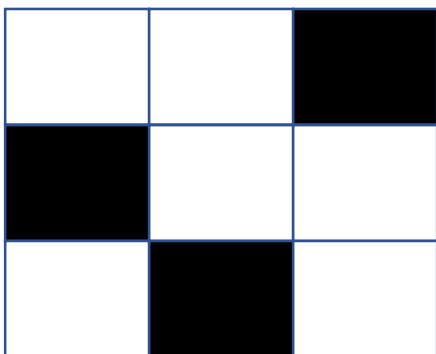
$$2.5. DS = [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)]$$



$$N[(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)]$$

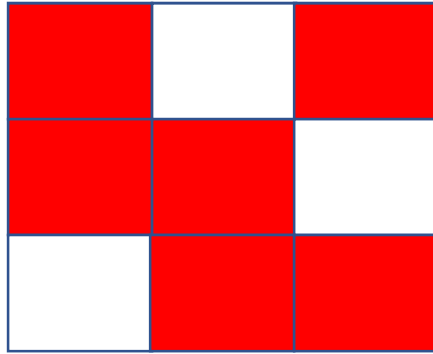
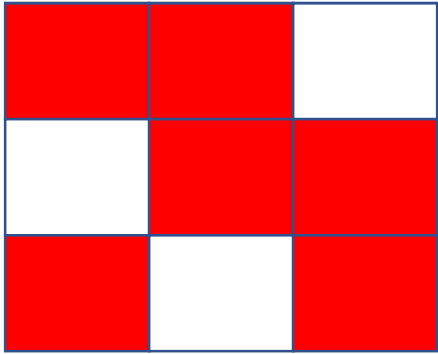


$$2.6. DS = [(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)]$$

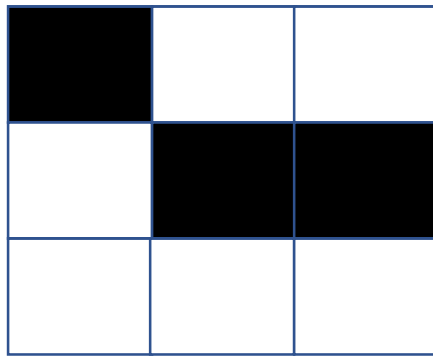
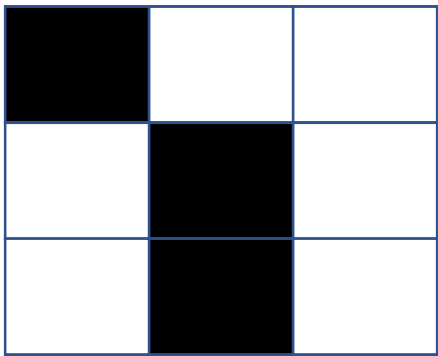




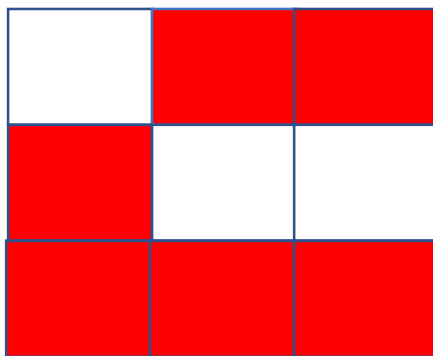
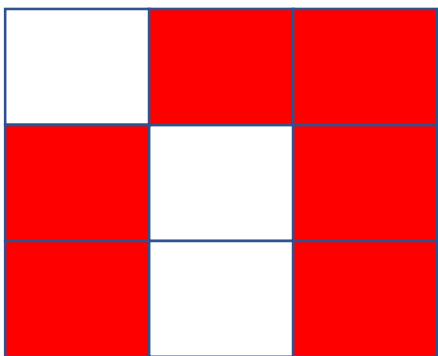
$N[(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)]$



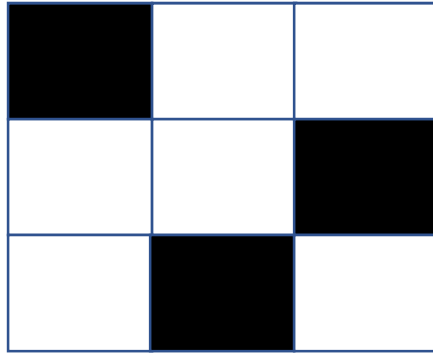
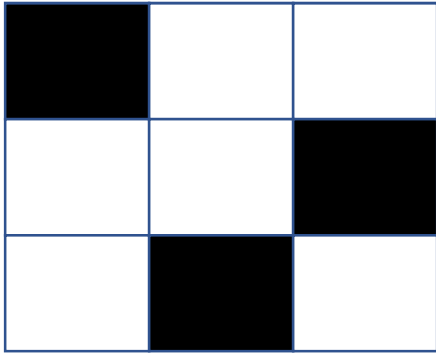
2.7. DS =  $[(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)]$



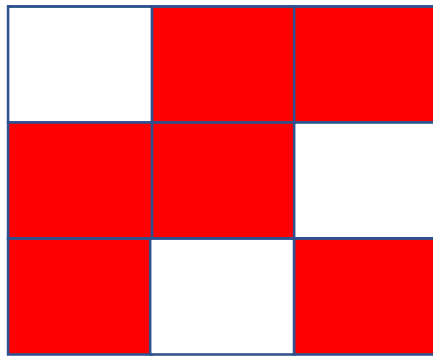
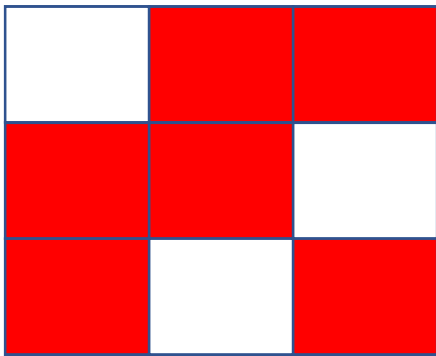
$N[(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)]$



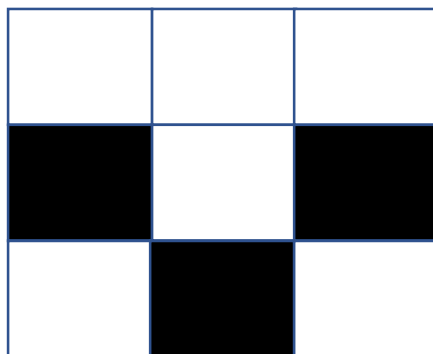
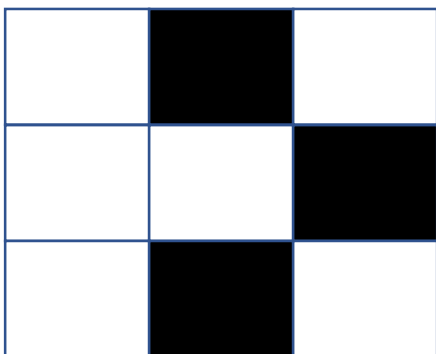
$$2.8. DS = [(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)]$$



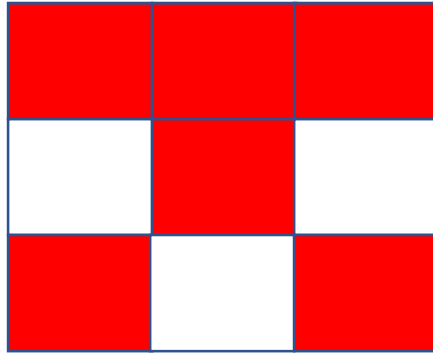
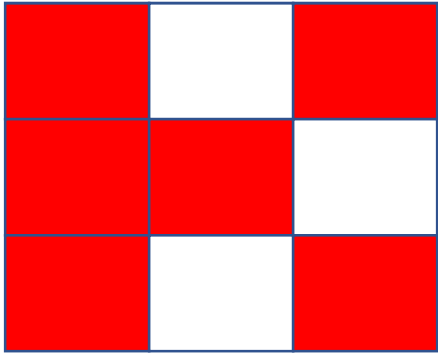
$$N[(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)]$$



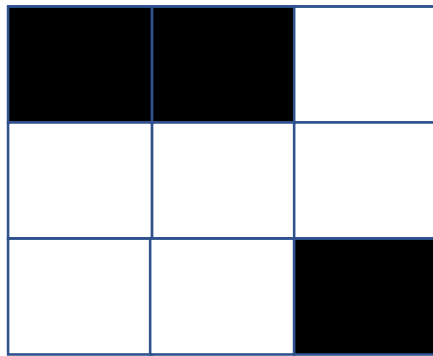
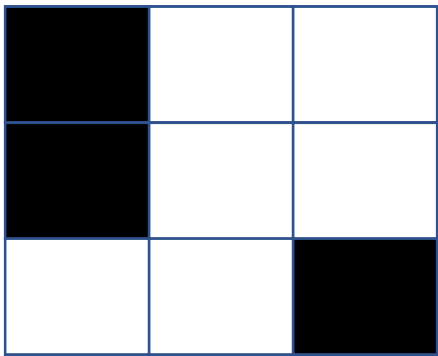
$$2.9. DS = [(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)]$$



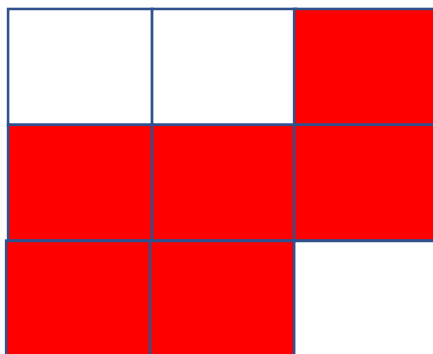
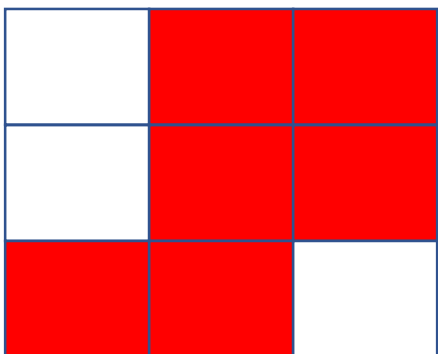
$N[(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)]$



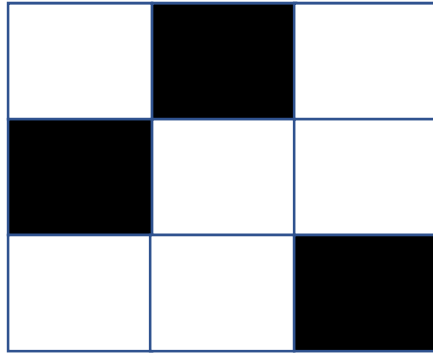
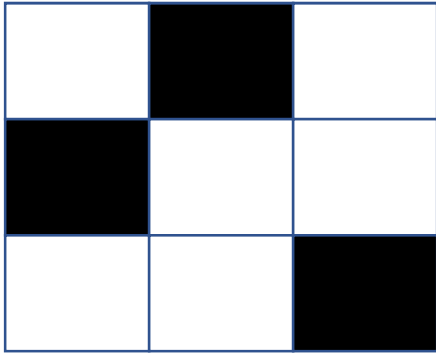
2.10. DS =  $[(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$



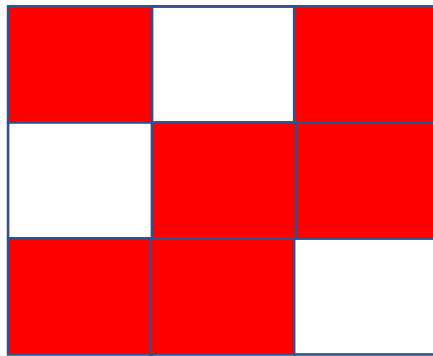
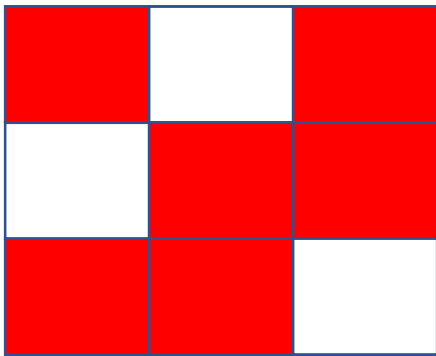
$N[(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$



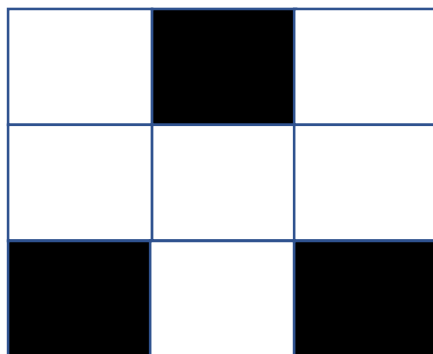
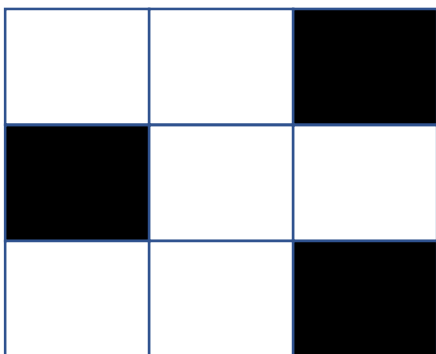
$$2.11. DS = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



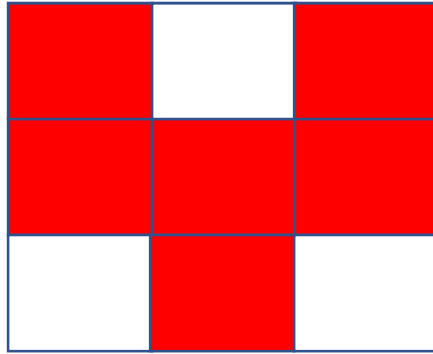
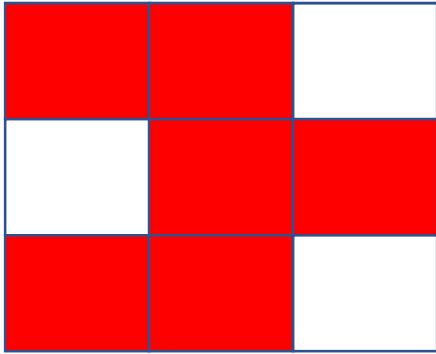
$$N[(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



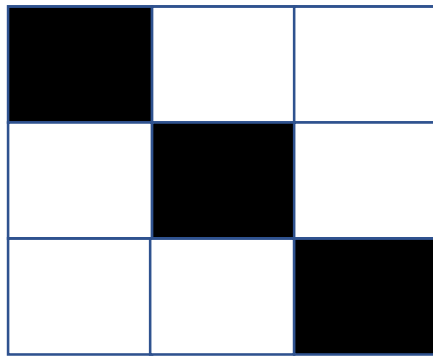
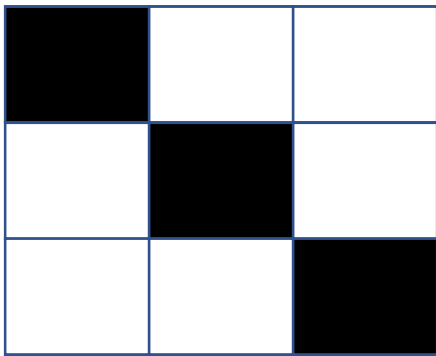
$$2.12. DS = [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$$



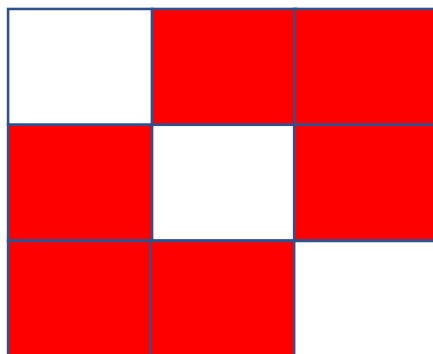
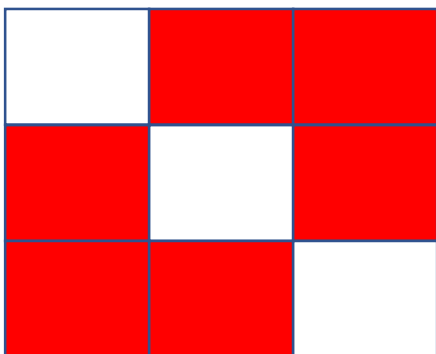
$N[(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$



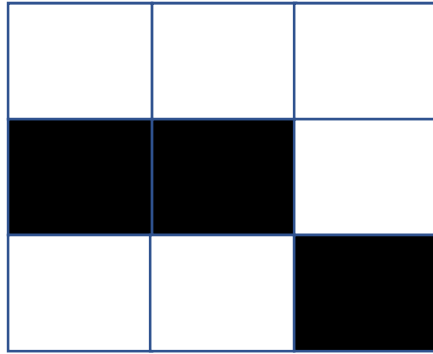
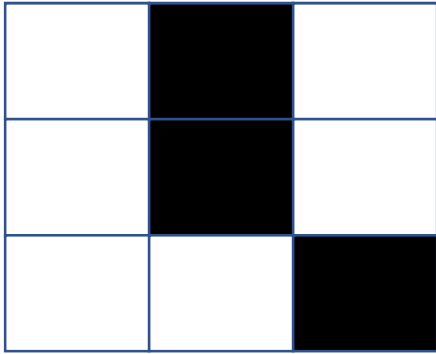
2.13. DS =  $[(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$



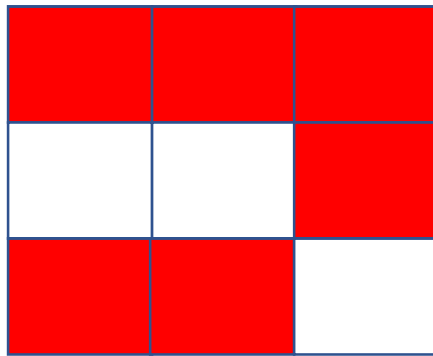
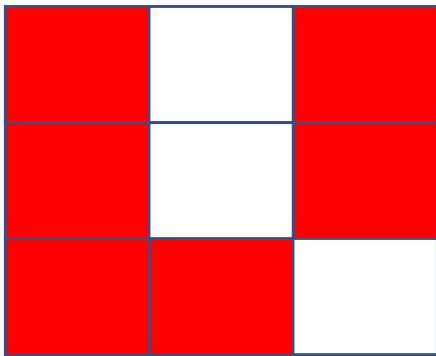
$N[(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$



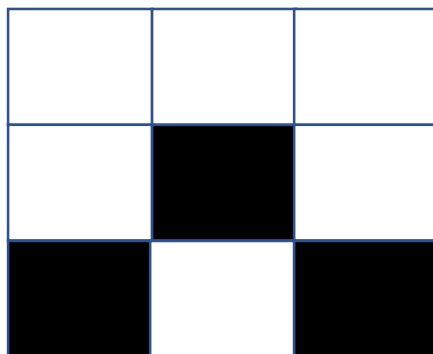
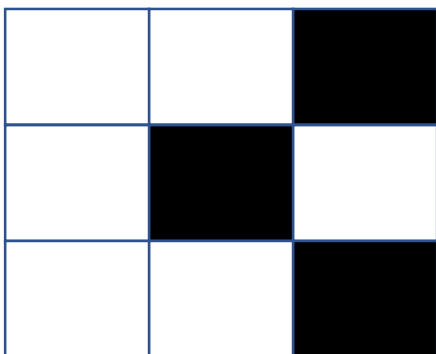
$$2.14. DS = [(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



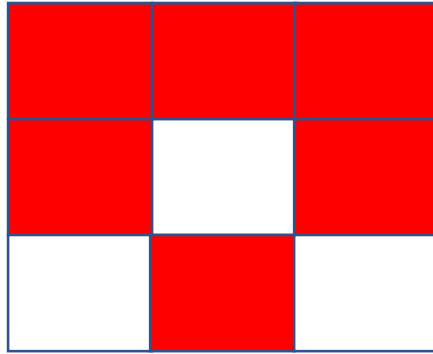
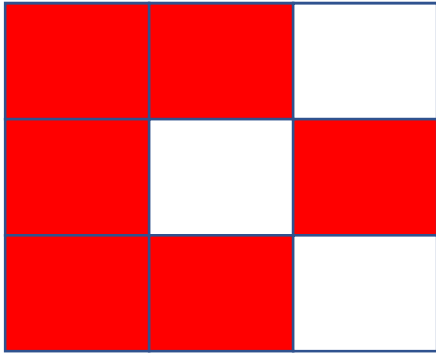
$$N[(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



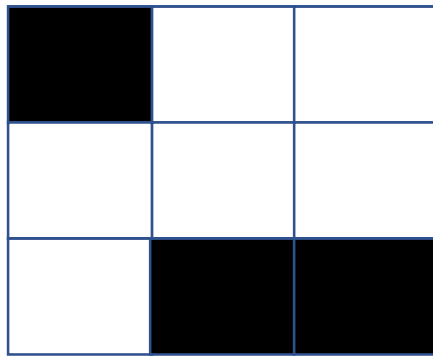
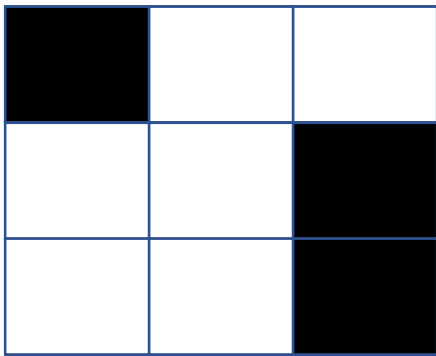
$$2.15. DS = [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$



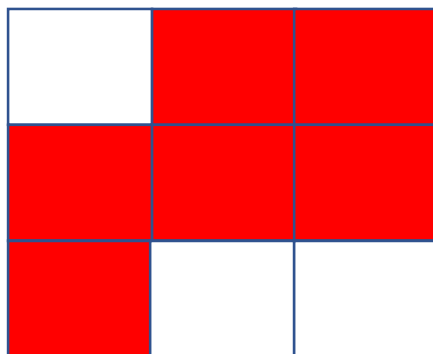
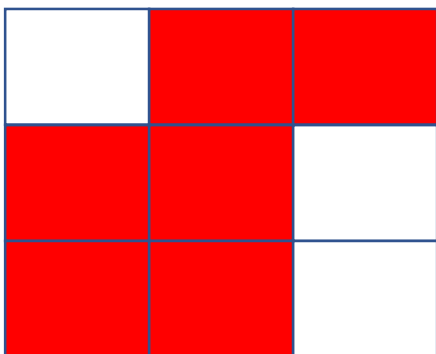
$N[(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$



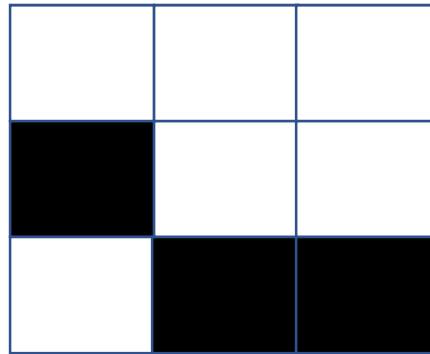
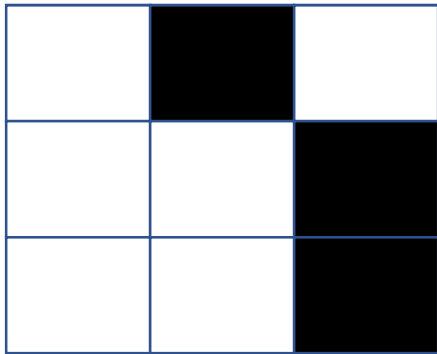
2.16. DS =  $[(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$



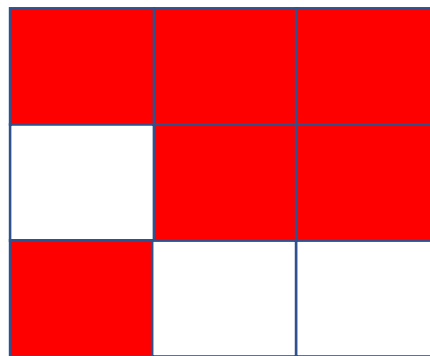
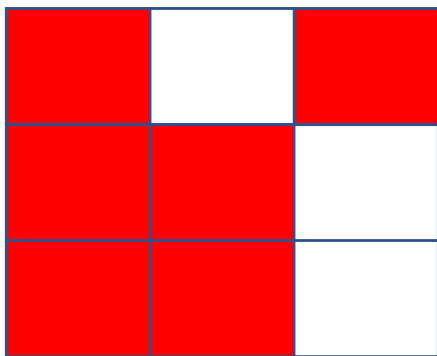
$N[(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$



$$2.17. DS = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



$$N[(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



## Literatur

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Rand-Transformationen bei Umgebungs-  
klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Relationen aus konversen Nachbarschaften. In:  
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotische Umgebungsclassen. In: Electronic Journal for Mathe-  
matical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungsclassen. In: Electronic  
Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In:  
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e



## Konkatenationen semiotischer Nachbarschaften

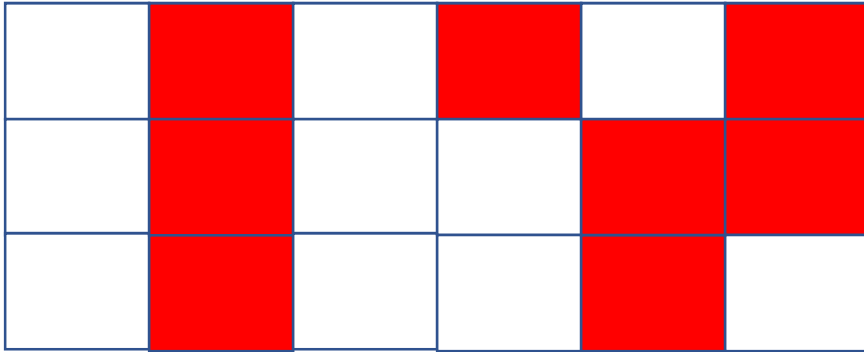
1. Will man die Nachbarschaften (bzw. Ränder, Grenzen, Grenzränder oder Umgebungen, vgl. Toth 2013) von n-tupeln von semiotischen Relationen bestimmen, so kann man dazu eine Form der Konkatenation von Matrizen einführen. Mag dieses Verfahren algebraisch absonderlich erscheinen, so möge man sich vor Augen halten, daß in der Semiotik triadische Relationen als Konkatenationen von Paaren von dyadischen Relationen erklärt werden (vgl. Walther 1979, S. 79). Dieses Verfahren kann man nun auch in Form von zwei  $3 \times 2$ -Matrizen, die zu einer  $3 \times 3$ -Matrize zusammengefügt werden, darstellen.

1.1	2.1	2.1	3.1
1.2	2.2	2.2	3.2

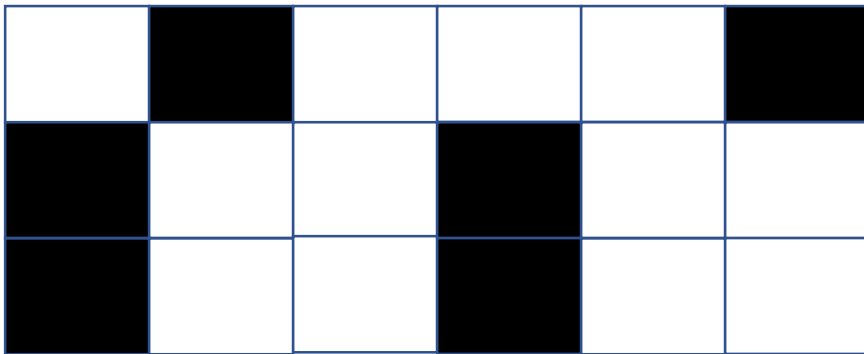
2. Nachbarschaften regulärer semiotischer Relationen

$$DS\ 1 \bowtie DS\ 2 = (3.1, 2.1, 1.1) \bowtie (3.1, 2.1, 1.2)$$

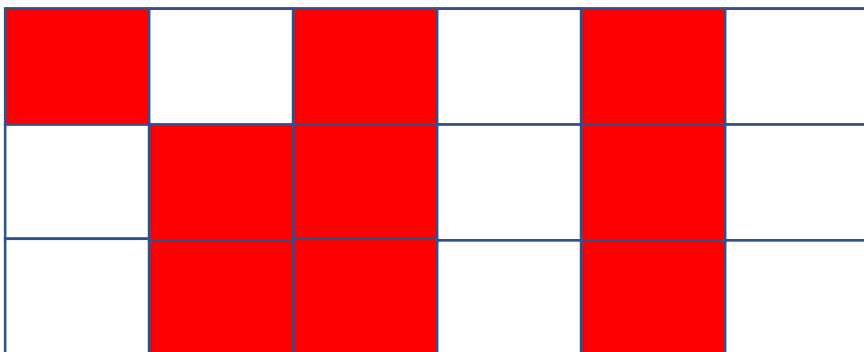

$$N[(3.1, 2.1, 1.1) \times (3.1, 2.1, 1.2)] = (1.2, 2.2, 3.2 \mid 1.1, 1.3, 2.2, 2.3, 3.2)$$



$$DS\ 2 \bowtie DS\ 3 = (3.1, 2.1, 1.2) \bowtie (3.1, 2.1, 1.3)$$



$$N[(3.1, 2.1, 1.2) \times (3.1, 2.1, 1.3)] = (1.1, 1.3, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3 \mid 1.2, 2.2, 3.2)$$



$$DS\ 3 \bowtie DS\ 8 = (3.1, 2.1, 1.3) \bowtie (3.2, 2.2, 1.2)$$

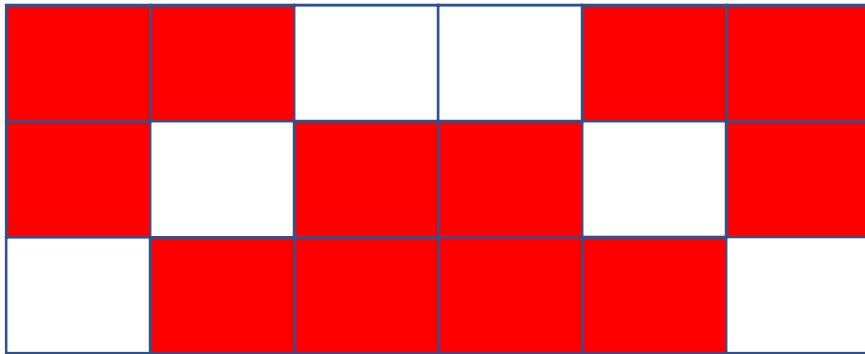

$$N[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.2, 2.2, 1.3)] = (1.1, 1.2, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3 \mid 1.1, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.3)$$


3. Nachbarschaft von Neben- und Hauptdiagonale der semiotischen Matrix  
(Eigen- und Kategorienrealität)

$$DS\ 5 \bowtie DS\ 8 = (3.1, 2.1, 1.3) \bowtie (3.3, 2.2, 1.1)$$


(Positive) "Semiotische Treppe".

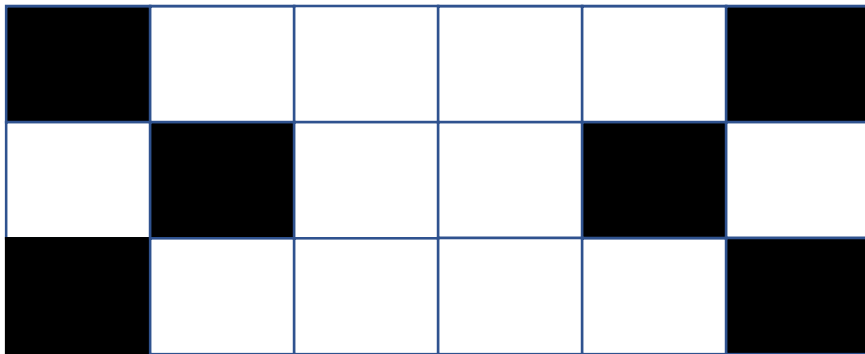
$$N[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.3, 2.2, 1.1)] = (1.3, 2.2, 3.1 \mid 1.1, 2.2, 3.3)$$



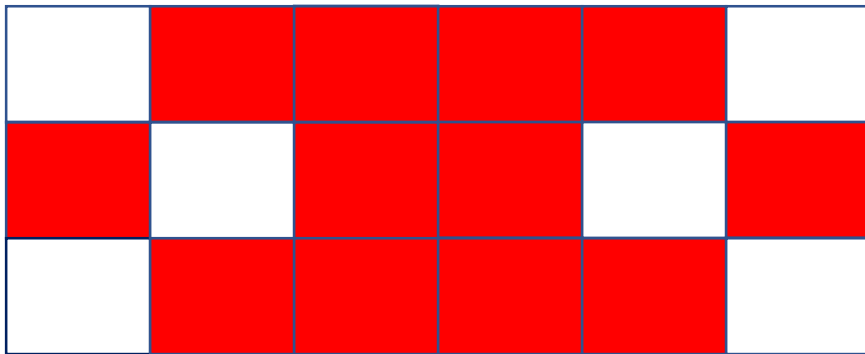
(Negative) "Semiotische Treppe".

#### 4. Nachbarschaften irregulärer semiotischer Relationen

$$DS_{\text{irr } 1} \bowtie DS_{\text{irr } 2} = (3.1, 2.2, 1.1) \bowtie (3.3, 2.2, 1.1)$$



$$N[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.2, 2.2, 1.3)] = (1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3 \mid 1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2)$$



## Literatur

Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

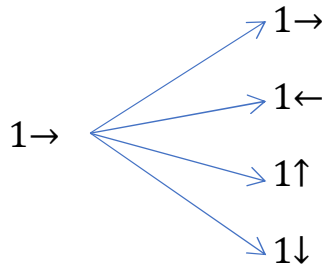
## Matrizenkonkatenationen

1. In Toth (2013a) wurde die Möglichkeit der Verkettung von Matrizen dargestellt. Sie beruht auf der Überlegung, daß in der Semiotik triadisch-trichotomische Relationen als Konkatenationen zweier dyadisch-dichotomischer Subrelationen eingeführt werden können (vgl. Walther 1979, S. 79). Dabei sind zwei Typen von Matrizkonkatenationen zu unterscheiden.

### 1.1. Linearer Konkatenationstyp


### 1.2. Orthogonaler Konkatenationstyp


2. Sowohl bei der linearen als auch bei der orthogonalen Matrizenkonkatenation gibt 4 Typen der Ordnung, d.h. der Gerichtetheit der Subrelationen innerhalb der Matrizen



2.1. Subtypus [1→, 1→]

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

2. Subtypus [1→, 1←]

1.1	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1
2.1	2.2	2.3	2.3	2.2	2.1
3.1	3.2	3.3	3.3	3.2	3.1

3. Subtypus [1→, 1↑]

1.1	1.2	1.3	3.1	3.2	3.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	1.1	1.2	1.3

4. Subtypus [1→, 1↓]

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

3. Bei diesen Darstellungsweisen gibt es offenbar eine Matrizengrenze, die für die in Toth (2013b-d) dargestellten Grenzen, Ränder, Grenzünder, Nachbarschaften und Umgebungen nicht überschreitbar ist. Diese Matrizengrenze ist somit für die Subtypen von Konkatenationen verantwortlich. Beispielsweise sind im Subtypus 3 die Nachbarschaften von (1.1)


Die Angabe

$$N(1.1) = (1.2, 2.1, 2.2)$$

ist somit abhängig vom Typus der konkatenierten Matrizen. Erweiterungen topologischer Relationen in Matrizen kann man somit nur durch Aufhebung der Matrizengrenzen vornehmen. Obwohl es verschiedene Ansätze dazu in der Theoretischen Semiotik gegeben hatte, stellt der bedeutendste der von Bense (1975, S. 105) vorgeschlagene Übergang von der sog. kleinen zur sog. großen semiotischen Matrix dar. Die große Matrix iteriert die Unterscheidung zwischen triadischer und trichotomischer Ordnung der Subzeichen auf die Primzeichen, d.h. man bildet nicht nur, wie in der kleinen Matrix, kartesische Produkte der Formen

$$\langle a \rangle \times \langle b \rangle = \langle a.b \rangle$$

$$\langle a \rangle \times \langle b \rangle = \langle b.a \rangle,$$

sondern zusätzlich solche der Formen

$$\langle a.b \rangle \times \langle c.d \rangle = \langle \langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle \rangle$$

$$\langle c.d \rangle \times \langle a.b \rangle = \langle \langle c.d \rangle, \langle a.b \rangle \rangle.$$



		M			O			I		
		Qu 11	Si 12	Le 13	Ic 21	In 22	Sy 23	Rh 31	Di 32	Ar 33
M	Qu	Qu-Qu 11 11	Qu-Si 11 12	Qu-Le 11 13	Qu-Ic 11 21	Qu-In 11 22	Qu-Sy 11 23	Qu-Rh 11 31	Qu-Di 11 32	Qu-Ar 11 33
	Si	Si-Qu 12 11	Si-Si 12 12	Si-Le 12 13	Si-Ic 12 21	Si-In 12 22	Si-Sy 12 23	Si-Rh 12 31	Si-Di 12 32	Si-Ar 12 33
	Le	Le-Qu 13 11	Le-Si 13 12	Le-Le 13 13	Le-Ic 13 21	Le-In 13 22	Le-Sy 13 23	Le-Rh 13 31	Le-Di 13 32	Le-Ar 13 33
O	Ic	Ic-Qu 21 11	Ic-Si 21 12	Ic-Le 21 13	Ic-Ic 21 21	Ic-In 21 22	Ic-Sy 21 23	Ic-Rh 21 31	Ic-Di 21 32	Ic-Ar 21 33
	In	In-Qu 22 11	In-Si 22 12	In-Le 22 13	In-Ic 22 21	In-In 22 22	In-Sy 22 23	In-Rh 22 31	In-Di 22 32	In-Ar 22 33
	Sy	Sy-Qu 23 11	Sy-Si 23 12	Sy-Le 23 13	Sy-Ic 23 21	Sy-In 23 22	Sy-Sy 23 23	Sy-Rh 23 31	Sy-Di 23 32	Sy-Ar 23 33
I	Rh	Rh-Qu 31 11	Rh-Si 31 12	Rh-Le 31 13	Rh-Ic 31 21	Rh-In 31 22	Rh-Sy 31 23	Rh-Rh 31 31	Rh-Di 31 32	Rh-Ar 31 33
	Di	Di-Qu 32 11	Di-Si 32 12	Di-Le 32 13	Di-Ic 32 21	Di-In 32 22	Di-Sy 32 23	Di-Rh 32 31	Di-Di 32 32	Di-Ar 32 33
	Ar	Ar-Qu 33 11	Ar-Si 33 12	Ar-Le 33 13	Ar-Ic 33 21	Ar-In 33 22	Ar-Sy 33 23	Ar-Rh 33 31	Ar-Di 33 32	Ar-Ar 33 33

Jede der 9 Submatrizen der großen Matrix hat somit die allgemeine Form

$$\begin{array}{lll}
 ((a.b-1), (a-1.b-1)) & ((a.b-1), (a.b)) & ((a.b-1), (a+1.b+1)) \\
 ((a.b), (a-1.b-1)) & ((a.b), (a.b)) & ((a.b), (a+1.b+1)) \\
 ((a.b+1), (a-1.b-1)) & ((a.b+1), (a.b)) & ((a.b+1), (a+1.b+1)).
 \end{array}$$

Damit ergeben sich also innerhalb der großen Matrix verdoppelte topologische Unterscheidungen, insofern Grenzen, Ränder usw. nun sowohl in den Haupt- als auch in den Neben-Subrelationen jedes geordneten Paares von kartesischen Produkten der Form  $\langle a.b \rangle \times \langle c.d \rangle = \langle \langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle \rangle$  unterschieden werden müssen. Z.B. bildet für das geordnete Paar aus geordneten Paaren

$$P = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)))$$

die Menge aller Relationen, für die gilt

(a.) < (e.)

die Hauptnachbarschaft von (a.). Und die Mengen aller Relationen, für die gilt

(a.) < (c.), (e.) < (g.)

bilden die Nebennachbarschaften von (a.) und von (e.).

### **Literatur**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Konkatenationen semiotischer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Rand-Transformationen bei Umgebungs-klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungs-klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

## Ränder in der großen semiotischen Matrix

In Toth (2013a) wurde zwischen linken oder involvativen und rechten oder suppletiven semiotischen Rändern unterschieden. In Toth (2013b) wurden ferner zwischen Haupt- und Nebengrenzen, -rändern, -grenzrändern, -nachbarschaften und -umgebungen innerhalb der von Bense (1975, S. 105) eingeführten großen semiotischen Basis unterschieden. Für jedes Paar von Subrelationen der Form

$$R = ((a.b), (a.b))$$

ist in jeder der 9 Submatrizen der großen Matrix

(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

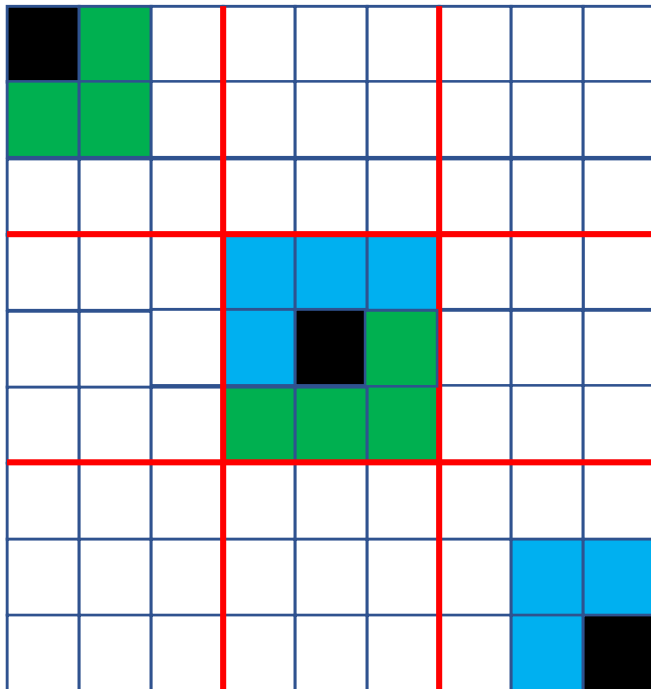
der linke Nebenrand der im folgenden allgemeinen Schema rot umrandete Teilraum

$((a.b-1), (a-1.b-1))$	$((a.b-1), (a.b))$	$((a.b-1), (a+1.b+1))$
$((a.b), (a-1.b-1))$	$((a.b), (a.b))$	$((a.b), (a+1.b+1))$
$((a.b+1), (a-1.b-1))$	$((a.b+1), (a.b))$	$((a.b+1), (a+1.b+1))$

und der rechte Nebenrand der nachstehend blau umrandete Teilraum

$((a.b-1), (a-1.b-1))$	$((a.b-1), (a.b))$	$((a.b-1), (a+1.b+1))$
$((a.b), (a-1.b-1))$	$((a.b), (a.b))$	$((a.b), (a+1.b+1))$
$((a.b+1), (a-1.b-1))$	$((a.b+1), (a.b))$	$((a.b+1), (a+1.b+1))$

(Man erinnere sich daran, daß gemäß Toth 2013b keine semiotische Relation ihr eigener Rand sein kann.)



Es ist somit

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1), (1.1) = ((1.1, 1.2), (1.1, 1.3), (1.2, 1.1), (1.2, 1.2), (1.2, 1.3), (1.3, 1.1), (1.3, 1.2), (1.3, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.2, 2.2) = ((2.1, 2.1), (2.1, 2.2), (2.1, 2.3), (2.2, 2.1))$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.2, 2.2) = ((2.2, 2.3), (2.3, 2.1), (2.3, 2.2), (2.3, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 3.3) = ((3.1, 3.1), (3.1, 3.2), (3.1, 3.3), (3.2, 3.1), (3.2, 3.2), (3.2, 3.3), (3.3, 3.1), (3.3, 3.2)).$$

$$\mathcal{R}_p(3.3, 3.3) = \emptyset$$

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

## Ontik, Präsemiotik und Semiotik

1. Der bisherige Stand der Formalisierung der Ontik, wie sie in Toth (2012, 2013, 2014a) zugrunde gelegt und seither in zahlreichen Arbeiten weiterentwickelt wurde, scheint mir eine erneute Positionsbestimmung zum Verhältnis von Ontik, Präsemiotik und Semiotik angebracht.

2.1. Gemäß Bense überbrückt die Semiotik "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16). Das Zeichen ist danach eine Funktion von Objekt und Subjekt

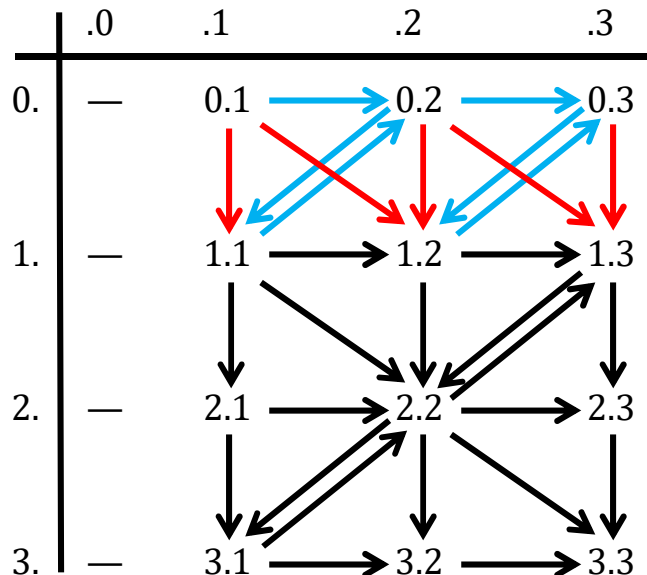
$$Z = f(\Omega, \Sigma).$$

2.2. Ontik und Semiotik sind nach Bense diskrete Räume: "Der Raum mit der  $\beta$ -relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwas  $O^\circ$ , über denen der  $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65).

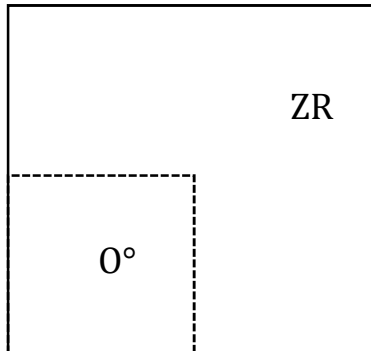
2.3. Da in Toth (2014b) als präsemiotische Relation

$$PZR = (O^\circ, (M, O, I)) = (0, 1, 2, 3)$$

sowie als über ihr konstruierte präsemiotische Matrix

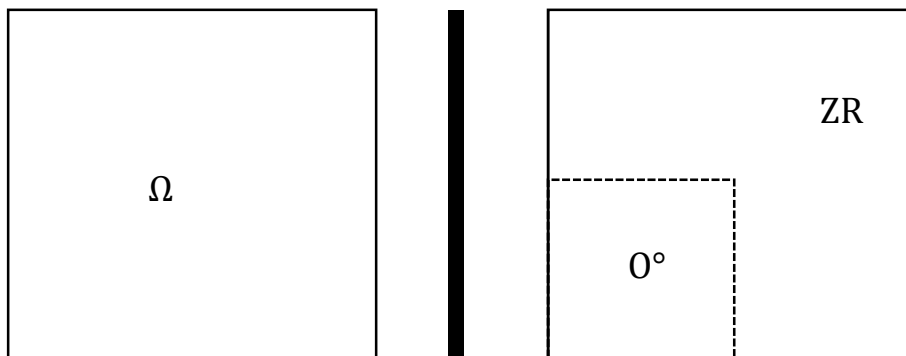


bestimmt wurde, sind Präzeichen und Zeichen, d.h. Präsemiotik und Semiotik hingegen keine diskreten Räume, sondern die Präsemiotik ist ein Teilraum der Semiotik



2.4. Nicht betroffen von der Präsemiotik ist selbstverständlich die zuerst von Kronthaler (1992) formulierte Transzendenz von Objekt und Zeichen, d.h. das Zeichen ist dem Objekt transzendent, und das Objekt ist dem Zeichen transzendent, und solange eine Semiotik (sowie eine ihr an die Seite gestellte Ontik) auf dem Boden der 2-wertigen, aristotelischen Logik konstruiert sind, kann es wegen des logischen Tertium-Satzes keine Vermittlung zwischen beiden Seiten dieser sowie aller auf ihr beruhenden Dichotomien geben.

Damit erhalten wir das folgende neue Modell zu den drei fundamentalen Wissenschaften der Ontik, Präsemiotik und Semiotik.



2.5. Die Objekte, welche zu Zeichen erklärt werden, sind, wie Bense (1975, S. 35 ff., S. 64 ff.) erkannt hatte, da sie ja zum Zeitpunkt, da ein Subjekt die Intention der Zeichensetzung hat, bereits selektiert und daher vorthetisch. Logisch betrachtet handelt es sich dabei also um subjektive Objekte. Über die Relation zwischen den objektiven und den subjektiven Objekten wissen wir nichts und

können wir nichts wissen, da sie durch die im Schema mit einer schwarzen Linie markierten Kontexturgrenze voneinander getrennt sind. Allerdings sind diese subjektiven Objekte, wie bereits gesagt, noch keine Zeichen, d.h. sie ja zwar selektiert, aber noch nicht metaobjektiviert worden sind (vgl. Bense 1967, S. 9). Da die Metaobjektivierung, d.h. die eine thetische Setzung von Zeichen ermöglichende Abbildung, ein willentlicher, d.h. bewußter Akt ist, sind wahrgenommene und erkannte Objekte noch keine Zeichen. Die sogenannten Bilder, welche durch Wahrnehmung in unser Bewußtsein kommen, sind die Präzeichen, welche die Spur von Zeichen in ihrer Relation PZR tragen, d.h. diese Relation formalisiert die Abbilder von Objekten, die zwar als Zeichen eingeführt werden können, aber nicht müssen. Dem Übergang von Abbildern von Objekten, d.h. subjektiven Objekten, zu diese subjektiven Objekte bezeichnenden Zeichen, entspricht semiotisch die Metaobjektivierung

$\mu: (O^o, (M, O, I)) \rightarrow (M, O, I)$

und logisch die Dualrelation

subjektives Objekt (sO)  $\times$  (oS) objektives Subjekt,

und dieses verdoppelte relationale Schema ist es somit, womit der Abgrund bzw. Benses "Disjunktion" zwischen dem Raum der objektiven Objekte und dem Raum der subjektiven Subjekte quasi janusköpfig überbrückt wird. Beide Ränder dieser Dualrelation, d.h. nicht nur der Raum der objektiven ("absoluten") Objekte, sondern auch derjenige der subjektiven ("absoluten") Subjekte, sind uns nicht bzw. allein durch Präzeichen und Zeichen zugänglich, woraus folgt, daß auch die Kontexturgrenze zweiseitig wirkt, d.h. perspektivisch ist.

## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302



Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Objektstellung I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Die formale Struktur semiotischer Abbildungen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

## Die Positionen von Kontexturgrenzen in Realitätsthematisierungen

1. Dieser Aufsatz setzt die Arbeiten Toth (2014a-d) fort.

### 2.1. Monadische Thematisierungen

#### 2.1.1. Kontexturgrenzen verlaufen durch das Thematisans

$$DS 1 = [[4.1 \parallel 3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, \underline{1.2, 1.3} \parallel 1.4]]$$

$$DS 21 = [[4.2 \parallel 3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, \underline{2.2, 2.3} \parallel 2.4]]$$

$$DS 31 = [[4.3 \parallel 3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, \underline{3.2, 3.3} \parallel 3.4]]$$

$$DS 35 = [[4.4 \parallel 3.4, 2.4, 1.4] \times [4.1, \underline{4.2, 4.3} \parallel 4.4]]$$

### 2.2. Dyadische Thematisierungen

#### 2.2.1. Rechtsthematisierende

##### 2.2.1.1. Kontexturgrenzen verlaufen durch das Thematisans

$$DS 2 = [[4.1 \parallel 3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, \underline{1.2, 1.3} \parallel 1.4]]$$

$$DS 3 = [[4.1 \parallel 3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, \underline{1.2, 1.3} \parallel 1.4]]$$

$$DS 22 = [[4.2 \parallel 3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, \underline{2.2, 2.3} \parallel 2.4]]$$

##### 2.2.1.2. Kontexturgrenzen verlaufen durch das Thematisans und das Thematisandum

$$DS 4 = [[4.1 \parallel 3.1, 2.1 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel \underline{1.2, 1.3} \parallel 1.4]]$$

$$DS 23 = [[4.2 \parallel 3.2, 2.2 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel \underline{2.2, 2.3} \parallel 2.4]]$$

$$DS 32 = [[4.3 \parallel 3.3, 2.3 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel \underline{3.2, 3.3} \parallel 3.4]]$$

## 2.2.2. "Sandwiches"

### 2.2.2.1. Thematisierende

#### 2.2.2.1.1. Kontexturgrenzen verlaufen durch das rechte Thematisans

$$\text{DS 5} = [[4.1 \parallel 3.1, 2.2, 1.2] \quad \times \quad [2.1, 2.2, 1.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 8} = [[4.1 \parallel 3.1, 2.3, 1.3] \quad \times \quad [3.1, 3.2, 1.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 24} = [[4.2 \parallel 3.2, 2.3, 1.3] \quad \times \quad [3.1, 3.2, 2.3 \parallel 2.4]]$$

#### 2.2.2.1.2. Kontexturgrenzen verlaufen durch das rechte Thematisans und zwischen Thematisans und Thematisandum

$$\text{DS 10} = [[4.1 \parallel 3.1 \parallel 2.4, 1.4] \quad \times \quad [4.1, 4.2 \parallel 1.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 26} = [[4.2 \parallel 3.2 \parallel 2.4, 1.4] \quad \times \quad [4.1, 4.2 \parallel 2.3 \parallel 2.4]]$$

$$\text{DS 33} = [[4.3 \parallel 3.3 \parallel 2.4, 1.4] \quad \times \quad [4.1, 4.2 \parallel 3.3 \parallel 3.4]]$$

### 2.2.2.2. Thematisierte

#### 2.2.2.2.1. Kontexturgrenzen trennen rechtes Thematisatum von linkem sowie vom Thematisandum

$$\text{DS 12} = [[4.1 \parallel 3.2, 2.2, 1.3] \quad \times \quad [3.1, 2.2, 2.3 \parallel 1.4]]$$

#### 2.2.2.2.2. Kontexturgrenzen verlaufen zwischen Thematisans und Thematisandum

$$\text{DS 13} = [[4.1 \parallel 3.2, 2.2 \parallel 1.4] \quad \times \quad [4.1 \parallel 2.2, 2.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 18} = [[4.1 \parallel 3.3, 2.3 \parallel 1.4] \quad \times \quad [4.1 \parallel 3.2, 3.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 28} = [[4.2 \parallel 3.3, 2.3 \parallel 1.4] \quad \times \quad [4.1 \parallel 3.2, 3.3 \parallel 2.4]]$$

### 2.2.3. Linksthematisierende

#### Kontexturgrenzen trennen Thematisandum und Thematisatum

$$\text{DS 11} = [[4.1 \parallel 3.2, 2.2, 1.2] \quad \times \quad [2.1, 2.2, 2.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 17} = [[4.1 \parallel 3.3, 2.3, 1.3] \times [\underline{3.1, 3.2, 3.3} \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 20} = [[4.1 \parallel 3.4, 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2, 4.3} \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 27} = [[4.2 \parallel 3.3, 2.3, 1.3] \times [\underline{3.1, 3.2, 3.3} \parallel 2.4]]$$

$$\text{DS 30} = [[4.2 \parallel 3.4, 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2, 4.3} \parallel 2.4]]$$

$$\text{DS 34} = [[4.3 \parallel 3.4, 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2, 4.3} \parallel 3.4]]$$

## 2.3. Triadische Thematisierungen

### 2.3.1. Rechtsthematisierende

#### 2.3.1.1. Kontexturgrenze verläuft zwischen dem rechten Thematisandum

$$\text{DS 6} = [[4.1 \parallel 3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, \underline{1.3} \parallel \underline{1.4}]]$$

#### 2.3.1.2. Kontexturgrenzen verlaufen zwischen Thematisandum und Thematisatum

$$\text{DS 7} = [[4.1 \parallel 3.1, 2.2 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel 2.2, \underline{1.3} \parallel \underline{1.4}]]$$

$$\text{DS 9} = [[4.1 \parallel 3.1, 2.3 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel 3.2, \underline{1.3} \parallel \underline{1.4}]]$$

$$\text{DS 25} = [[4.2 \parallel 3.2, 2.3 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel 3.2, \underline{2.3} \parallel \underline{2.4}]]$$

### 2.3.2. Linksthematisierende

Kontexturgrenzen verlaufen zwischen Thematisandum und Thematisatum sowie innerhalb des Thematisatums

$$\text{DS 16} = [[4.1 \parallel 3.2 \parallel 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2} \parallel 2.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 19} = [[4.1 \parallel 3.3 \parallel 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2} \parallel 3.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 14} = [[4.1 \parallel 3.2, 2.3, 1.3] \times [\underline{3.1, 3.2}, 2.3 \parallel 1.4]]$$

$$\text{DS 29} = [[4.2 \parallel 3.3 \parallel 2.4, 1.4] \times [\underline{4.1, 4.2} \parallel 3.3 \parallel 2.4]]$$

## 2.4. Tetradische Thematisierung

$$\text{DS 15} = [[4.1 \parallel 3.2, 2.3 \parallel 1.4] \times [4.1 \parallel 3.2, 2.3 \parallel 1.4]]$$

Während beim 3-adischen eigenrealen Dualsystem die Kontexturgrenze innerhalb einer Subrelation verläuft und somit eine Reflexion der Primzeichen markiert

$$ER = [3.1, 2 \parallel 2, 1.3],$$

bildet sie also beim 4-adischen eigenrealen Dualsystemen die beiden Ränder eines symmetrischen Paares von Subrelationen.

Wie man sieht, sind also die Thematisierungstypen der 4-adischen nicht-klassisch 3-wertigen Semiotik nicht nur, was die entitätischen Realitäten betrifft, teilweise asymmetrisch, sondern die in sie involvierten Kontexturgrenzen sind als solche qualitativ geschieden. Das ist übrigens eine bisher unbekannte Eigenschaft polykontexturaler Systeme, die sich weder in der polykontexturalen Logik und Ontologie noch in der Mathematik der Qualitäten findet.

## Literatur

Toth, Alfred, Kommunikationsschemata. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Tetradische Dualsysteme in einer logisch 3-wertigen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Tetradisches 3-wertige entitätische Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kontexturgrenzen zwischen Ich- und Du-Subjekten in nicht-klassisch 2-wertigen entitätischen Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

## Die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung

1. Qualitative Erhaltung, von mir semiotisch und aus der Sicht der polykontexturalen Logik erstmals in Toth (1998) behandelt, bedeutet in ihrer einfachsten Version, daß die Kontexturgrenze im 2-wertigen aristotelischen logischen System

$$L = [P, N]$$

aufgehoben wird. Man kann sich zwar, wie zuletzt in Toth (2014a) ausgeführt, damit behelfen, daß man ein Paar von perspektivischen Systemen

$$P^* = [P, N]$$

$$N^* = [N, P]$$

definiert, wobei  $P^*$  bzw.  $N^*$  relativ zur These-Antithese-Relation von  $P$  und  $N$  die Rolle der Synthese einnehmen und so einen Wechsel von logischer 2- zu logischer 3-Wertigkeit umgehen, so daß also der Drittsatz bestehen bleibt, aber  $L$  erhält dadurch zwar keinen vermittelnden Wert zwischen ihren dichotomischen Gliedern, wird jedoch selbst Argument einer 3-wertigen Vermittlung. Kurz gesagt: Für die unvermittelte Relation von Position und Negation, Objekt und Subjekt bzw. Objekt und Zeichen ändert sich dadurch nichts. Sie bleiben, wie Kronthaler (1992) es treffend ausdrückte, einander "ewig transzendent". In Sonderheit erlaubt  $L$  im Gegensatz zum ontisch-semiotischen System-Paar

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

keine Randbildung und induziert damit auch keine Abbildung von  $Z^*$  bzw.  $\Omega^*$  auf das in Toth (2014b) eingeführte Quadrupel von Randrelationen, das wir hier in seiner allgemeinsten Form für System ( $S$ ) und Umgebung ( $U$ ) angeben.

$$S_1^{**} = [S, R[S, U], U]$$

$$S_2^{**} = [S, R[U, S], U]$$

$$U_1^{**} = [U, R[U, S], S]$$

$$U_2^{**} = [U, R[S, U], S],$$

denn Ränder wären ja wiederum Vermittlungen, d.h. dritte Werte – et non datur tertium. Nun kann man somit zwar, indem man die Abbildungen

$$P^* \rightarrow \Omega^*$$

$$N^* \rightarrow Z^*$$

vornimmt, qualitative Erhaltung durch Randbildungen darstellen, aber auch diese Vorstellung bleibt, wie in Toth (2014c) dargestellt, im Prokrustesbett der 2-wertigen Logik bzw. der auf ihr basierenden quantitativen Mathematik stecken, denn durch die iterierte Bildung von Rändern von Rändern von Rändern ... erhält man natürlich nur eine Asymptose vom Objekt zum Zeichen bzw. vom Zeichen zum Objekt, die somit beide als Grenzwerte eines Limes-Prozesses fungieren, selbst aber auch in der Unendlichkeit nicht erreicht werden können. Man hat eine ähnliche Situation, wenn man sich einem Gartenzaun unendlich nahe nähern und ihn dennoch niemals berühren könnte. Wie Kronthaler (1986) festgestellt hatte, würde man nämlich dann - um in unserem Bild zu bleiben - wenn man den Gartenzaun tatsächlich erreicht hätte, gleichzeitig sehen, was vor bzw. hinter ihm liegt, d.h. der Zaun als ontische Entsprechung des Grenzwertes würde aufhören, in der Absolutheit der 2-wertigen Logik ein solcher zu sein.

2. Wie die obigen Ausführungen gezeigt haben, gibt es also weder logisch noch ontisch eine Möglichkeit, qualitative Erhaltung formal darzustellen, wenn man nicht bereit ist, die 2-wertige aristotelische Logik zu verlassen. Damit aber kommen wir zum Ausgangspunkt unserer Betrachtungen zurück, zur Frage, wie die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung aussehen müßte. Grundsätzlich gilt selbstverständlich auch hier, daß die peirce-bensesche Semiotik selbst logisch 2-wertig ist. Das zeigt sich vor allem darin, daß der Interpretantenbezug der Zeichenrelation nur das logische Ich-Subjekt, nicht aber weitere Formen subjektaler Deixis repräsentieren kann. So muß beispielsweise im semiotischen Kommunikationsschema, das Bense (1971, S. 39 ff.) definiert hatte, der semiotische Objektbezug nach klassischer 2-wertiger Manier nicht nur das logische Es-Objekt, sondern auch das Du-Subjekt reprä-

sentieren. Träte zusätzlich ein Er-Subjekt auf – etwa dann, wenn zwei Personen über eine dritte Person sprechen -, so würde auch dieses vom Objektbezug repräsentiert, da in der 2-wertigen Logik alles, was nicht Ich-Subjekt ist, Objekt ist, also auch Du- und Er-Subjekte. Dies gilt nun selbst für das von Bense (1992) definierte eigenreale Dualitätssystem

$$DS_{ER} = [[3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]],$$

in dem man eine repräsentationelle Erhaltung zwischen Zeichen- und Realitätsthematik erkennen kann. Aber es handelt sich hier eben um zeichenvermittelte Realität und um realitätsvermittelte Zeichenhaftigkeit und also in Sonderheit nicht um ein Dualverhältnis zwischen Objekt und Zeichen wie in der der logischen isomorphen ontisch-semiotischen Fundamentaldichotomie. Zeichen und Objekt können also nur qua repräsentationelle Vermittlung durch Koinzidenz erhalten bleiben, aber nicht unvermittelt, d.h. präsentativ. Ferner korrespondiert weder der rhematisch-offene und logisch nicht behauptungsfähige Interpretantenbezug (3.1), noch der nicht-iconische Index (2.2) und auch nicht der gesetzmäßig-arbiträre Mittelbezug (1.3) der Vorstellung semiotischer Repräsentation qualitativer Erhaltung. Eine solche müsste dagegen einen vollständigen Interpretantenbezug (3.3), einen iconischen Objektbezug (2.1) und qualitative Mittel enthalten, anders gesagt: die reine Qualität (1.1) müsste iconisch abgebildet werden (2.1) und einen vollständigen, d.h. modelltheoretisch abgeschlossenen Konnex (3.3) bilden. Diese drei Subrelationen bilden nun allerdings kein Dualsystem der zehn definitiven peircebenschen Dualsysteme

$$DS_{qualErh} = [[3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]].$$

Ferner zeigt dieses irreguläre Dualsystem keine der für Eigenrealität typischen Symmetrien, die man indessen für die semiotische Repräsentation von qualitativer Erhaltung erwarten würde. Versuchen wir also, das asymmetrische irreguläre Dualsystem in eines zu transformieren, das sowohl die Binnen- als auch die ZTh  $\times$  RTh-Symmetrie des eigenrealen Dualsystems enthält, bekommen wir als minimale die folgende semiotische Struktur

$$DS_{qualErh}^* = [[3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3] \times [3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3]]$$



mit den Symmetrien

$[[3.3 \ 1.1 \ 2.1 : 1.2 \ 1.1 \ 3.3] :: [3.3 \ 1.1 \ 2.1 : 1.2 \ 1.1 \ 3.3]]$ ,

also entsprechend denjenigen der Eigenrealität

$[[3.1 \ 2 : 2 \ 1.3] :: [3.1 \ 2 : 2 \ 1.3]]$ .

Man kann somit  $DS_{\text{qualErh}^*}$  in Paare von Dyaden abteilen, so daß  $DS_{\text{qualErh}^*}$  zwar noch immer irregulär bleibt, aber statt über der kleinen nun über der großen, von Bense (1975, S. 101) eingeführten semiotischen Matrix erzeugbar ist

$DS_{\text{qualErh}^*} = [[[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]] \times [[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]]]$ .

### Literatur

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Metasemiotische Partizipationsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Symmetriestrukturen bei systemischen Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Hierarchien partizipativer Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

## Die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung

1. Qualitative Erhaltung, von mir semiotisch und aus der Sicht der polykontexturalen Logik erstmals in Toth (1998) behandelt, bedeutet in ihrer einfachsten Version, daß die Kontexturgrenze im 2-wertigen aristotelischen logischen System

$$L = [P, N]$$

aufgehoben wird. Man kann sich zwar, wie zuletzt in Toth (2014a) ausgeführt, damit behelfen, daß man ein Paar von perspektivischen Systemen

$$P^* = [P, N]$$

$$N^* = [N, P]$$

definiert, wobei  $P^*$  bzw.  $N^*$  relativ zur These-Antithese-Relation von  $P$  und  $N$  die Rolle der Synthese einnehmen und so einen Wechsel von logischer 2- zu logischer 3-Wertigkeit umgehen, so daß also der Drittsatz bestehen bleibt, aber  $L$  erhält dadurch zwar keinen vermittelnden Wert zwischen ihren dichotomischen Gliedern, wird jedoch selbst Argument einer 3-wertigen Vermittlung. Kurz gesagt: Für die unvermittelte Relation von Position und Negation, Objekt und Subjekt bzw. Objekt und Zeichen ändert sich dadurch nichts. Sie bleiben, wie Kronthaler (1992) es treffend ausdrückte, einander "ewig transzendent". In Sonderheit erlaubt  $L$  im Gegensatz zum ontisch-semiotischen System-Paar

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

keine Randbildung und induziert damit auch keine Abbildung von  $Z^*$  bzw.  $\Omega^*$  auf das in Toth (2014b) eingeführte Quadrupel von Randrelationen, das wir hier in seiner allgemeinsten Form für System ( $S$ ) und Umgebung ( $U$ ) angeben.

$$S_1^{**} = [S, R[S, U], U]$$

$$S_2^{**} = [S, R[U, S], U]$$

$$U_1^{**} = [U, R[U, S], S]$$

$$U_2^{**} = [U, R[S, U], S],$$

denn Ränder wären ja wiederum Vermittlungen, d.h. dritte Werte – et non datur tertium. Nun kann man somit zwar, indem man die Abbildungen

$$P^* \rightarrow \Omega^*$$

$$N^* \rightarrow Z^*$$

vornimmt, qualitative Erhaltung durch Randbildungen darstellen, aber auch diese Vorstellung bleibt, wie in Toth (2014c) dargestellt, im Prokrustesbett der 2-wertigen Logik bzw. der auf ihr basierenden quantitativen Mathematik stecken, denn durch die iterierte Bildung von Rändern von Rändern von Rändern ... erhält man natürlich nur eine Asymptose vom Objekt zum Zeichen bzw. vom Zeichen zum Objekt, die somit beide als Grenzwerte eines Limes-Prozesses fungieren, selbst aber auch in der Unendlichkeit nicht erreicht werden können. Man hat eine ähnliche Situation, wenn man sich einem Gartenzaun unendlich nahe nähern und ihn dennoch niemals berühren könnte. Wie Kronthaler (1986) festgestellt hatte, würde man nämlich dann - um in unserem Bild zu bleiben - wenn man den Gartenzaun tatsächlich erreicht hätte, gleichzeitig sehen, was vor bzw. hinter ihm liegt, d.h. der Zaun als ontische Entsprechung des Grenzwertes würde aufhören, in der Absolutheit der 2-wertigen Logik ein solcher zu sein.

2. Wie die obigen Ausführungen gezeigt haben, gibt es also weder logisch noch ontisch eine Möglichkeit, qualitative Erhaltung formal darzustellen, wenn man nicht bereit ist, die 2-wertige aristotelische Logik zu verlassen. Damit aber kommen wir zum Ausgangspunkt unserer Betrachtungen zurück, zur Frage, wie die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung aussehen müsste. Grundsätzlich gilt selbstverständlich auch hier, daß die peirce-bensesche Semiotik selbst logisch 2-wertig ist. Das zeigt sich vor allem darin, daß der Interpretantenbezug der Zeichenrelation nur das logische Ich-Subjekt, nicht aber weitere Formen subjektaler Deixis repräsentieren kann. So muß beispielsweise im semiotischen Kommunikationsschema, das Bense (1971, S. 39 ff.) definiert hatte, der semiotische Objektbezug nach klassischer 2-wertiger Manier nicht nur das logische Es-Objekt, sondern auch das Du-Subjekt reprä-

sentieren. Träte zusätzlich ein Er-Subjekt auf – etwa dann, wenn zwei Personen über eine dritte Person sprechen -, so würde auch dieses vom Objektbezug repräsentiert, da in der 2-wertigen Logik alles, was nicht Ich-Subjekt ist, Objekt ist, also auch Du- und Er-Subjekte. Dies gilt nun selbst für das von Bense (1992) definierte eigenreale Dualitätssystem

$$DS_{ER} = [[3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]],$$

in dem man eine repräsentationelle Erhaltung zwischen Zeichen- und Realitätsthematik erkennen kann. Aber es handelt sich hier eben um zeichenvermittelte Realität und um realitätsvermittelte Zeichenhaftigkeit und also in Sonderheit nicht um ein Dualverhältnis zwischen Objekt und Zeichen wie in der der logischen isomorphen ontisch-semiotischen Fundamentaldichotomie. Zeichen und Objekt können also nur qua repräsentationelle Vermittlung durch Koinzidenz erhalten bleiben, aber nicht unvermittelt, d.h. präsentativ. Ferner korrespondiert weder der rhematisch-offene und logisch nicht behauptungsfähige Interpretantenbezug (3.1), noch der nicht-iconische Index (2.2) und auch nicht der gesetzmäßig-arbiträre Mittelbezug (1.3) der Vorstellung semiotischer Repräsentation qualitativer Erhaltung. Eine solche müsste dagegen einen vollständigen Interpretantenbezug (3.3), einen iconischen Objektbezug (2.1) und qualitative Mittel enthalten, anders gesagt: die reine Qualität (1.1) müsste iconisch abgebildet werden (2.1) und einen vollständigen, d.h. modelltheoretisch abgeschlossenen Konnex (3.3) bilden. Diese drei Subrelationen bilden nun allerdings kein Dualsystem der zehn definitiven peircebenschen Dualsysteme

$$DS_{qualErh} = [[3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]].$$

Ferner zeigt dieses irreguläre Dualsystem keine der für Eigenrealität typischen Symmetrien, die man indessen für die semiotische Repräsentation von qualitativer Erhaltung erwarten würde. Versuchen wir also, das asymmetrische irreguläre Dualsystem in eines zu transformieren, das sowohl die Binnen- als auch die ZTh  $\times$  RTh-Symmetrie des eigenrealen Dualsystems enthält, bekommen wir als minimale die folgende semiotische Struktur

$$DS_{qualErh}^* = [[3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3] \times [3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3]]$$

mit den Symmetrien

$[[3.3 \ 1.1 \ 2.1 : 1.2 \ 1.1 \ 3.3] :: [3.3 \ 1.1 \ 2.1 : 1.2 \ 1.1 \ 3.3]]$ ,

also entsprechend denjenigen der Eigenrealität

$[[3.1 \ 2 : 2 \ 1.3] :: [3.1 \ 2 : 2 \ 1.3]]$ .

Man kann somit  $DS_{\text{qualErh}^*}$  in Paare von Dyaden abteilen, so daß  $DS_{\text{qualErh}^*}$  zwar noch immer irregulär bleibt, aber statt über der kleinen nun über der großen, von Bense (1975, S. 101) eingeführten semiotischen Matrix erzeugbar ist

$DS_{\text{qualErh}^*} = [[[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]] \times [[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]]]$ .

### Literatur

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Metasemiotische Partizipationsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Symmetriestrukturen bei systemischen Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Hierarchien partizipativer Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

## Ränder und Einbettungsstufen

### 1. Die 2-wertige logische Basisrelation

$$L = [p, \neg p]$$

wird von sämtlichen Logiken – die günthersche polykontexturale Logik eingeschlossen – dahingehend interpretiert, daß zwischen den beiden Werten  $p$  und  $\neg p$  eine Kontexturgrenze verläuft, d.h. daß alle Objekte, auf die  $p$  zutrifft, nicht- $\neg p$  sind und alle Objekte, auf die  $\neg p$  zutrifft, nicht- $p$  sind, daher gilt auch die doppelte Negation  $\neg\neg p \equiv p$ . Die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. der Satz der Identität, der Satz des verbotenen Widerspruchs und der Satz des ausgeschlossenen Dritten, können daher paarweise durch einander definiert werden, da sie alle die gleiche logische Aussagen machen, daß nämlich  $p \neq \neg p$  ist.

### 2. Die Frage ist jedoch, wie man diese Aussage

$$p \neq \neg p$$

logisch begründet. Erstens gibt es neben der Identität  $\neg\neg p \equiv p$  noch eine Gleichheit, die allerdings nicht ein, sondern zwei Objekte voraussetzt, daher ist die Ungleichheit in  $p \neq \neg p$  offenbar eine Negation von Identität und nicht von Gleichheit und widerspricht sich selbst, da diese Ungleichheit nur dann sinnvoll ist, wenn von einem einzigen Objekt die Rede ist. Zweitens aber hält eine Logik der Form  $L$  überhaupt keine Handhabe bereit, um eine solche Ungleichung aufzustellen. Es wurde zwar, wie allgemein bekannt ist, auf zahlreiche Weise versucht, logische Identität zu definieren (vgl. Menne 1992, S. 65 ff.), aber das Verhältnis von Nicht-Identität und Nicht-Gleichheit liegt in tiefstem formalem (und auch inhaltlichem) Dunkel. Sobald zwei Objekte auch nur in einem Merkmal nicht übereinstimmen, sind sie ungleich, wann aber sind sie gleich? Gibt es auf ontischer Ebene – und von nichts anderem als von Objekten ist ja auch in der Logik die Rede – überhaupt eine Unterscheidung von Gleichheit und Identität? Nehmen wir einmal an, es gibt Gleichheit und es gibt Ungleichheit, dann muß es ein Drittes geben, welches überhaupt die Möglichkeit einräumt, daß  $p$  nicht gleich  $p$ , sondern gleich nicht- $p$  ist. In anderen Worten: Die

stillschweigende Voraussetzung  $p \neq \neg p$ , auf der die Grundgesetze des Denkens ruhen, unter ihnen also der Drittsatz, lautet, daß es ausgerechnet ein solches Drittes geben muß, um die beiden Fälle  $p = \neg p$  und  $p \neq \neg p$  voneinander zu unterscheiden. In einer Logik, die keinen dritten Wert neben  $p$  und  $\neg p$  zuläßt, können diese beiden Werte ja nur Spiegelungen von einander sein, vgl. dazu bereits Günther (2000, S. 230): "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent".

3. Der auch von der polykontexturalen Logik gezogene Schluß, daß zwischen  $p$  und  $\neg p$  in  $L$  eine Kontexturgrenze verläuft, ist also falsch – und übrigens im Falle der güntherschen Logik auch unverständlicherweise falsch, da Günther und seine Nachfolger die metaphysische Äquivalenz von  $p$  und  $\neg p$  ja gesehen haben. Da dies nun so ist, folgt, daß in  $L$   $p = \neg p$  ist, es sei denn, es gibt trotzdem ein Tertium, welches die Differenz zwischen  $p$  und  $\neg p$  einführt. Eine solche Möglichkeit wurde in Toth (2014) eingeführt. Da die 2-wertige Logik (wie auch die polykontexturale, die 2-wertige Logiken als Teilsysteme enthält) zwischen designierten und nicht-designierten Werten unterscheidet, wobei merkwürdigerweise in beiden Logiken immer  $p$  und also niemals  $\neg p$  als der designierte Wert auftritt, ist es möglich, nicht-designierte Werte durch einen Einbettungsoperator  $E$  auf eine andere Einbettungsstufe zu setzen. Das bedeutet, daß

$$E(L) = [p, [p]]$$

oder

$$E(L) = [[p], p]$$

ist. Wie man sieht, braucht man nun auch die Negation nicht mehr, d.h. man kommt im Falle von  $L$  mit einem einzigen Wert aus. Ob man diesen als Wahr oder als Falsch bezeichnet, ist eine Frage der Semiotik und keine der Logik, oder wie Günther sich ausdrückte: "Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (2000, S. 230 f.).

Man kann ferner E iterieren und erhält auf diese Weise Hierarchien von Einbettungsstufen

$$E(L) = [p, [p]]$$

$$E(E(L)) = [p, [[p]]]$$

$$E(E(E(L))) = [p, [[[p]]]], \dots$$

oder

$$E(L) = [[p], p]$$

$$E(E(L)) = [[[p]], p]$$

$$E(E(E(L))) = [[[[p]]], p], \dots$$

Setzt man nun wahlweise  $\Omega$  (Objekt) oder  $\Sigma$  (Subjekt) für  $p$  ein, so bekommt man also theoretisch unendlich tiefe Einbettungsstufen sowohl für das Objekt als auch für das Subjekt, d.h. nicht nur Subjekte – wie in der polykontexturalen Logik angenommen –, sondern auch Objekte haben "Reflexionstiefen". Daß gerade die Ontik an solchen objektalen Reflexionsstrukturen interessiert ist, dürfte kaum verwundern angesichts der Tatsache, daß die Ontik davon ausgeht, daß es keine absoluten Objekte und Subjekte gibt, d.h. daß jedem Objekt ein Subjektanteil und jedem Subjekt ein Objektanteil inhäriert. Dies ist übrigens eine notwendige Folgerung aus der Tatsache, daß in der 2-wertigen Logik  $L$  ohne Annahme eines selbstwidersprüchlichen Tertiums  $p = \neg p$  gilt.

4. Transformiert man nun also

$$\tau \quad [L = [p, \neg p]] \rightarrow [p, [p]] / [[p], p],$$

so fungiert als "Tertium" der Operator  $E$ , und es gilt selbstverständlich

$$p \neq [p],$$

und zwar ohne einen dritten Wert zwischen oder außerhalb der Werte von  $L$  annehmen zu müssen.



Allerdings folgt aus  $p \neq [p]$  weiterhin, daß die beiden sich durch ihre Einbettungsstufe unterscheidenden Werte Ränder haben, d.h. daß entweder

$$R[p, [p]] = \emptyset$$

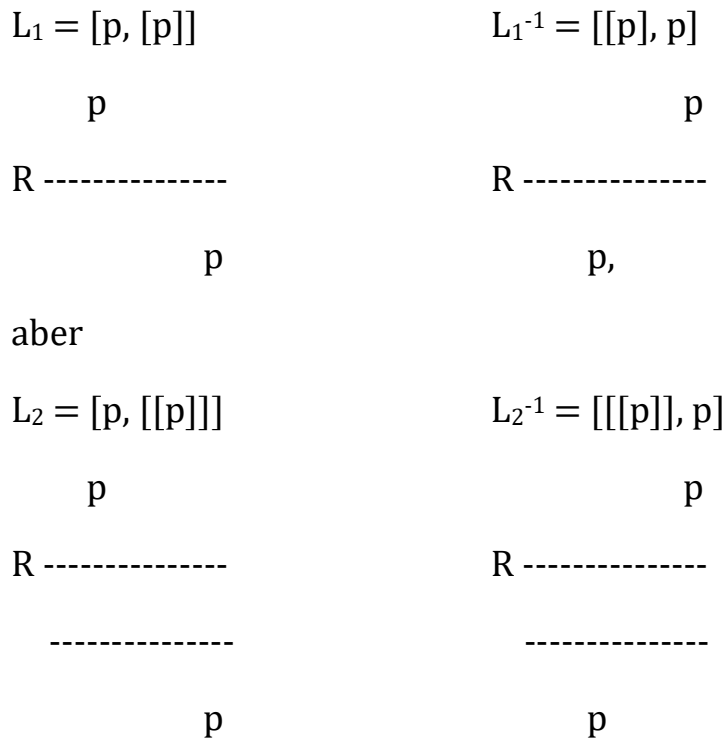
oder

$$R[p, [p]] \neq \emptyset$$

ist. Trifft der letztere Fall zu, so folgt außerdem, daß

$$R[p, [p]] \neq R[[p], p],$$

etwa in der Weise, wie der Blick aus einem Fenster oder in ein Fenster ebenfalls perspektivisch geschieden sind. Für Hierarchien von Einbettungen gilt also der erstere Fall in Sonderheit dann, wenn sich die beiden Glieder eines Randes durch mehr als eine Einbettungsstufe unterscheiden, vgl.



Um wiederum ein impressionistisches Beispiel zur Illustration heranzuziehen: Die Decke meines Büros ist zwar der untere Teil eines vertikalen Teilsystemrandes, dessen oberer Teil der Fußboden des Büros eines Kollegen ist,

nicht aber derjenige des Fußbodens des Kollegen zwei oder mehr Stockwerke über mir.

### **Literatur**

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

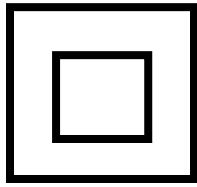
Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

## Die Defizienz semiotischer Repräsentation ontischer Präsentationen

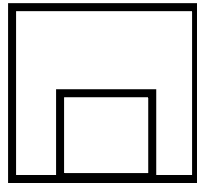
1. Daß die Semiotik als ihr zur Seite gestellte, sie ergänzende und dennoch von ihr primär unabhängige Wissenschaft einer Ontik im Sinne einer die Theorie der Zeichen komplementierenden Theorie der Objekte bedarf, dürfte nach den zahlreichen in den letzten Jahren von uns veröffentlichten Arbeiten eigentlich nicht mehr in Frage gestellt werden. Lediglich der Konstruktion der Ontik ist es zu verdanken, daß wir heute unendlich viel mehr wissen, was es denn eigentlich bedeutet, wenn einem Objekt ein Zeichen abgebildet wird und vor allem, von welcher Art diese Abbildungen sind, nicht zuletzt aber auch, was denn genau im Sinne des von Bense (1979, S. 43) definierten Begriffs bei dieser Metaobjektivation (vgl. Bense 1967, S. 9) aus der Welt der Objekte in die Welt der Zeichen "mitgeführt" wird. Da zwischen Objekt und Zeichen, wie dies in eindrücklicher Weise von Kronthaler (1992) dargestellt wurde, ein gegenseitiges Verhältnis der Transzendenz besteht, und da für Transzendenzrelationen über Kontexturalgrenzen hinweg die Erkenntnis Gotthard Günthers gilt: "Das neue Thema der Philosophie ist die Theorie der Kontexturalgrenzen, die die Wirklichkeit durchschneiden" (cit. ap. Toth 2007, S. 90), kommt der Ontik neben der Polykontexturaltheorie eine Führungsrolle in der wissenschaftlichen, d.h. operationalen und nicht-spekulativen Behandlung dieses zentralen Themas zu.

2. Der neueste Stand der Ontik wird durch die kürzlich veröffentlichte Arbeit Toth (2015) repräsentiert. Diese sog. ontotopologische Strukturtheorie gibt nicht nur die genau  $3 \text{ mal } 4 \text{ mal } 5 = 60$  ontischen Grundstrukturen an, die Systeme relativ zu ihren Teilsystemen einerseits und relativ zu ihren Umgebungen andererseits im Sinne von den benseschen semiotischen Invarianten (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.) korrespondierenden "ontischen Invarianten" haben können, sondern zusätzlich ihre lagetheoretischen sowie ihre semiotischen Repräsentation an. Diese ontische Strukturtheorie, wie wir sie vereinfacht nennen wollen, ist also eine minimale Theorie sowohl der semiotischen Repräsentation der Ontik als auch der ontischen Repräsentation der Semiotik.

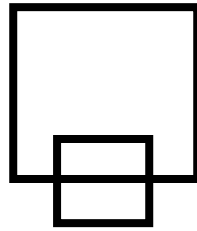
## 2.1. Semiotische Repräsentation randkonstanter ontischer Strukturen



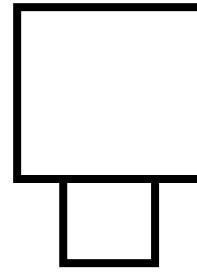
$\langle 3.3.3 \rangle_s$



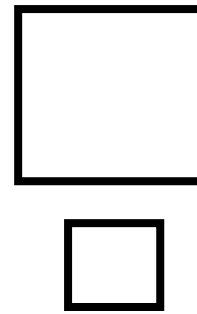
$\langle 3.2.3 \rangle_s$



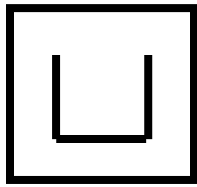
$\langle 3.2.3 \rangle_{R[S,U]}$



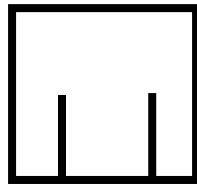
$\langle 3.2.3 \rangle_U$



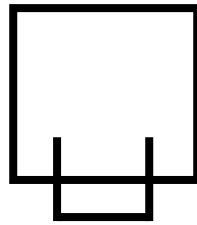
$\langle 3.3.3 \rangle_U$



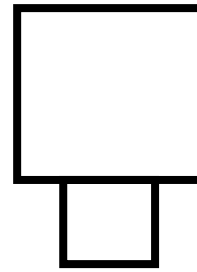
$\langle 3.3.2 \rangle_s$



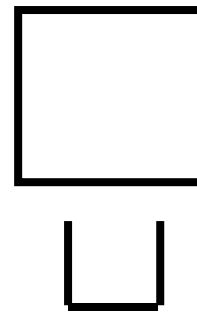
$\langle 3.2.2 \rangle_s$



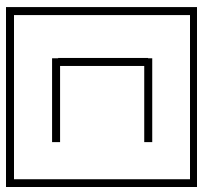
$\langle 3.2.2 \rangle_{R[S,U]}$



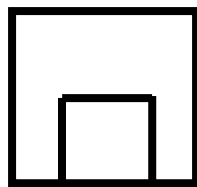
$\langle 3.2.2 \rangle_U$



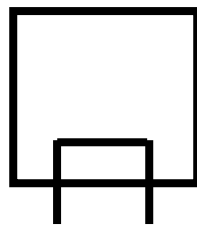
$\langle 3.3.2 \rangle_U$



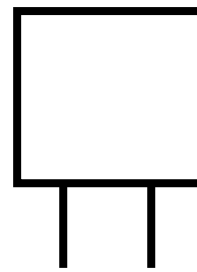
$\langle 3.3.2 \rangle_s$



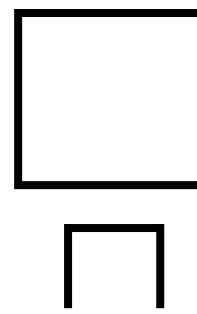
$\langle 3.2.2 \rangle_s$



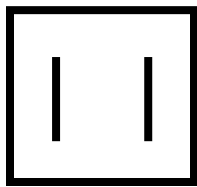
$\langle 3.2.2 \rangle_{R[S,U]}$



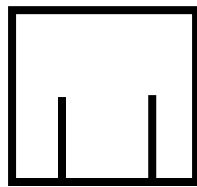
$\langle 3.2.2 \rangle_U$



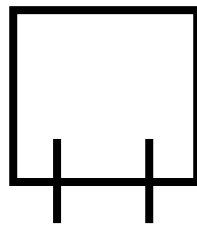
$\langle 3.3.2 \rangle_U$



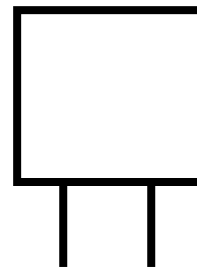
$\langle 3.3.1 \rangle_s$



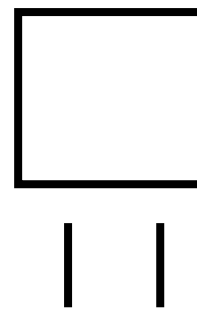
$\langle 3.2.1 \rangle_s$



$\langle 3.2.1 \rangle_{R[S,U]}$

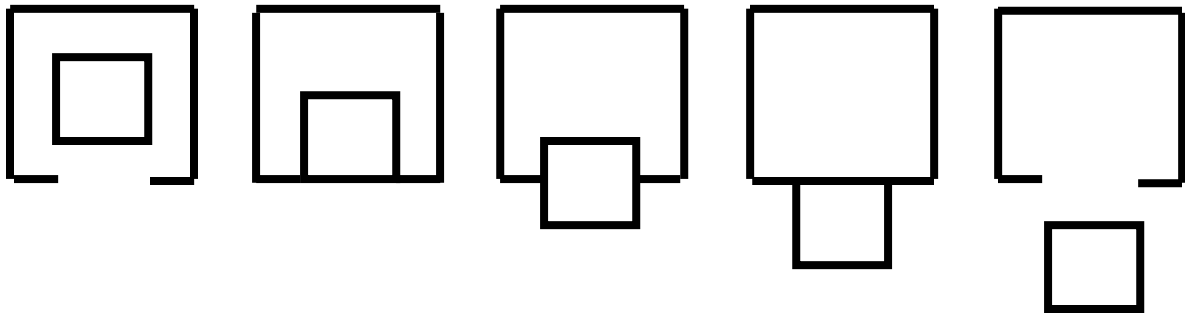


$\langle 3.2.1 \rangle_U$

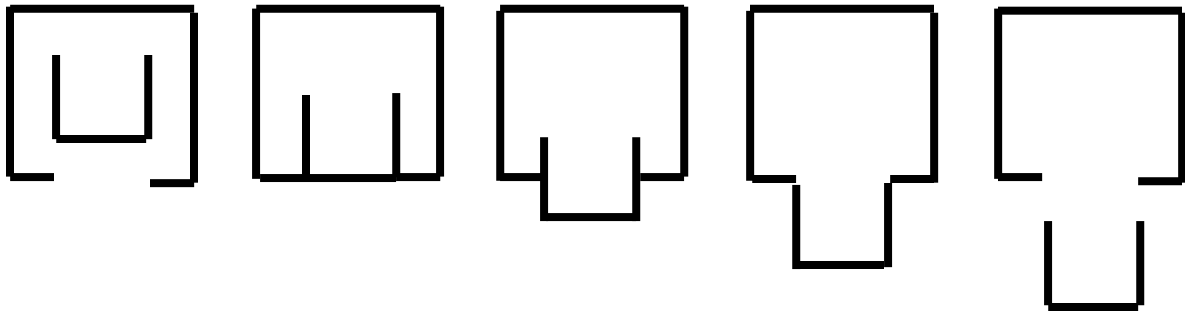


$\langle 3.3.1 \rangle_U$

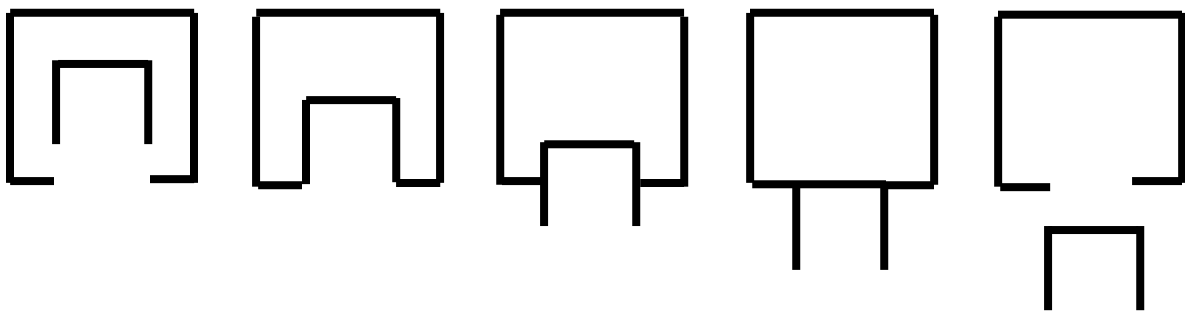
## 2.2. Semiotische Repräsentation partiell-randkonstanter ontischer Strukturen



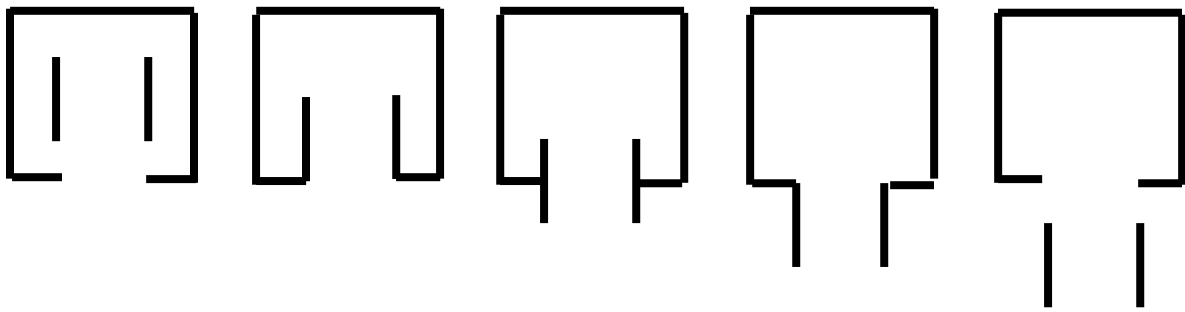
$\langle 2.3.3 \rangle_s$      $\langle 2.2.3 \rangle_s$      $\langle 2.2.3 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 2.2.3 \rangle_U$      $\langle 2.3.3 \rangle_U$



$\langle 2.3.2 \rangle_s$      $\langle 2.2.2 \rangle_s$      $\langle 2.2.2 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 2.2.2 \rangle_U$      $\langle 2.3.2 \rangle_U$

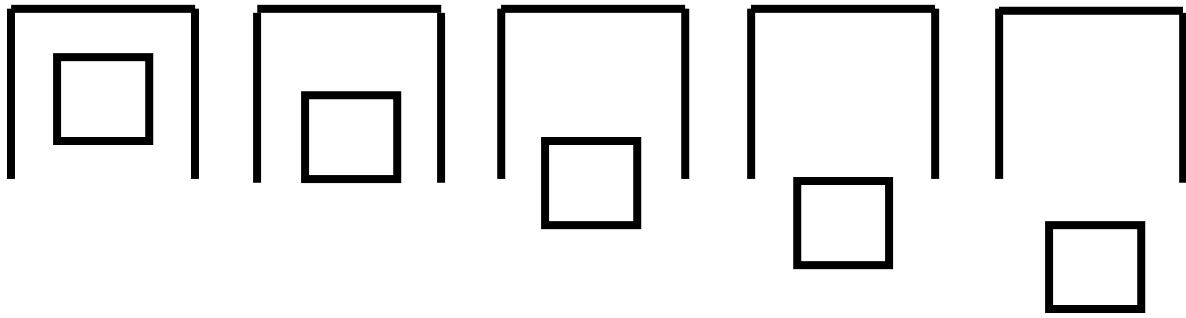


$\langle 2.3.2 \rangle_s$      $\langle 2.2.2 \rangle_s$      $\langle 2.2.2 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 2.2.2 \rangle_U$      $\langle 2.3.2 \rangle_U$

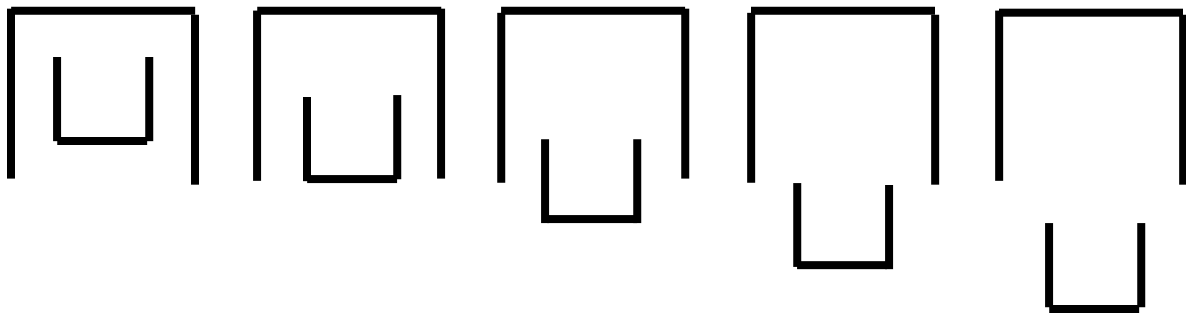


$\langle 2.3.1 \rangle_s$      $\langle 2.2.1 \rangle_s$      $\langle 2.2.1 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 2.2.1 \rangle_U$      $\langle 2.3.1 \rangle_U$

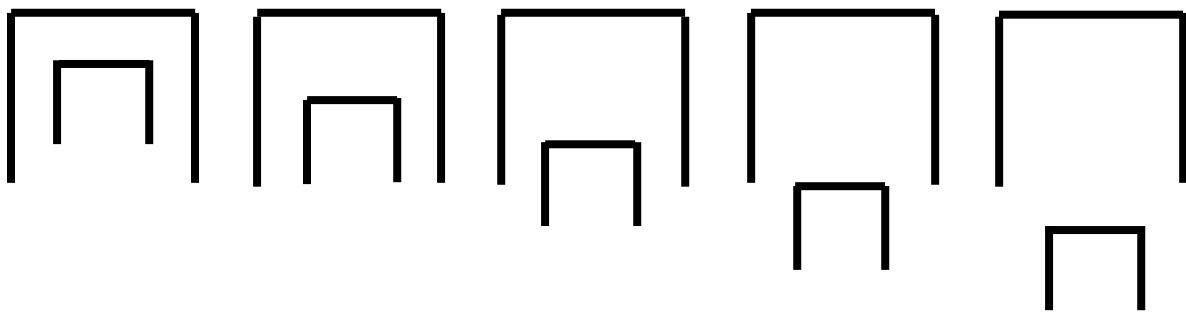
### 2.3. Semiotische Repräsentation nicht-randkonstanter ontischer Strukturen



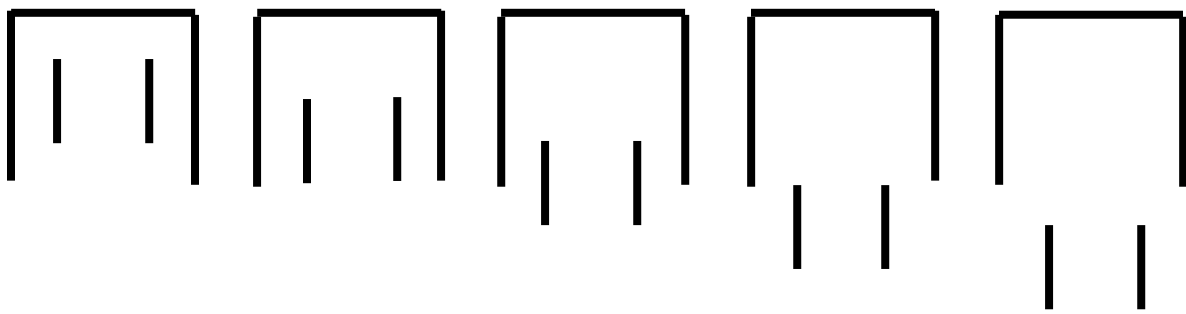
$\langle 1.3.3 \rangle_s$      $\langle 1.2.3 \rangle_s$      $\langle 1.2.3 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 1.2.3 \rangle_U$      $\langle 1.3.3 \rangle_U$



$\langle 1.3.2 \rangle_s$      $\langle 1.2.2 \rangle_s$      $\langle 1.2.2 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 1.2.2 \rangle_U$      $\langle 1.3.2 \rangle_U$



$\langle 1.3.2 \rangle_s$      $\langle 1.2.2 \rangle_s$      $\langle 1.2.2 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 1.2.2 \rangle_U$      $\langle 1.3.2 \rangle_U$



$\langle 1.3.1 \rangle_s$      $\langle 1.2.1 \rangle_s$      $\langle 1.2.1 \rangle_{R[S,U]}$      $\langle 1.2.1 \rangle_U$      $\langle 1.3.1 \rangle_U$

3. In jedem semiotischen Tripel der Form

$$S = \langle x.y.z \rangle$$

repräsentiert also  $x$  die Lagerrelation von  $S = f(S^*)$ , d.h. es ist

$x = 1 := S$  ist exessiv relativ zu  $S^*$

$x = 2 := S$  ist adessiv relativ zu  $S^*$

$x = 3 := S$  ist inessiv relativ zu  $S^*$ ,

Jedes  $y$  repräsentiert  $R(S, T)$ , d.h. die Lagerrelation von  $T = f(S)$  in  $S^+ = (S \cup T)$ , d.h. wir haben

$y = 1 := T$  ist exessiv relativ zu  $S$

$y = 2 := T$  ist adessiv relativ zu  $S$

$y = 3 := T$  ist inessiv relativ zu  $S$ .

Schließlich repräsentiert jedes  $z$  vermöge der in Toth (2013) definierten ontisch-semiotischen Isomorphie die ontotopologische Abgeschlossenheit, Halboffenheit/Halbabgeschlossenheit oder Offenheit von  $T$ , d.h. es ist

$z = 1 := T$  ist offen

$z = 2 := T$  ist halboffen/halbabgeschlossen

$z = 3 := T$  ist abgeschlossen.

Somit überschreitet die ontische Strukturtheorie allein vermöge der Tripelrelation  $S = \langle x.y.z \rangle$  gegenüber der Paarrelation  $R = \langle x.y \rangle$ , welche die formale Struktur der die Zeichen- und Realitätsthematiken konstituierenden Subzeichen der peirce-benseschen Semiotik darstellen, diese bei weitem.

## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Die semiotischen Repräsentationen ontischer Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015



## Praxis, Theorie, Pragmatik

1. Es gibt wohl eine Theorie ohne Praxis, aber keine Praxis ohne Theorie. Jeder Koch, hätte er die Theorie seines Handwerks nicht gelernt, würde nur Unge-  
nießbares produzieren. Wer je Harry Schraemlis "Lehrbuch der Bar" in der  
Hand gehabt hat, das auf mehreren hundert Seiten Tausende von Regeln  
angibt und wer weiß, daß dieses Lehrbuch nur eines von Dutzenden ähnlicher  
Art ist, dessen Inhalt jeder Hotelfachschüler aus dem Effeff beherrschen muß,  
weiß, daß Praxis und Theorie untrennbar miteinander verbunden sind.

2. Auf der anderen Seite zeigt sich der Nutzen der Theorie ohne Praxis mitunter  
auf höchst dramatische Weise: Als der österreichische Mathematiker Radon in  
den 1910er Jahren die später nach ihm benannte Transformation entdeckte,  
spöttelten selbst Kollegen in Fachblättern über die angeblich völlige  
Nutzlosigkeit dieser Entdeckung. Heute gäbe es ohne die Radon-  
Transformation keine Computer-Tomographen. Das Werk Nietzsches war zu  
dessen Lebzeiten praktisch bedeutungslos. Vor einigen Jahrzehnten kürte dann  
der "Spiegel" nicht etwa Kant, Hegel, Schelling oder Fichte, sondern  
ausgerechnet Nietzsche zum einflußreichsten deutschen Denker aller Zeiten.  
Daraus folgt, daß auch Theorie und Praxis untrennbar miteinander verbunden  
sind.

3. Logisch gesehen stellt die Opposition von Praxis und Theorie bzw. Theorie  
und Praxis eine Dichotomie dar, die der logisch 2-wertigen Dichotomie von  
Position und Negation bzw. Wahr und Falsch isomorph ist, der auch die  
ethische Dichotomie von Gut und Böse und die ästhetische Dichotomie von  
Schön und Häßlich folgen. Dagegen sind jedoch zwei gewichtige Argumente zu  
erheben.

3.1. Es ist möglich, eine Logik statt auf der Designation der Position mit der  
Wahrheit (und folglich der Negation mit der Falschheit) auf der Negation mit  
der Wahrheit (und folglich der Position mit der Falschheit) aufzubauen. Daß  
die beiden Logiken einander isomorph sind, ist wegen des Tertium non datur-  
Gesetzes trivial. Das bedeutet, daß die Designationen arbiträr sind.

3.2. Es gibt gute Gründe anzunehmen, daß die 2-wertige aristotelische Logik weder die Semiotik noch die Ontik beschreibt, d.h. in Sonderheit, daß eine zu stipulierende Dichotomie von Objekt und Zeichen, die wiederum derjenigen von Objekt und Subjekt bzw. Position und Negation isomorph ist, falsch ist, denn Systeme und ihre Umgebungen besitzen nicht-leere Ränder, da sie sonst gar nicht unterscheidbar wären, und dasselbe gilt für Zeichen und Objekt. Wie bereits Kronthaler (1986) in genialer Weise festgestellt hatte, kann in einer 2-wertigen Logik die Eine Seite der Dichotomie nur das reflektieren, was die Andere Seite bereits enthält. Position und Negation sind damit Schein-Gegensätze und rekursiv aus einander definiert. Die Katze beißt sich in den Schwanz. Niemand hatte diesen Sachverhalt in geradezu prophetischer Voraussicht besser illustriert als der deutsche Psychiater und Schriftsteller Oskar Panizza in seiner Erzählung "Die Kirche zu Zinsblech" (vgl. dazu Toth 2012).

4. Wenn also nicht nur Zeichen und Objekt, sondern selbst Position und Negation nicht-leere Ränder haben, dann muß es ein Vermittelndes, Drittes, geben, und damit sind die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten, des Verbotenen Widerspruchs und der Identität, eliminiert. These und Antithese werden dadurch in eine Synthese eingebettet, die zwar beide weiterhin erhält, aber sich gleichzeitig hyperadditiv zu ihnen verhält. D.h. vermöge der Eingebettetheit der These in die Synthese enthält diese ein Etwas, das in der Antithese nicht bereits enthalten ist, und vermöge der Eingebettetheit der Antithese in die Synthese enthält auch diese ein Etwas, das in der These nicht bereits enthalten ist. Formal gilt also für die logische Basisdichotomie und alle ihr isomorphen Dichotomien

$$L = [\text{These}, R[\text{These}, \text{Antithese}], \text{Antithese}]$$

mit

$$R[\text{These}, \text{Antithese}] = \text{Synthese}$$

und somit

$$L = [\text{These}, \text{Synthese}, \text{Antithese}].$$

Auf die Semiotik übertragen, ist diese letzte Definition isomorph mit der peirceschen Definition der Zeichenrelation in der folgenden kategorialen Ordnung

$Z = R(\text{Objekt, Mittel, Interpretant}),$

die genau die Form des von Bense (1971, S. 39 ff.) eingeführten, dem kybernetischen Modell Meyer-Epplers nachgebildeten semiotischen Kommunikationsschemas

$K = (\text{Sender, Kanal, Empfänger})$

hat, worin der Kanal als Synthese zwischen Sender und Empfänger vermittelt, ohne die es keine Kommunikation gäbe. Ränder zwischen Dichotomien sind somit Mengen von sog. Partizipationsrelationen der Form

$L = [\text{These} \leftarrow \text{Synthese} \rightarrow \text{Antithese}],$

d.h. die Grenze zwischen dichotomischen Begriffen ist nicht mit einer Grenzlinie, sondern mit einem Grenzstreifen zu vergleichen, allerdings nicht mit den Niemandsländern, wie man sie zwischen Staaten findet, d.h. nicht mit solchen, die weder dem einen noch dem anderen Staat angehören, sondern die beiden Staaten gleichzeitig angehören. Im Falle der Dichotomie von Praxis und Theorie kann man diesen synthetisch fungierenden Rand nach einem Vorschlag von Charles Sanders Peirce als Pragmatik bezeichnen. Wegen Hyperadditivität gelten natürlich die beiden folgenden, nicht-kommutativen qualitativen Gleichungen

Praxis + Theorie < Pragmatik

Theorie + Praxis < Pragmatik.

## **Literatur**

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.  
Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Panizzajana. Teil 9: Die Kirche von Zinsblech. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

## Modelltheoretische Universen

1. Die aristotelische Logik verfügt über nur zwei 2 Werte, und die Existenz eines dritten, vermittelnden Wertes wird durch das Prinzip des Tertium non datur ausdrücklich ausgeschlossen. Dieses wiederum garantiert die beiden anderen der insgesamt drei so genannten Grundgesetze des Denkens: dem Prinzip der Identität und dem Prinzip des Verbotenen Widerspruchs. Kronthaler (1986) hatte daraus sehr richtig geschlossen, daß in einer solchen 2-wertigen Logik die Negation nichts enthalten kann, was nicht in der Position bereits enthalten ist, und daß umgekehrt die Position nichts enthalten kann, was nicht bereits in der Negation enthalten ist. Daraus folgt, daß die Kontexturgrenze zwischen Position und Negation durch die Operation der Reflexion definiert ist: Das Wahre ist ebenso die Spiegelung des Falschen wie das Falsche die Spiegelung des Wahren ist. Vom Schwarzen Christus sagt Panizza in der "Kirche zu Zinsblech": "Eigenthümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte wie sein weißes vis-à-vis" (Panizza 1981, S. 177).

2. Etwas Neues kann man somit aus einer Logik, die nur über 2 Werte, die zudem in einem Reflexionsverhältnis zu einander stehen, nicht folgern, denn jede Folgerung ist bereits in dieser Logik enthalten. Der die Kontexturgrenze definierende logische Reflektor ist somit semantisch gesehen ein Hüllenoperator, und für diesen gelten die drei Gesetze der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 40). Diese drei Gesetze garantieren ein Universum, das hermetisch gegen ein Außen abgeschlossen ist. Streng genommen ist es von einem solchen modelltheoretischen Universum aus gesehen nicht einmal sicher, ob es ein Außen überhaupt gibt. Meines Erachtens sind es diese drei Gesetze, welche Wittgenstein zu seinem berühmten Satz veranlaßten: "Die Sätze der Logik sind Tautologien" (Tractatus, 6.1.). Solche Tautologien treten in ihren augenscheinlichsten Formen in den beiden logischen Sätzen des Ex falso sequitur quodlibet und seiner Konverse E vero replicitur quodlibet auf (vgl. Menne 1991, S. 30 f.).

3. Nun hatten wir aber bereits in Toth (2015) darauf hingewiesen, daß in der logischen Basis-Dichotomie

$$L = [P, N]$$

die Position P und die Negation N gar nicht voneinander unterscheidbar wären, wenn es nicht die Differenz zwischen beiden gäbe, und diese Differenz tritt als Rand auf, und zwar als 2-seitiger

$$D = R[P, N],$$

$$D^{-1} = R[N, P],$$

wobei natürlich

$$D \neq D^{-1}$$

gilt. D bzw.  $D^{-1}$  widersprechen damit aber dem Tertium-Gesetz, da Ränder per definitionem zwischen dem Paar, das sie beranden, im Falle von L also P und N, vermitteln. Zwischen der das Objekt vertretenden logischen Position und der das Subjekt vertretenden logischen Negation und damit auch zwischen Objekt und Zeichen klafft also jener "Abgrund", den Novalis als "sympathetischen" bezeichnet hatte. Da man den Rand-Operator R beliebig fortsetzen kann

$$R[P, N]$$

$$R[P, R[P, N]] / R[N, R[N, P]]$$

$$R[P, R[P, R[P, N]]] / R[N, R[N, R[N, P]]], \text{ usw.,}$$

erzeugt man also aus der ursprünglichen Dichotomie  $L = [P, N]$  ein Kontinuum, das formal der heisenbergschen Quantenlogik isomorph sein dürfte, d.h. man bekommt durch iterierte Anwendung von R eine theoretisch infinite Skalierung von logischen Zwischenwerten zwischen P und N bzw. Wahr und Falsch.

4. Anders war Günther (1976-80) verfahren. Statt logischer Zwischenwerte nahm er Rejektionswerte an, d.h. solche, welche die 2-wertige Dichotomie  $L = [P, N]$  verwerfen, allerdings so, daß die aristotelische einzige Dichotomie L in ein Verbundsystem von theoretisch unendlich vielen L's eingebettet wird, zwischen denen zwar Transjunktionen fungieren, welche die 2-wertige Logik außer Kraft setzen, die allerdings L's aufeinander abbilden, innerhalb deren die 2-wertige Logik weiterhin gilt. Das bedeutet also, daß die Güntherschen

Rejektionswerte zwar keine Zwischenwerte sind, welche das aristotelische Diskontinuum in ein pseudo-mehrwertiges Kontinuum transformieren, daß aber die Außenwerte nichts anderes als zweiwertige Logiken sind. Im Grunde kann man also sagen, daß die sog. polykontexturale Logik Günthers lediglich die Unizität der aristotelischen Logik bestreitet, insofern jedem Subjekt eine Art von privater Logik zugestanden wird. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Logiken besteht somit darin, daß in der aristotelischen Logik Ränder zwischen P und N in  $L = [P, N]$  und in der nicht-aristotelischen Günther-Logik Ränder zwischen den Elementen einer Menge von  $L = [P, N]$  gebildet werden

$$R[L_1, L_2] = R[[P, N]_1, [P, N]_2]$$

$$R[L_2, L_3] = R[[P, N]_2, [P, N]_3]$$

$$R[L_3, L_4] = R[[P, N]_3, [P, N]_4], \text{ usw.}$$

Im ersten Fall vermitteln also Ränder innerhalb von L, im zweiten Fall vermitteln Ränder außerhalb von L. Um somit konsequent zu sein, müßte also die polykontexturale Logik nicht nur diese logischen Außenwerte annehmen, sondern zugleich die Zwischenwerte. In diesem Falle wäre das 2-wertige Tertium-Gesetz nicht nur zwischen den L's, sondern auch zwischen den sie definierenden Relata, den P's und den N's, aufgehoben. Das ist aber bisher nicht geschehen. Es stellt sich daher abschließend die interessante Frage, ob die Randbildungen von Zwischenwerten und die Randbildungen von Außenwerten nicht isomorph zueinander sind. Falls sie es nämlich sein sollten, könnte man beweisen, daß nicht nur die aristotelische Logik, sondern auch die Günther-Logik ein modelltheoretisch abgeschlossenes Universum darstellt. Daß diese Vermutung mit großer Wahrscheinlichkeit zutrifft, wird schon deshalb nahegelegt, weil sich die Mehrwertigkeit der Günther-Logik ja der im Gegensatz zur Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik iterierbaren Subjekt-Position N verdankt, also einem Wert, der entweder als Domäne oder als Co-domäne der Randabbildung fungiert, die sich somit per definitionem innerhalb des modelltheoretischen Universums der aristotelischen Logik befinden muß, die ja auch in der Günther-Logik für jede einzelne subjektdeterminierte Kontextur gilt. In diesem Falle wäre also die Absicht der Günther-Logik, durch

mehrwertige Transoperatoren die Logik als ein System von Nicht-Tautologien zu etablieren, gescheitert.

## Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. München 1981

Toth, Alfred, Praxis, Theorie, Pragmatik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. 15. Aufl. Frankfurt am Main 1980



## Semiotische Ränder bei Trito-Zahlen

1. Die von Gotthard Günther (1976-80) eingeführten Trito-Zahlen sind qualitative Zahlen, bei denen nicht nur der Kardinalzahlwert – wie bei den Peanozahlen und den Proto-Zahlen –, und auch nicht nur die Verteilung der Kardinalzahlen wie bei den Deutero-Zahlen, sondern zusätzlich auch die Position der Kardinalzahlen relevant ist, d.h. während die quantitativen Zahlen nur entweder auf gleiche oder auf verschiedene Objekte abgebildet werden können, können qualitative Zahlen auf Objekte, die gleich oder verschieden sind, abgebildet werden. (Man kann also mit Hilfe von qualitativen Zahlen Äpfel und Birnen addieren.)

2. Werfen wir zunächst einen Blick auf die 10 Zeichenklassen der peirce-ben-seschen Semiotik. Da ihre allgemeine Form

$$Z = (3.x, 2.y, 1.z) \text{ mit } x, y, z \in \{1, 2, 3\}$$

ist, kann man, wie ich schon früher gezeigt hatte, die 10 Zeichenklassen bijektiv auf Tripel von trichotomischen Werten abbilden

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 1, 3)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3)

(6) (1, 3, 3)

(7) (2, 2, 2)

(8) (2, 2, 3)

(9) (2, 3, 3)

(10) (3, 3, 3).

Für die  $x, y, z \in P$  gilt also relativ zur Struktur  $Z$  die Ordnung

$$x \cong y \cong y,$$

und deswegen gilt für Folgen von semiotischen Trichotomien trotz Positionsrelevanz, daß eine Struktur keinesfalls positional ausgeschöpft sein muß, bevor zur folgenden Struktur übergegangen wird, vgl. die kategoriale Notation des obigen numerischen Schemas

(1)	(M, M, M)	M	∅	∅
(2)	(M, M, O)	M	O	∅
(3)	(M, M, I)	M	∅	I
(4)	(M, O, O)	M	O	∅
(5)	(M, O, I)	M	O	I
(6)	(M, I, I)	M	∅	I
(7)	(O, O, O)	∅	O	∅
(8)	(O, O, I)	∅	O	I
(9)	(O, I, I)	∅	∅	I
(10)	(I, I, I)	∅	∅	I.

Es gibt also nur eine Zeichenklasse (5), bei der alle trichotomischen Werte vollständig sind, und diese steht in der Mitte und nicht am Ende des Systems. Alle übrigen Strukturen weisen mindestens eine fehlende Kategorie auf, ferner ist die Abbildung der kategorialen Strukturen auf die Leer-Strukturen nicht-bijektiv, z.B. ist (M, ∅, I) die Codomäne sowohl von (M, M, I) als auch von (M, I, I), da hier nämlich die Iteration eines Elementes genauso wenig zählt wie dies in der ebenfalls quantitativen Mengenlehre der Fall ist, wo z.B. gilt  $M = (1) = (1, 1) = (1, 1, 1)$ , usw.

3. Da die Kenogramme, aus denen die Morphogramme der Trito-Zahlen bestehen, Leerformen sind, mit prinzipiell jedem Wert besetzt werden können, daher auch mit semiotischen, zeigen wir die Inkommensurabilität zwischen

den quantitativen und den qualitativen semiotischen Tripeln, indem wir auf die ersten 4 Trito-Zahlen die trichotomischen Werte aus Kap. 2 abbilden.

### 3.1. Qualitatives semiotisches Zählen von 1 bis 3

- |     |           |   |           |   |            |
|-----|-----------|---|-----------|---|------------|
| (1) | (1, 1, 1) | → | (M, M, M) |   |            |
| (2) | (1, 1, 2) | → | (M, M, O) | } | R[M, O, I] |
| (3) | (1, 2, 1) | → | (M, O, M) |   |            |
| (4) | (1, 2, 2) | → | (M, O, O) |   |            |
| (5) | (1, 2, 3) | → | (M, O, I) |   |            |

Hier ist es also so, daß die vollständige trichotomische Relation erst mit der 5. Stufe, d.h. am Schluß, erreicht wird. Zwischen der rein iterativen Folge (1, 1, 1) bzw. (M, M, M) und der rein akkretiven Folge (1, 2, 3) bzw. (M, O, I) vermitteln semiotische Trito-Ränder, d.h. es gilt

$$V((M, M, M), (M, O, I)) = ((M, M, O), (M, O, M), (M, O, O)).$$

### 3.2. Qualitatives semiotisches Zählen von 1 bis 4

Da man die Zahl 4 als "Zählgrenze" auch innerhalb der Semiotik auffassen kann (vgl. Toth 2015), werden im folgenden die trichotomischen Werte von Z wie folgt auf Trito-Zahlen abgebildet.

- |     |              |   |              |
|-----|--------------|---|--------------|
| (1) | (1, 1, 1, 1) | → | (M, M, M, M) |
| (2) | (1, 1, 1, 2) | → | (M, M, M, O) |
| (3) | (1, 1, 2, 1) | → | (M, M, O, I) |
| (4) | (1, 1, 2, 2) | → | (M, M, O, O) |
| (5) | (1, 1, 2, 3) | → | (M, M, O, I) |
| (6) | (1, 2, 1, 1) | → | (M, O, M, M) |
| (7) | (1, 2, 1, 2) | → | (M, O, M, O) |

- (8) (1, 2, 1, 3) → (M, 0, M, I)
- (9) (1, 2, 2, 1) → (M, 0, 0, M)
- (10) (1, 2, 2, 2) → (M, 0, 0, 0)
- (11) (1, 2, 2, 3) → (M, 0, 0, I)
- (12) (1, 2, 3, 1) → (M, 0, I, M)
- (13) (1, 2, 3, 2) → (M, 0, I, 0)
- (14) (1, 2, 3, 3) → (M, 0, I, I)
- (15) (1, 2, 3, 4) → (M, 0, I, X),

wobei X den Anschluß an das semiotische Zählen von 1 bis 5 durch Einführung einer neuen, in Z nicht-definierten (und nach Peirces Reduktionsaxiom ausgeschlossenen) Kategorie bewerkstelligt. Wie man erkennt, sind diese "Trito-Zeichen" mehrfach paarweise vermittelt. Bildet man diese Vermittlungen zwischen reiner Quantität qua Iteration und reiner Qualität qua Akkretion wiederum auf (quantitative) Strukturen mit kategorialen Leerstellen ab, so erhält man

- (1) (M, M, M, M) → M    ∅    ∅    ]
- (2) (M, M, M, 0) → M    0    ∅    ] R[M, 0, I]
- (3) (M, M, 0, I) → M    0    I
- (4) (M, M, 0, 0) → M    0    ∅    ] R[M, 0, I]
- (5) (M, M, 0, I) → M    0    I
- (6) (M, 0, M, M) → M    0    ∅    ]
- (7) (M, 0, M, 0) → M    0    ∅    ] R[M, 0, I]
- (8) (M, 0, M, I) → M    0    I

- |      |              |   |   |   |    |   |            |
|------|--------------|---|---|---|----|---|------------|
| (9)  | (M, O, O, M) | → | M | O | ∅  | } | R[M, O, I] |
| (10) | (M, O, O, O) | → | M | O | ∅  |   |            |
| (11) | (M, O, O, I) | → | M | O | I  |   |            |
| (12) | (M, O, I, M) | → | M | O | I  |   |            |
| (13) | (M, O, I, O) | → | M | O | I  |   |            |
| (14) | (M, O, I, I) | → | M | O | I  |   |            |
| (15) | (M, O, I, X) | → | M | O | I. |   |            |

### Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Semiotische Grenzen und Ränder

1. Der ontische Satz, daß jeder Rand eine Grenze enthält, daß aber umgekehrt nicht jede Grenze einen Rand darstellt (vgl. Toth 2015a, b) gilt auch für die Semiotik, allerdings sind die Verhältnisse hier bedeutend komplexer.

2. Gehen wir aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	2.	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

Hier liegt zwischen jedem triadischen und trichotomischen Paar dyadischer Subrelationen (S) ein Rand, d.h. es gilt

$$R[{}^2S_i, {}^2S_j] = R[\langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle] \text{ mit } a \dots d \in \{1, 2, 3\} \text{ gdw.}$$

$$a = c \text{ oder } b = d$$

oder

$$c = (a \pm 1) \text{ oder } d = (b \pm 1),$$

und d.h. wenn

$$\langle a.b \rangle \subset U[\langle c.d \rangle]$$

oder

$$\langle c.d \rangle \subset U[\langle a.b \rangle]$$

ist.

Unter diesen Bedingungen gilt also  $G[\langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle] \subset R[\langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle]$ .

3. Grenzen gibt es hingegen auch bei Paaren von Subrelationen, für welche die obigen Bedingungen nicht gelten. Sei

$$\langle a.b \rangle = \times \langle c.d \rangle,$$

und somit muß  $a = d$  und  $b = c$  sein, i.a.W. bei Paaren von dualen Subrelationen.  
Wie die Matrix zeigt, fallen zwar in den beiden Paaren

$$\times \langle 1.2 \rangle = \langle 2.1 \rangle$$

$$\times \langle 2.3 \rangle = \langle 3.2 \rangle$$

Grenze und Rand zusammen, d.h. es gilt  $G[\langle 1.2 \rangle, \langle 2.1 \rangle] = R[\langle 1.2 \rangle, \langle 2.1 \rangle]$   
und  $G[\langle 2.3 \rangle, \langle 3.2 \rangle] = R[\langle 2.3 \rangle, \langle 3.2 \rangle]$ , nicht jedoch bei

$$\times \langle 1.3 \rangle = \langle 3.1 \rangle,$$

wo wir haben

$$G[\langle 1.3 \rangle, \langle 3.1 \rangle] \neq [R[\langle 1.3 \rangle, \langle 3.1 \rangle] = \emptyset].$$

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Ontische und semiotische Grenzen. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2015a

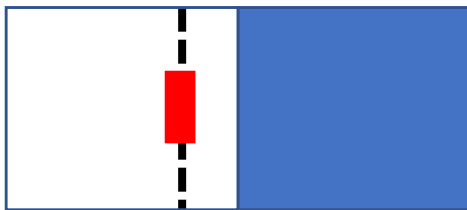
Toth, Alfred, Ontische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2015b

## Ontische Grenzen, Ränder und Präsentationsstufen

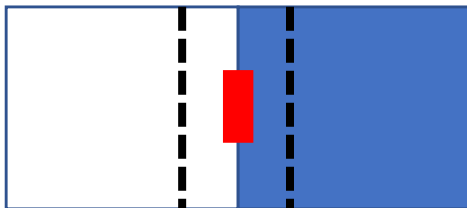
1. Das sog. Präsentationsstufen-Modell, das innerhalb der Ontik benutzt wird (vgl. Toth 2014) kann man sehr gut zur systemtheoretischen Visualisierung ontischer Grenzen und Ränder sowie deren Differenz (vgl. Toth 2015a-c) benutzen. Das Präsentationsstufen-Modell geht aus von der allgemeinen Definition eines Systems  $S^* = [S, U]$  mit  $R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset$  sowie zwei dem drei ontischen Lagerrelationen der Exessivität, Adessivität und Inessivität, die dementsprechend sowohl in S als auch in U auftreten können (vgl. Toth 2015d). Diese beiden Voraussetzungen determinieren in eindeutiger Weise, daß jedes  $S^*$  damit genau 7 Präsentationsstufen besitzt. In den folgenden Schemata ist S blau markiert und  $U[S]$  weiß belassen.

2.1.  $G[S, U] \subset R[S, U]$

2.1.1.

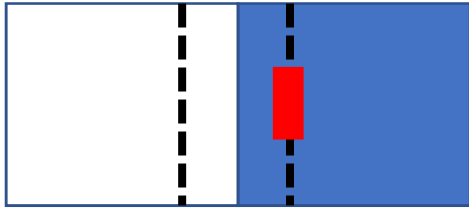


2.1.2.



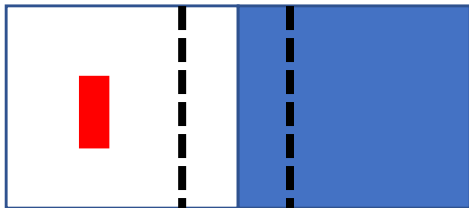


2.1.3.

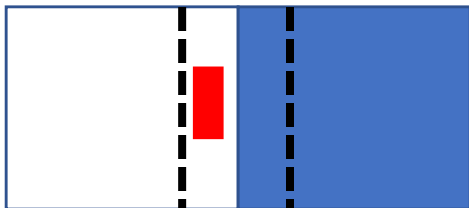


2.2.  $G[S, U] \not\subseteq R[S, U]$

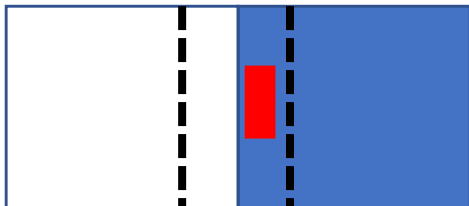
2.2.1.



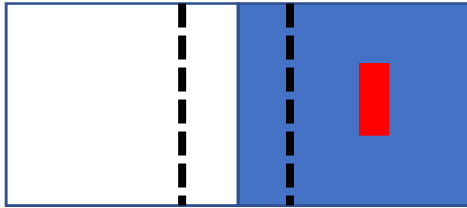
2.2.2.



2.2.3.



#### 2.2.4.



#### Literatur

Toth, Alfred, Ontische Nullstellen und Präsentationstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ontische und semiotische Grenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Die semiotischen Repräsentationen ontischer Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015 d

## Grenzen und Ränder im vollständigen System semiotischer Relationen

1. Zur Definition von semiotischen Grenzen und Rändern vgl. Toth (2015). Die Koinzidenz beider, d.h.  $G(x.y) = R(x.y)$  kann man im Falle eines Tripels zur Definition von Eigenrealität benutzen, unter die, wie bereits in freilich ganz anderem Zusammenhang Bense (1992, S. 40) vermutet hatte, auch die Kategorienrealität fällt. Allerdings gibt es im vollständigen System aller  $3^3 = 27$  semiotischen Relationen nicht nur zwei Formen von Eigenrealität. Bemerkenswert ist ferner deren Komplementarität, d.h. Tripel von leeren Grenzen und Rändern, d.h.  $G(x.y) = R(x.y) = (\emptyset, \emptyset, \emptyset)$ . Am allermeisten hingegen dürften die – deshalb im folgenden durch Fettdruck hervorgehobenen – Fälle Aufmerksamkeit für sich beanspruchen, bei denen relativ zur Gleichheit bzw. Ungleichheit von Grenzen und Rändern heterogene Tripel vorliegen. Auch diese treten ausschließlich bei der komplementären Menge zur Teilmenge der zehn peirce-benseschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf. Schließlich sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß die Abbildung der 27 semiotischen Relationen auf die Mengen der Grenz-Rand-Gleichungen bzw. – Ungleichungen nicht bijektiv ist.

### 2.1. Dualsystem I

$$(3.1, 2.1, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, 1.2, 1.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

### 2.2. Dualsystem II

$$(3.1, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 1.3)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

### 2.3. Dualsystem III

$$(\underline{3.1}, 2.1, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 1.2, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

#### 2.4. Dualsystem IV

$$(3.1, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$G(2.2) = R(2.1)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

#### 2.5. Dualsystem V

$$(3.1, \underline{2.2}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

#### 2.6. Dualsystem VI

$$(\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

#### 2.7. Dualsystem VII

$$(3.1, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

#### 2.8. Dualsystem VIII

$$(3.1, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

### 2.9. Dualsystem IX

$$(\underline{3.1}, 2.3, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 3.2, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

-----

### 2.10. Dualsystem X

$$(3.2, 2.1, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, 1.2, 2.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

### 2.11. Dualsystem XI

$$(3.2, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 2.3)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

### 2.12. Dualsystem XII

$$(3.2, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

### 2.13. Dualsystem XIII

$$(3.2, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.14. Dualsystem XIV

$$(3.2, \underline{2.2}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

2.15. Dualsystem XV

$$(3.2, \underline{2.2}, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

2.16. Dualsystem XVI

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.17. Dualsystem XVII

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

2.18. Dualsystem XVIII

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

-----

2.19. Dualsystem XIX

$$(\underline{3.3}, \underline{2.1}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.20. Dualsystem XX

$$(\underline{3.3}, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

2.21. Dualsystem XXI

$$(\underline{3.3}, \underline{2.1}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

2.22. Dualsystem XXII

$$(\underline{3.3}, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.23. Dualsystem XXIII

$$(\underline{3.3}, \underline{2.2}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

#### 2.24. Dualsystem XXIV

(3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(2.2) = R(2.2)

#### 2.25. Dualsystem XXV

(3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(1.1) = R(1.1)

#### 2.26. Dualsystem XXVI

(3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

#### 2.27. Dualsystem XXVII

(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

#### Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015



## Monadische, dyadische und triadische semiotische Grenzen und Ränder

1. Vgl. zur Einleitung Toth (2015).

### 2.1. Monadische Grenzen

Bei monadischen Grenzen gilt stets:  $G(x.y) = R(x.y)$  mit  $x, y \in \{1, 2, 3\}$ .

#### 2.1.1. Dualsystem I

(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)

$G(1.1) = R(1.1)$

#### 2.1.2. Dualsystem V

(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)

$G(2.2) = R(2.2)$

#### 2.1.3. Dualsystem X

(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)

$G(1.1) = R(1.1)$

#### 2.1.4. Dualsystem XIV

(3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)

$G(2.2) = R(2.2)$

#### 2.1.5. Dualsystem XV

(3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)

$G(2.2) = R(2.2)$

#### 2.1.6. Dualsystem XXI

(3.3, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 3.3)

$G(3.3) = R(3.3)$

### 2.1.7. Dualsystem XXVI

$$(\underline{3.3}, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 3.2, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

### 2.1.8. Dualsystem XXVII

$$(\underline{3.3}, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 3.2, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

## 2.2. Dyadische Grenzen

Bei dyadischen Grenzen gilt entweder:  $G((x.y), (w.z)) = R((x.y), (w.z))$  oder  $G((x.y), (w.z)) \neq R((x.y), (w.z))$  mit  $x \dots z \in \{1, 2, 3\}$ .

$$2.2.1. G((x.y), (w.z)) = R((x.y), (w.z))$$

### 2.2.1.1. Dualsystem IV

$$(3.1, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$G(2.2) = R(2.1)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

### 2.2.1.2. Dualsystem XIII

$$(3.2, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

### 2.2.1.3. Dualsystem XIX

$$(\underline{3.3}, 2.1, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, 1.2, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

#### 2.2.1.4. Dualsystem XXIII

$$(\underline{3.3}, \underline{2.2}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

#### 2.2.1.5. Dualsystem XXIV

$$(\underline{3.3}, \underline{2.2}, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

#### 2.2.1.6. Dualsystem XXV

$$(\underline{3.3}, 2.3, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, 3.2, \underline{3.3})$$

$$G(3.3) = R(3.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

$$2.2.2. G((x.y), (w.z)) \neq R((x.y), (w.z))$$

#### 2.2.2.1. Dualsystem II

$$(3.1, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 1.3)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

#### 2.2.2.2. Dualsystem III

$$(\underline{3.1}, 2.1, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 1.2, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

### 2.2.2.3. Dualsystem IX

$$(\underline{3.1}, \underline{2.3}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{3.2}, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

### 2.2.2.4. Dualsystem XI

$$(\underline{3.2}, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, \underline{2.3})$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

### 2.2.2.5. Dualsystem XVII

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

### 2.2.2.6. Dualsystem XVIII

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

## 2.3. Triadische Grenzen

Bei triadischen Grenzen gibt es die folgenden 5 Tripel von Gleichheit und Ungleichheit:  $(\neq, =, \neq)$ ,  $(\neq, \neq, =)$ ,  $(\neq, \neq, \neq)$ ,  $(=, \neq, \neq)$ ,  $(=, =, =)$ .

### 2.3.1. $(\neq, =, \neq)$

#### 2.3.1.1. Dualsystem VI

$$(\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$

$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

2.3.2. ( $\neq, \neq, =$ )

2.3.2.1. Dualsystem VII

$$(3.1, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.3.2.2. Dualsystem XVI

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

2.3.3. ( $\neq, \neq, \neq$ )

2.3.3.1. Dualsystem VIII

$$(3.1, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

2.3.3.2. Dualsystem XII

$$(3.2, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

G(2.1) ≠ R(2.1)

G(1.3) ≠ R(1.3)

2.3.4. (=, ≠, ≠)

2.3.4.1. Dualsystem XX

(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(2.1) ≠ R(2.1)

G(1.2) ≠ R(1.2)

2.3.5. (=, =, =)

2.3.5.1. Dualsystem XXII

(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(2.2) = R(2.2)

G(1.1) = R(1.1)

In Sonderheit ist also festzustellen, daß das Tripel (≠, =, ≠) die von Bense (1992) bestimmte Eigenrealität des Zeichen und das Tripel (=, =, =) die ebenfalls von Bense bestimmte Kategorienrealität determiniert. Im Falle der beiden durch das Tripel (≠, ≠, ≠) determinierten Dualsysteme

(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)

(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)

liegt "komplementäre" Eigenrealität vor, eine bisher übersehene weitere strukturelle Eigenschaft der Semiotik, welche die bensesche Binarität von eigenrealen vs. nicht-eigenrealen Dualsystemen aufhebt und sich, wie die meisten interessanten Strukturen, erst in der zur Teilmenge der peirce-benseschen Zeichenklassen komplementären Menge semiotischer Relationen findet.

## Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grenzen und Ränderim vollständigen System semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Eigenrealität und komplementäre Eigenrealität

1. Bekanntlich stellt die Theorie der semiotischen Eigenrealität gleichzeitig den Abschluß und die Kulmination von Max Benses jahrzehntelangem Bemühen dar, die Semiotik als eine der Mathematik ebenbürtige Wissenschaft zu etablieren (vgl. Bense 1992). Bense unterscheidet allerdings lediglich zwischen der eigenrealen, mit ihrer Realitätsthematik dualidentischen Zeichenklasse

$$ER = (3.1, 2.2, 1.3) = \times(3.1, 2.2, 1.3)$$

und den übrigen neun Zeichenklassen der Menge der zehn peirce-benseschen Zeichenklassen, die nicht-eigenreal sind. Ferner nimmt er die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix hinzu, die zwar nicht zum Zehnersystem der Zeichenklassen gehört, die aber nach Bense eine "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" darstelle (Bense 1992, S. 40) und bestimmt sie als "Klasse der peirceschen genuinen Kategorien" oder kurz als Kategorienklasse mit der ihr zugeschriebenen Kategorienrealität

$$KR = (3.3, 2.2, 1.1) \neq \times(1.1, 2.2, 3.3).$$

2. Wie jedoch ein Blick auf die komplementäre Menge der 17, nicht-peirceschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der  $3^3 = 27$  über  $(3.x, 2.y, 1.z)$  mit  $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$  erzeugbaren semiotischen Relationen mit konstanter triadischer Struktur, aber Elimination der trichotomischen restriktiven Ordnung  $x \cong y \cong z$  zeigt, gibt es in der Gesamtmenge der 27 semiotischen Relationen nicht nur 2, sondern 7 semiotische Relationen mit triadischen Realitätsthematiken, die sich in 5 Typen von semiotischen Grenzen und Rändern einteilen lassen (vgl. Toth 2015).

### 2.1. Trichotomische Ordnungsstruktur ( $\neq, =, \neq$ )

#### 2.1.1. Dualsystem VI

$$(\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3})$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.2) = R(2.2)$$



$$G(1.3) \neq R(1.3)$$

## 2.2. Trichotomische Ordnungsstruktur ( $\neq, \neq, =$ )

### 2.2.1. Dualsystem VII

$$(3.1, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

### 2.2.2. Dualsystem XVI

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$$G(1.1) = R(1.1)$$

## 2.3. Trichotomische Ordnungsstruktur ( $\neq, \neq, \neq$ )

### 2.3.1. Dualsystem VIII

$$(3.1, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$G(3.1) \neq R(3.1)$$

$$G(2.3) \neq R(2.3)$$

$$G(1.2) \neq R(1.2)$$

### 2.3.2. Dualsystem XII

$$(3.2, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$G(3.2) \neq R(3.2)$$

$$G(2.1) \neq R(2.1)$$

$G(1.3) \neq R(1.3)$

2.4. Trichotomische Ordnungsstruktur ( $=, \neq, \neq$ )

2.4.1. Dualsystem XX

$(\underline{3.3}, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3})$

$G(3.3) = R(3.3)$

$G(2.1) \neq R(2.1)$

$G(1.2) \neq R(1.2)$

2.5. Trichotomische Ordnungsstruktur ( $=, =, =$ )

2.5.1. Dualsystem XXII

$(\underline{3.3}, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, \underline{3.3})$

$G(3.3) = R(3.3)$

$G(2.2) = R(2.2)$

$G(1.1) = R(1.1)$

3. Die Übersicht über die 5 Typen von triadischen semiotischen Realitäten ergibt folgendes.

$(\neq, \neq, \neq)$	$(\neq, \neq, =)$	$(\neq, =, \neq)$	$(=, \neq, \neq)$	$(=, =, =)$
$(3.1, 2.3, 1.2)$	$(3.1, 2.3, 1.1)$	$(3.1, 2.2, 1.3)$	$(3.3, 2.1, 1.2)$	$(3.3, 2.2, 1.1)$
$\times(2.1, 3.2, 1.3)$	$\times(1.1, 3.2, 1.3)$	$\times(3.1, 2.2, 1.3)$	$\times(2.1, 1.2, 3.3)$	$\times(1.1, 2.2, 3.3)$
$(3.2, 2.1, 1.3)$	$(3.2, 2.3, 1.1)$			
$\times(3.1, 1.2, 2.3)$	$\times(1.1, 3.2, 2.3)$			

A	B	Eigenrealität	C	Kategorienrealität
---	---	---------------	---	--------------------

A stellt also mit  $(=, =, =)^{-1} = (\neq, \neq, \neq)$  eine Form von "Antikategorienrealität" dar, und B und C, welche sich lediglich in der Position der Gleichheit in ihren Tripel-Relationen von derjenigen der Eigenrealität unterscheiden, stellen zwei Formen von "Antieigenrealität" dar. Es ist ferner nicht korrekt, daß Eigen-

realität und Kategorienrealität einander komplementär sind, sondern sie markieren lediglich Stationen in einer Kette von Abbildungen, die von  $A \rightarrow B \rightarrow ER \rightarrow C \rightarrow KR$  führt, und zwar genau in der oben angegebenen Ordnung. Triadische semiotische Realität ist somit eine Eigenschaft, die nicht weniger als fünf semiotische Thematisationsstrukturen innerhalb eines "semiotischen Universums" (Bense) beansprucht, das mit nur drei Kategorien auskommt. Von Dualidentität im Sinne der 2-wertigen Logik kann somit keine Rede sein. Ferner ist es, wie die Betrachtung der semiotischen Grenzen und Ränder wohl eindrücklich gezeigt hat, nicht statthaft, Dualidentität durch formale Koinzidenz semiotischer Subrelationen zu definieren, denn weder ist z.B. ein Legizeichen ein duales Rhema, d.h.  $\times(3.1) = (1.3)$ , noch ist ein Rhema ein duales Legizeichen, d.h.  $\times(1.3) = (3.1)$ . Es bedürfte eines semiotischen Wunders, um z.B. die Materialität einer Zeichnung eines nicht-abgeschlossenen topologischen Raumes (1.3) in einen nicht-abgeschlossenen topologischen Raum (3.1) zu verwandeln. Wer so argumentiert, vergißt, daß die semiotischen Kategorien per definitionem qualitativ und nicht quantitativ sind (sie wurden tatsächlich erst durch Bense [1981, S. 17 ff.] auf Quantitäten reduziert) und allein deswegen den Rahmen der auf der aristotelischen Logik beruhenden quantitativen Mathematik überschreiten.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Monadische, dyadische und triadische semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Präsentationsstufen und ontische Invarianten

1. Das in Toth (2014) eingeführte Modell ontischer Präsentationsstufen geht lediglich von zwei definitorischen Voraussetzungen aus:

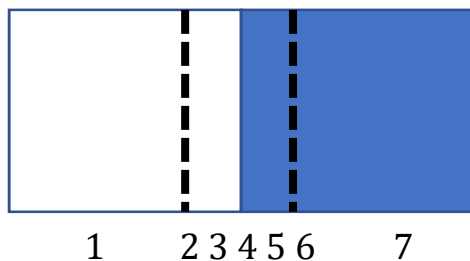
1.1. der Definition eines abstrakten Systems durch Selbsteinbettung

$$S^* = [S, U],$$

d.h. es gibt einen Rand  $R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset$ .

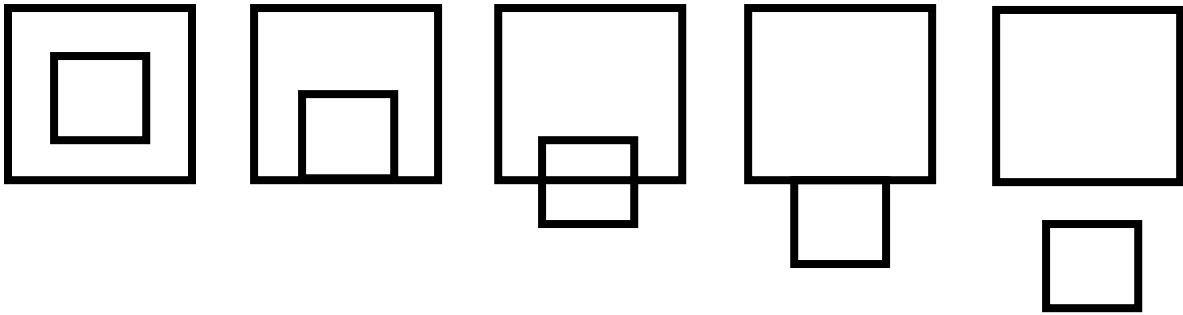
1.2. Es gelten die drei Lagerrelationen gerichteter Objekte, d.h. Exessivität, Adessivität und Inessivität.

Damit ergeben sich, wie man leicht selbst nachprüft, genau 7 ontische Orte, an denen ein Objekt in dem folgenden Modell plaziert werden kann, in dem S blau eingefärbt und  $U[S]$  ungefärbt belassen ist.

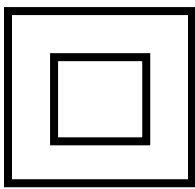


Während also ein Objekt, das sich in der Präsentationsstufe 1 befindet, umgebungsinessiv ist, ist ein Objekt, das sich in der Präsentationsstufe 7 befindet, systeminessiv. Unbestimmt sind die Positionen von Objekten in den Präsentationsstufen 3 und 5, die zwischen Rändern liegen, d.h. sie können exessiv, adessiv oder inessiv sein. Dagegen sind Objekte, die sich in den Präsentationsstufen 2, 4 und 6 befinden, transgressiv, d.h. sie gehören gleichzeitig zwei Präsentationsstufen an.

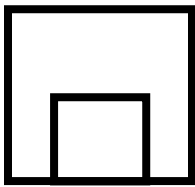
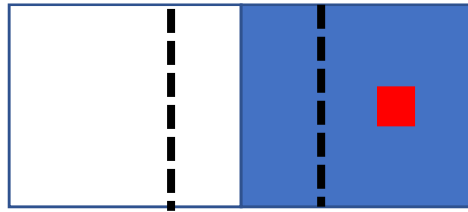
2. Dagegen geht die in Toth (2015a) eingeführte Ontotopologie von ontischen Invarianten aus, d.h. sie abstrahiert die Präsentationsstufen von den Lagerrelationen. Damit reduzieren sich die 7 Präsentationsstufen auf die folgenden 5 Relationen von Systemen und Teilsystemen.



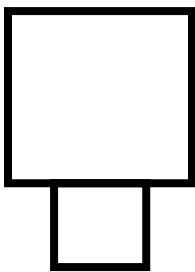
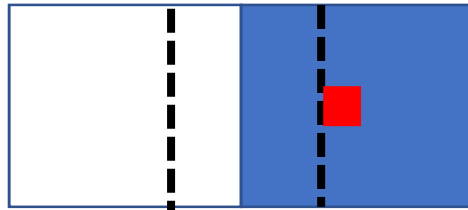
2.1. Wie man erkennt, gelten folgende Übereinstimmungen zwischen dem Modell der Präsentationsstufen und demjenigen der Ontotopologie



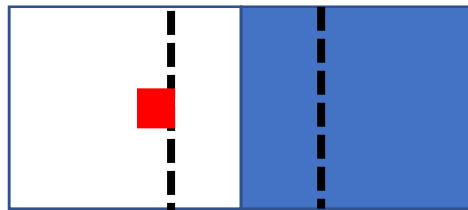
IIS

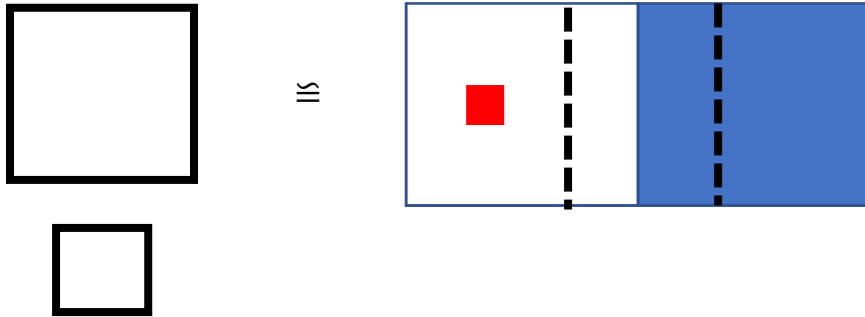


IIS

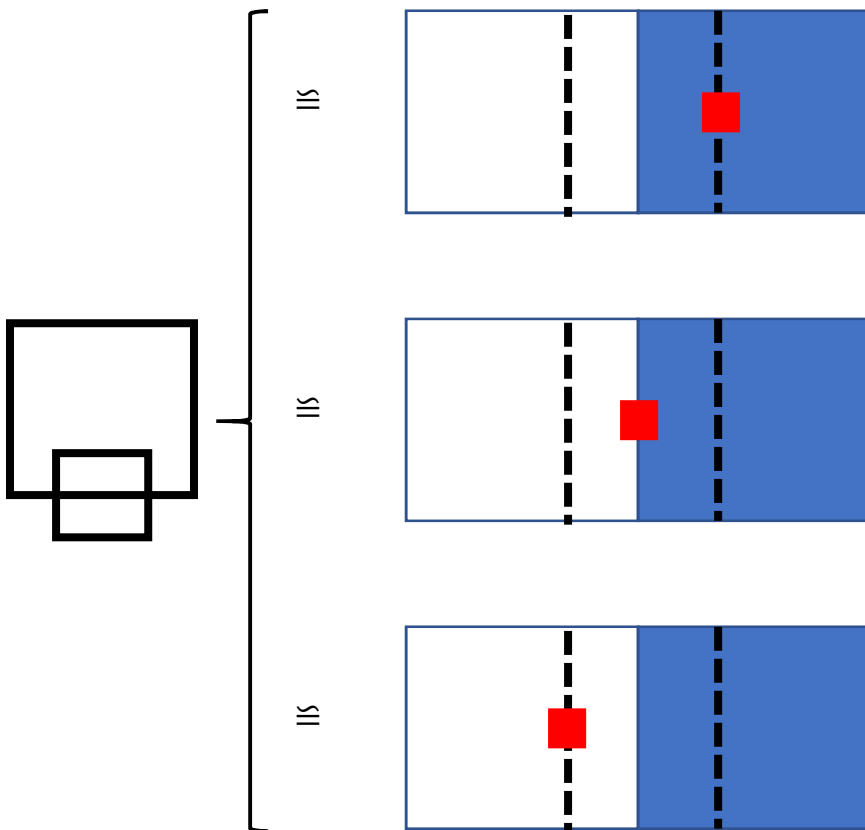


IIS





2.2. Was allerdings die transgressive ontische Invariante betrifft, so ist sie präsentationsstufig 3-deutig



Das bedeutet also, daß das Präsentationsstufenmodell zwar die ontischen Invarianten enthält, aber gleichzeitig allgemeiner ist, was die Theorie der semiotischen Grenzen und Ränder betrifft (vgl. zuletzt Toth 2015b).

## Literatur

Toth, Alfred, Ontische Nullstellen und Präsentationsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Eigenrealität und komplementäre Eigenrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

## Leere Ränder bei semiotischen Relationen

1. Nach dem von Walther (1982) entdeckten "determinantensymmetrischen Dualitätssystem", das übrigens in Bense (1992, S. 76) wiederabgedruckt ist,

Zkl		Rth	Rpw	
3.1	2.1	1.1	9	Mittel
3.1	2.1	1.2	10	
3.1	2.1	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	11	Objekt
3.2	2.2	1.2	12	
3.2	2.2	1.3	13	
3.1	2.3	1.3	13	Interpretant
3.2	2.3	1.3	14	
3.3	2.3	1.3	15	
3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

kann man den folgenden semiotische Satz aufstellen.

**SATZ:** Jede der zehn Zeichenklassen und Realitätsthematiken hängt in mindestens einem und maximal zwei Subzeichen mit der eigenrealen (mit ihrer Realitätsthematik dualidentischen) Zeichenklasse zusammen.

In Sonderheit folgt aus diesem Satz also das

**Lemma:** Paare von Zeichenklassen oder Realitätsthematiken, welche die eigenreale Zeichenklasse enthalten, sind zusammenhängend.

2. Damit liegt natürlich eine formale Begründung des peirceschen Synechismus vor, welcher, davon ausgehend, daß das "Universum der Zeichen" (Bense 1983) ein im modelltheoretischen Universum abgeschlossenes ist, d.h. in dem die drei Gesetze der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit gelten (vgl. Toth 2015a), weiterhin ein Universum ist, das weder "Inseln" noch "Lücken"



aufweist. Daß es sich Wahrheit nicht so verhält, kann man jedoch leicht beweisen.

Behauptung: Jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik hängt mit jeder anderen Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen zusammen.

Beweis ex negativo: Wir wollen den Sachverhalt, dass eine Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik A mit einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik B in c Subzeichen zusammenhängt, durch  $A/B = c$  ausdrücken. Seien A, B die Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken 1 ... 10 (wie sie aus der oben reproduzierten Tabelle abgelesen werden können), dann haben wir

$$1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0$$

$$2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0$$

$$3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1$$

$$4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0$$

$$5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1$$

$$6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2$$

$$7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0$$

$$8/9 = 2; 8/10 = 1$$

$$9/10 = 2$$

Schluß: Die folgenden Paare von Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken sind nicht-zusammenhängend: 1/7; 1/8; 1/9; 1/10; 2/8; 2/9; 2/10; 3/7; 4/9; 4/10; 6/7; 7/10. Q.e.d.

(Darüber hinaus zeigt natürlich die von uns entwickelte Ontik, daß das sog. Universum der Zeichen nicht nur nicht-zusammenhängend, sondern auch nicht modelltheoretisch abgeschlossen ist.)

3. Doch nicht nur zwischen Paaren von Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken, sondern sogar innerhalb der aus Zeichenklassen und Realitätsthematiken bestehenden semiotischen Dualsystemen gilt der soeben widerlegte Satz nicht. Der Beweis wird sehr ähnlich geführt.

Behauptung: Jede Zeichenklasse und ihre duale Realitätsthematik hängen in mindestens einem Subzeichen miteinander zusammen.

Beweis: Um dies ebenfalls ex negativo zu beweisen, muß man zur Menge der 10 semiotischen Dualsysteme ihre komplementäre Menge der 17 durch die die abstrakte Form von Zeichenklassen

$$\text{Zkl} = (3.x, 2.y, 1.z)$$

restringierende trichotomische Ordnung

$$x \cong y \cong z$$

ausgeschlossenen semiotischen Dualsysteme dazunehmen, d.h. von der Gesamtmenge der  $3^3 = 27$  semiotischen Dualsysteme ausgehen. In der komplementären Menge der 17 semiotischen Dualsysteme gibt es, wie bereits in Toth (2015b) gezeigt, genau zwei semiotische Dualsysteme

Dualsystem VIII

$$(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

Dualsystem XII

$$(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3),$$

für die gilt  $\text{Zkl} \cap \text{Rth} = \emptyset$ . Q.e.d.

Damit ist nicht nur die Teilmenge der 10 semiotischen Relationen weder modelltheoretisch abgeschlossen noch topologisch zusammenhängend, sondern beide Bedingungen werden auch durch die Gesamtmenge der 27 semiotischen Relationen nicht erfüllt.

## Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Modelltheoretische Universen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Monadische, dyadische und triadische semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

## Zur Kritik der Polykontextualitätstheorie

1. Die von Gotthard Günther inaugurierte Polykontextualitätstheorie (vgl. Günther 1986-80, 1991) geht davon aus, daß in der 2-wertigen aristotelischen Dichotomie

$L = [\text{Position, Negation}]$

die Position P das logische Objekt  $\Omega$  und die Negation N das logische Subjekt  $\Sigma$  vertritt. Was allerdings unter "Vertretung" gemeint ist, ist völlig unklar, denn weder präsentiert noch repräsentiert P das  $\Omega$ , noch präsentiert oder repräsentiert N das  $\Sigma$ . Nach der Zeichendefinition Benses (1967, S. 9) gibt es jedoch eine L isomorphe Dichotomie

$M = [\text{Präsentation, Repräsentation}]$ ,

und somit sind L und M inkompatibel, denn logische Werte sind offenbar weder Zeichen noch Objekte, sondern etwas Drittes, welche durch das für L gültige logische Gesetz des Tertium non datur gerade ausgeschlossen wird.

2. L gilt nicht nur innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik, sondern auch innerhalb der n-wertigen Günther-Logik, allerdings verdankt sich der Zuwachs an Wertigkeit von n ausschließlich der mit der Negation identifizierten Subjektposition, d.h. es ist

$L^n = [\text{Position, } N^1, \dots, N^{n-1}]$ ,

während dem Objekt die Iterationsfähigkeit abgesprochen wird, obwohl das Objekt ortsfunktional und damit kontextabhängig ist und ferner sowohl L als auch  $L^n$  subjektunktional sind und daher das Objekt aus beiden Gründen gar nicht existieren kann, ohne daß das Subjekt bereits vorgegeben ist. Daraus folgt, daß in der polykontexturalen Logik nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objektposition iteriert werden müßte, d.h. wir bekämen

$L^{m,n} = [P^1, \dots, P^m, N^1, \dots, N^n]$ .

3. Zwar stellt die polykontexturale gegenüber der monokontexturalen Logik insofern einen bedeutenden Fortschritt dar, als daß sowohl logische Folgen als auch die ihnen isomorphen qualitativen Zahlenfolgen (vgl. Kronthaler 1986)

über verschiedene Kontexturen, d.h. also in Subjektabhängigkeit, vermittelbar sind, aber diese Vermittelbarkeit ist trotz Kronthalers Unterscheidung zwischen Intra- und Transoperatoren nur zwischen, nicht aber innerhalb der Kontexturen möglich, denn für jedes der  $(n-1)$  Subjekte, welche eine  $n$ -wertige Logik benötigt, gilt weiterhin die klassische, 2-wertige, monokontexturale aristotelische Logik. Wie eine arithmetische Vermittlung innerhalb von  $L^n$  ( $n \geq 2$ ) aussehen könnte, wurde in Toth (2015) demonstriert. Gehen wir aus von

$$L^n = [P, N],$$

dann ergibt sich ein nicht-leerer Rand der beiden Formen

$$R[P, N] \neq R[N, P] \neq \emptyset,$$

d.h.  $R[P, N]$  und  $R[N, P]$  stellen, obwohl sie keinen neuen logischen Wert neben  $P$  und  $N$  einführen, logisch gesehen ein Drittes dar, welches zwischen  $P$  und  $N$  und also nicht wie die Transjunktionen und Transoperatoren zwischen den  $L^n$  vermittelt. Man kann nun diese Operation der Randbildung theoretisch ad infinitum weitertreiben. Auf der nächsten Stufe erhält man

$$R[P, R[P, N]], R[N, R[N, P]], \text{ usw.}$$

Günther selbst hatte ja die erkenntnistheoretische Dichotomie

$$E^2 = [\Omega, \Sigma]$$

durch die Quadrupel-Relation

$$E^2 = (\Omega\Omega, \Sigma\Omega, \Omega\Sigma, \Sigma\Sigma)$$

ersetzt, und diese kartesische Produktbildung geschieht ja innerhalb und nicht zwischen den Kontexturen, da nach Günthers eigener Voraussetzung die Objektposition für die Position und die Subjektposition für die Negation steht. Argumentiert man nämlich so, wie dies in der aristotelischen und auch in der Günther-Logik üblich ist, daß Objekt und Subjekt zwei verschiedenen Kontexturen angehören, dann ist eine Monokontextur identisch mit einer Bikonkontextur, und die Kontexturgrenze verläuft innerhalb jeder Kontextur und nicht mehr zwischen ihnen, d.h. es gibt dann genau zwei monokontexturale Logiken, die eine, die nur den Wert  $P$  und die andere, nur nur den Wert  $N$  ent-

hält, d.h. beide sind logisch nicht 2-, sondern 1-wertig und damit im Widerspruch zur Definition von L überhaupt keine Logiken mehr.

4. Das größte Problem der Polykontextualitätstheorie greift jedoch auf das in Kap.1 bereits angesprochene Problem der Identifikationen

$$P \equiv \Omega$$

$$N \equiv \Sigma$$

zurück, denn da P das  $\Omega$  weder präsentiert noch repräsentiert und dasselbe für N und  $\Sigma$  gilt, bleiben die realen, d.h. ontischen Objekte und Subjekte außerhalb jeder Logik  $L^n$  ( $n \geq 2$ ), d.h. man kann beispielsweise eine Semiotik konstruieren, für die gilt

$\Sigma\Sigma$	(.3.)	Interpretantenbezug	logisches Subjekt
$\Omega\Omega$	(.2.)	Objektbezug	logisches Objekt
$\Omega\Sigma$	(.1.)	Mittelbezug	?
$\Sigma\Omega$	(.0.)	Zeichenträger	?,

aber trotz der Qualität und Ontizität des Zeichenträgers muß dieser nicht realer Zeil des bezeichneten Objektes  $\Omega$  sein, ferner korrespondiert die semiotische Repräsentation des Zeichenträgers, der Mittelbezug, mit überhaupt keiner logischen Funktion, und zu guter Letzt handelt es sich in der Semiotik um Relationen von Objekten und Subjekten und in der Logik um die – immer noch undefinierte – "Vertretung" von Objekten und Subjekten und also in beiden Fällen weder um die Objekte selbst, noch um die Subjekte selbst, die somit außerhalb der Quadrupelrelation fallen. Führt man das Zeichen "|" für Kontexturgrenze ein, so bekommen wir jetzt bereits für die klassische aristotelische Logik

$$L^2 = [[P | N] | [\Omega | \Sigma]],$$

d.h. wegen der Vermittlung zwischen Objekt und Subjekt durch objektives Subjekt und subjektives Objekt 1. eine Kontexturgrenze innerhalb der angeblichen Monokontextur [P, N], 2. eine Kontexturgrenze zwischen der Dichotomie

von  $[P, N]$  einerseits und derjenigen von  $[\Omega, \Sigma]$  andererseits, und 3. eine Kontexturgrenze innerhalb der weiteren angeblichen Monokontextur  $[\Omega, \Sigma]$ . Kurz gesagt, ist also bereits die nicht-polykontexturale aristotelische Logik ein Gebilde, das über 3 Kontexturgrenzen bei zwei Werten in funktionaler Abhängigkeit von ontischem Objekt und ontischem Subjekt verfügen muss. Wohl verstanden: Bei nur einem einzigen Objekt und einem einzigen Subjekt, d.h. es handelt sich hier in klassischer logischer Tradition selbstverständlich um das Ich-Subjekt, das keine Unterscheidung irgendwelcher deiktischer Differenzen zuläßt, also weder Du- noch Er-Subjekte zu vertreten im Stande ist. Ähnliches gilt wegen seiner Ortsfunktionalität für  $\Omega$ : Jedes Objekt muß an einem bestimmten Ort sein. Wird es verschoben, ändern sich die Umgebung des Objektes und damit das ganze System, das sowohl das Objekt als auch dessen Umgebung enthält – und damit in Sonderheit das Objekt selbst.

## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Metaobjektivation als kontextuelle Transgression

1. Nach Bense/Walther (1973, S. 137) bedarf jedes Zeichen eines Zeichenträgers, dieser ist material und daher ontisch und gehört somit der Welt der Objekte und nicht der Welt des Bewußtseins an. Dagegen vermittelt gemäß Bense (1975, S. 16) das Zeichen zwischen den beiden Welten der Objekte und des Bewußtseins und damit zwischen Objekt und Subjekt. Wir müssen daher von einer 3-stelligen Relation

$$Z = [\Omega, Z, \Sigma]$$

ausgehen, die der aristotelischen 2-wertigen Logik widerspricht, da Z als Tertium datur relativ zu

$$Z^* = [Z, \Omega] \cong L = [P, N]$$

bzw.

$$\Omega^* = [\Omega, Z] \cong L = [P, N]$$

fungiert. Man kann somit das Zeichen als den Rand von Objekt und Subjekt in der Form

$$Z = R[\Omega, \Sigma]$$

bzw.

$$Z = R[\Sigma, \Omega]$$

definieren.

2. Wird ein Zeichen, aufgefaßt als Metaobjekt (vgl. Bense 1967, S. 9), auf ein Objekt abgebildet

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

so geschieht dieser willentliche Vorgang durch ein Subjekt, d.h.  $\Omega$  ist ein subjektives Objekt, da es erstens durch ein Subjekt wahrgenommen und zweitens durch ein Subjekt selektiert ist, so daß wir also präziser

$$\mu: \Sigma\Omega \rightarrow Z$$



haben. Nun ist aber  $\Sigma\Omega$ , genauso wie seine duale Relation  $\Omega\Sigma$ , einer der beiden möglichen Ränder in der ebenfalls zu isomorphen Dichotomie

$$E = [\Omega, \Sigma],$$

d.h. es ist

$$R[\Omega, \Sigma] = \Omega\Sigma$$

$$R[\Sigma, \Omega] = \Sigma\Omega.$$

Gemäß Voraussetzung bekommen wir also das paradoxe Ergebnis

$$\Sigma = Z = R[\Omega, \Sigma]$$

$$\Sigma = Z = R[\Sigma, \Omega],$$

d.h. das Zeichen vertritt gleichzeitig in E die mit N in L isomorphe Position der negativen Subjektivität und bildet den Rand zwischen Objekt und Subjekt bzw. Subjekt und Objekt. Den Rand kann es allerdings nur dann bilden, wenn der Zeichenträger, die einzige ontische Entität des Zeichens, welche dieses sozusagen in der Welt der Objekte verankert, in die Zeichenrelation eingebettet wird (vgl. Toth 2015). Die reine Zeichenrelation  $Z = [O, M, I]$  hingegen, in der O nicht nur das logische Objekt vertritt, sondern auch das ontische Objekt repräsentiert und in der I nicht nur das logische Subjekt vertritt, sondern auch das ontische Subjekt repräsentiert, ist frei von Materialität und ist damit durch eine kontextuelle Grenze nicht nur von seinem bezeichneten Objekt, sondern auch von seinem Zeichenträger getrennt.

## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontextualitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern

1. Grenzen wurden bereits in Toth (2013) als Teilmengen von Rändern definiert, d.h. es ist für  $L = [0, 1]$

$$G \subseteq R[0, 1].$$

Da nach Toth (2015a) jede 2-elementige Menge von Zahlen  $P = (1, 2)$  auf 12 ortsfunktionale Zahlfelder abgebildet werden kann, ergibt sich gegenüber früheren systemtheoretischen Ansätzen eine ungleiche größere Komplexität von Rändern und damit auch von Grenzen.

### 2.1. Nicht-objektabhängige Zahlfelder

$$[0, 1] = \quad [1, 0] =$$

$$0 \quad 1 \quad \quad 1 \quad 0$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]]$$

$$[[0, 1]] = \quad [[1, 0]]$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$0 \quad 1 \quad \quad 1 \quad 0$$

$$R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]$$

$$[[0], [1]] = \quad [[1], [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \quad \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[1, 0] = [[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[[0], [1]]] = \quad \quad \quad [[[1], [0]]] =$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \quad \quad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, 1] = [[[[0], [1]]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[1, 0] = [[[[1], [0]]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

## 2.2. Objektabhängige Zahlfelder

$$[[0], 1] = \quad \quad \quad [[1], 0] =$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$$

$$[0, [1]] = \quad \quad \quad [1, [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]]$$

Man beachte, daß hier echte Multisets (vgl. Toth 2015b) vorliegen, da die scheinbar doppelt aufgeführten Teilränder einander nicht-gleich sind.

## Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit und Ortsfunktionalität von Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Multiset-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

## Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen

1. Während die von Bense eingeführte Primzeichen-Relation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

die ersten drei positiven Primzahlen – die 1 mit eingeschlossen – verwendet und diese damit vorteilhafterweise als Zahlwerte mit den Stelligkeiten der drei peirceschen Universalkategorien des erstheitlichen M, des zweitheitlichen O und des drittheitlichen I koinzidieren, ist eine solche Koinzidenz bei der in Toth (2015) präsentierten alternativen Primzeichen-Relation, die auf einen Vorschlag Kronthalers (2015) zurückgeht, auch negative (und damit die ganzen) Zahlen als Anwärter für Primzeichen zuzulassen

$$P_2 = (-1, 1, 2),$$

zwar aufgehoben, aber dafür ergibt sich ein nicht zu unterschätzender Vorteil dadurch, daß sich in den numerisch-kategorialen Korrespondenzen

$$M = -1$$

$$O = 1$$

$$I = 2$$

nun ein Zusammenhang zwischen Mittel- und Objektbezug ergibt.

2. In der peirce-benseschen Zeichenrelation  $Z = (M, O, I)$  repräsentieren sowohl M als auch O die logische Objektposition, während I die logische Subjektposition repräsentiert, d.h. man kann Z als eine Vermittlungsrelation einer mit der logischen Basisdichotomie  $L = (0, 1)$  isomorphen semiotischen Basisdichotomie  $\Omega^* = (\Omega, Z)$  betrachten. Da M zwischen  $\Omega$  und Z vermittelt, müßte man also Z besser in der kategorialen Ordnung  $Z = (O, M, I)$  notieren, also derjenigen, die Bense selbst für die kommunikationstheoretische Definition der Zeichenrelation verwendet hatte (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.). Nur handelt es sich bei M nicht um das Mittel als Objekt, sondern als Relation, d.h. nicht um ein Mittel, sondern um einen Mittelbezug. Für  $\Omega^*$  bekommen wir daher  $\Omega^* = (\Omega, O^\circ, Z)$ , darin  $O^\circ$  das von Bense eingeführte vorthetische Objekt ist: "Das zum Mittel

M (einer Zeichenrelation) disponible (vorthetische) Objekt ( $O^\circ$ ) kann als 0-stellige, vor-semiotische Relation mit der Relationszahl 0 aufgefaßt werden" (1975, S. 44). Damit stellt Bense also selbst vermöge der Abbildung

$$\mu: O^\circ \rightarrow M,$$

welche die Grenzen des "ontischen" sowie des "semiotischen Raumes" (vgl. Bense 1975, S. 65) transgrediert, den Zusammenhang her, welcher die logische Objektposition nicht nur von  $O$ , sondern auch von  $M$  in  $Z$  herstellt. Für  $Z$  ergibt sich damit jedoch die logisch problematische Situation einer Relation mit zwei logischen Objektpositionen, aber nur einer Subjektposition, denn  $M$  stellt ja vermöge der Abbildung  $\mu$  keinen nicht-leeren Rand zwischen  $O$  und  $I$ , sondern zwischen  $O^\circ$  und  $O$  dar, d.h. wir müßten von einer ontisch-semiotischen und also selbst transgressiven Relation

$$R = (O^\circ, M, O)$$

ausgehen, die man nun mit Hilfe der kronthalerschen Primzeichenrelation durch

$$R = (-1, 1, 2)$$

und damit durch  $P_2$  und nicht durch  $P_1$  numerisch ausdrücken müßte. Zur Differenz von -1 und 1 für  $O^\circ$  und  $M$  einerseits und dem von  $\pm 1$  verschiedenen Wert 2 für  $O$  beachte man auch, daß nur bei einer sehr eingeschränkten Klasse von Zeichen das Referenzobjekt von  $Z$  mit dem Objekt, aus dem  $O^\circ$  seleigiert wird, koinzidiert, nämlich lediglich bei natürlichen Zeichen, Spuren, Resten, Anzeichen usw. In Sonderheit ist ja für künstliche Objekte die Wahl des Zeichenträgers – und damit von  $O^\circ$  – ebenfalls arbiträr (und also nicht nur die Abbildung zwischen  $\Omega$  und  $Z$  in  $\Omega^*$ ), d.h. ob ich ein Taschentuch verknote oder irgendein anderes geeignetes Objekt nehme und es zum Zeichen für irgendein anderes Objekt oder Ereignis erkläre, ist vollkommen belanglos, d.h. obwohl  $M$  und  $O$  beide die logische Objektposition in  $Z$  vertreten, so sind ihre Referenzobjekte in den meisten Fällen verschieden.

## Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

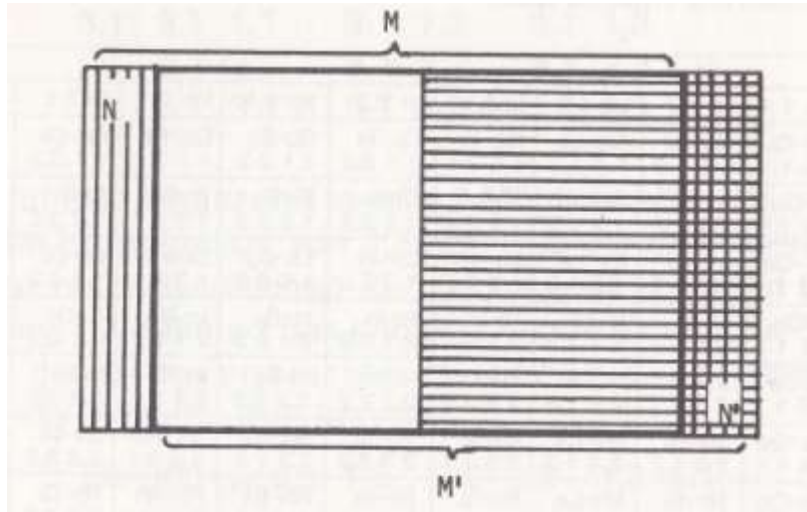
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Brief an den Vf. (23.4.2015)

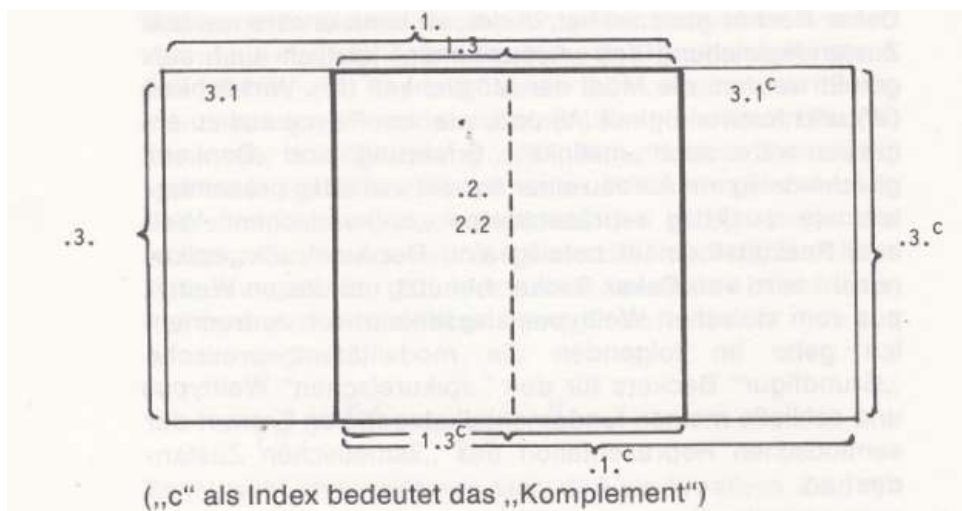
Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2015

## Semiotische, ontische und mathematische Vermittlungsräume

1. Bekanntlich hatte Bense (1979, S. 102) die "modalitätentheoretische Grundfigur des epikuräischen Welttypus" seines Lehrers Oskar Becker mit Hilfe des folgenden logischen Vermittlungsraumes, der allerdings lediglich die Kategorien der Möglichkeit (M) und der Notwendigkeit (N) verwendet, dargestellt.



Eine semiotische vollständige Repräsentation dieser Grundfigur gab Bense allerdings gleich anschließend, indem er den dem logischen epikuräischen Welttypus korrespondierenden ästhetischen Zustand mit Hilfe der eigenrealen, d.h. dualidentischen Zeichenklasse darstellte (Bense 1979, S. 103).





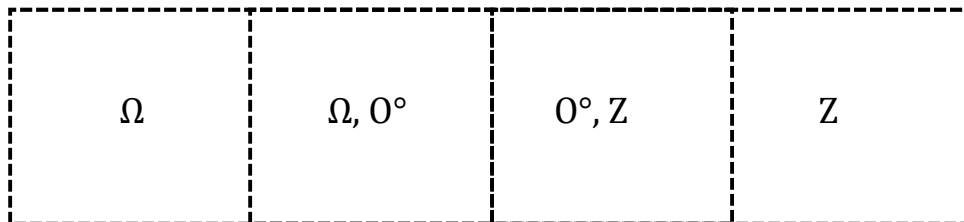
2. Bemerkenswerterweise benutzt also Bense das der eigenreale Zeichenklasse eigene Strukturmerkmal der Binnensymmetrie

$$\text{Zkl} = (3.1 \ 2.\times.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.\times.2 \ 1.3)$$

dazu, einen semiotischen Raum zu kreieren, dessen drei Teilräume paarweise vermittelt sind, d.h. der Gesamtraum ebenso wie dessen Teilräume sind isomorph zu dem in Toth (2015a) für die Erkenntnisrelation

$$E = (\Omega, O^\circ, Z)$$

vorgeschlagenen Erkenntnisraum,



darin  $\Omega$  den Raum der ontischen Objekte,  $O^\circ$  dem Raum der von Bense (1975, S. 44, 45 ff., 65 ff.) eingeführten "vorthetischen" bzw. "disponiblen" Objekte, und  $Z$  dem semiotischen Raum darstellt. Genauso wie im Falle des logischen Raumes des epikuräischen Welttypus und des ihm zugeordneten semiotischen Raumes des ästhetischen Zustandes gibt es also paarweise konverse nicht-leere Ränder, die in E durch die Randrelation

$$R = [[\Omega, O^\circ], [O^\circ, Z]]$$

definierbar ist. Somit folgt

$$[[\Omega, O^\circ], [O^\circ, Z]] \cong [3.1 \ 2.\times.2 \ 1.3].$$

3. Nun hatten wir in Toth (2015b) gezeigt, daß bereits eine 2-elementige Menge die vier ortsfunktionalen Zahlenstrukturen aufweist

$$T_1 = [0, [1]] \quad T_2 = T_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$T_3 = [[0], 1] \quad T_4 = T_1^{-1} = [1, [0]].$$

Da die Ränder Paare von 2-elementigen Mengen sind, kann man also aufgrund der semiotischen und ontischen Vermittlungsräume einen mathematischen

Vermittlungsraum konstruieren, indem man die Menge der Ränder in der Menge  $M = [T_1, \dots, T_4]$  bestimmt (vgl. Toth 2015c). Man erhält

$$[[0], 1] = \quad \quad \quad [[1], 0] =$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$$

$$[0, [1]] = \quad \quad \quad [1, [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]]$$

Man beachte, daß hier echte Multisets (vgl. Toth 2015d) vorliegen, da die scheinbar doppelt aufgeführten Teilränder einander nicht-gleich sind.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Multiset-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

## Der leere Rand zwischen einem Objekt und seiner Reflexion

1. In Wittgensteins "Tractatus" (vgl. Wittgenstein 1980) findet sich im Paragraphen 5.513 die bemerkenswerte Feststellung: "Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt".

2. Ontisch gesehen liegt Wittgensteins korrekte Feststellung daran, daß die Werte 0 und 1 in der logischen Basisdichotomie  $L = [0, 1]$  unvermittelt sind, da das logische Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten die Existenz eines Wertes 2 mit  $L' = [0, 2, 1]$  verbietet. In einer 3-wertigen Logik der Form  $L'$  gälte also

$$2 = R[0, 1] = R[1, 0],$$

d.h. trotz eines nun nicht mehr leeren Randes blieben die beiden Elemente 0 und 1 der Dichotomie  $L$  austauschbar, d.h. es wäre

$$L' = [0, 2, 1] = [1, 2, 0],$$

und somit ändert sich abgesehen von der Nicht-Leerheit des Randes durch die Abbildung  $l: L \rightarrow L'$  überhaupt nichts, denn sowohl in  $L$  als auch in  $L'$  kann man eine Logik sowohl auf der Position 0 als auch auf der Negation 1 aufbauen, und die beiden daraus resultierenden Logik werden einander isomorph sein.

3. Einführung von Werten, d.h. von Substanz, nützt also nichts, um zu verhindern, daß sich ein Objekt und seine Reflexion nicht mehr austauschen lassen, d.h. daß ein erkenntnistheoretischer Unterschied zwischen einem Objekt und seinem Spiegelbild auf logischer Ebene existiert, der doch auf ontischer Ebene realiter vorhanden ist. Die zahlreichen literarischen und bildnerischen Darstellungen des Aus-dem-Spiegel-Tretens legen davon Zeugnis ab: " 'Laß mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muß ich denn fort von dir? – Muß ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreißen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf

seinem Munde, als er dies gesprochen, dann ließ sie ihn los und streckte sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Giuliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand” (E.T.A. Hoffmann, Die Abenteuer der Silvesternacht).

Hingegen kann man, wie dies in Toth (2014) vorgeschlagen wurde, einen nicht-substantiellen, sondern differentiellen Einbettungsoperator E als Abbildung der Form

$$E: x \rightarrow [x]$$

mit  $x \in \{0, 1\}$  definieren. Dadurch wird  $L = [0, 1]$  auf 12 mögliche ortsfunktionale Zahlfelder abgebildet (vgl. Toth 2015a)

0	1	∅	∅	∅	1	1	∅	0	∅	∅	0
∅	∅	0	1	0	∅	∅	0	1	∅	∅	1
1	0	∅	∅	∅	0	0	∅	1	∅	∅	1
∅	∅	1	0	1	∅	∅	1	0	∅	∅	0,

dessen Ränder nun nicht nur nicht-leer sind, sondern erkenntnistheoretisch geschiedene ontische Loci thematisieren (vgl. Toth 2015b)

$$[0, 1] = \quad [1, 0] =$$

0	1	1	0
∅	∅	∅	∅

$$R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]]$$

$$[[0, 1]] = \quad \quad \quad [[1, 0]]$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$0 \quad 1 \quad \quad \quad 1 \quad 0$$

$$R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]$$

$$[[0], [1]] = \quad \quad \quad [[1], [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \quad \quad \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[1, 0] = [[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[[0], [1]]] = \quad \quad \quad [[[1], [0]]] =$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \quad \quad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[[0], [1]] = [[[[0], [1]]], [[0], [\emptyset]], [[[\emptyset], [\emptyset]]], [[[\emptyset], [1]]]]$$

$$R[[1], [0]] = [[[[1], [0]]], [[[\emptyset], [0]], [[[\emptyset], [\emptyset]]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[0], 1] = \quad \quad \quad [[1], 0] =$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$$

$$\begin{array}{cc}
 [0, [1]] = & [1, [0]] = \\
 0 & \emptyset & 1 & \emptyset \\
 \emptyset & 1 & \emptyset & 0
 \end{array}$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]].$$

In einer Logik, in der vermöge E die Ortsfunktionalität der beiden Werte 0 und 1 in  $L = [0, 1]$  gilt, die jedoch in verschiedenen Einbettungsstufen auftreten, stellt also die klassische aristotelische Logik nur vermöge der juxtaponierten Wert-Strukturen eine Teillogik dar. Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik, die mehrwertig ist, bleibt eine solche ortsfunktionale Logik jedoch 2-wertig, und ein differentielles statt eines substantiellen Tertiums wird durch das Gesetz des Tertium non datur ja nicht ausgeschlossen. Das bedeutet also, daß in einer solchen Logik, in der die Operatoren nicht über 2 juxtaponierten, sondern über 12 juxtaponierten und nicht-juxtaponierten ontischen Werten operieren, Wittgensteins Feststellung lediglich einen trivialen Sonderfall darstellt, allerdings einen, welcher der ontischen Situation, daß ein Objekt, das gespiegelt wird, nie mit seinem Spiegelbild identisch sein kann und daß es somit auch keine Austauschrelationen à la Giulietta geben kann, widerspricht. Eine solche Logik beschreibt also keineswegs die Welt, geschweige denn ist sie mit ihr identisch, wie dies Wittgenstein verschiedentlich behauptet, sondern eine solche Logik ist eine Kontradiktion der Ontik, und sie beschreibt nichts weniger als die Welt der Objekte und der mit ihr isomorphen Zeichen.

## Literatur

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Grenzen und Rändern in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980  
(original 1918)



## Logischer und ontischer Ort

1. In Wittgensteins "Tractatus" (vgl. Wittgenstein 1980) liest man:

3.4. Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum. Die Existenz dieses logischen Ortes ist durch die Existenz der Bestandteile allein verbürgt, durch die Existenz des sinnvollen Satzes.

Danach gibt es also keinen vorgegebenen logischen Ort, auf den die Werte der logischen Basisdichotomie  $L = [0, 1]$  abgebildet werden. Dies ist durchaus korrekt, denn es ist ja  $L = [0, 1] = [1, 0]$ . Am besten hatte diesen Sachverhalt bereits Günther formuliert: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (2000, S. 230 f.). In Sonderheit bedeutet dies, daß  $L$  auf keinen Fall als Abbildung der Form

$$f: [0, 1] \rightarrow [\emptyset, \emptyset]$$

darstellbar ist, darin  $\emptyset$  eine Leerstelle markiert, die mit 0 oder mit 1 belegbar ist.

2. Dennoch ist es, wie in Toth (2015a) gezeigt, möglich, die 2-wertige aristotelische Logik durch Einführung eines Einbettungsoperators  $E$

$$E: x \rightarrow [x]$$

mit  $x \in L$

auf ein System von 12 Zahlfeldern abzubilden, in denen die Werte von  $L$  somit 12 verschiedene ontische Orte einnehmen.

$$\begin{array}{cc} [0, 1] = & [1, 0] = \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]]$$

$$[[0, 1]] = \quad \quad \quad [[1, 0]]$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$0 \quad 1 \quad \quad \quad 1 \quad 0$$

$$R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]$$

$$[[0], [1]] = \quad \quad \quad [[1], [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \quad \quad \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]]$$

$$R[1, 0] = [[[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]]$$

$$[[[0], [1]]] = \quad \quad \quad [[[1], [0]]] =$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \quad \quad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, 1] = [[[[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]]]$$

$$R[1, 0] = [[[[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]]]$$

$$[[[0], 1]] = \quad \quad \quad [[1], 0] =$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$$

$$\begin{array}{cc}
[0, [1]] = & [1, [0]] = \\
0 & \emptyset & 1 & \emptyset \\
\emptyset & 1 & \emptyset & 0
\end{array}$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]].$$

Wie man erkennt, verletzt eine solche Logik, die durch  $L^* = [L, E]$  darstellbar ist, die 2-wertige Logik nicht, da E als nicht-substantielles, sondern differentielles "Tertium" wirkt. Die bemerkenswerteste Tatsache besteht aber darin, daß in diesem für eine 2-elementige Menge wie  $L = [0, 1]$  minimalen System von 12 Zahlfeldern die Größe des Zahlfeldes variabel ist. Während in der polykontexturalen Logik in einer Kontextur der Länge 2 die beiden Proto-, Deutero- und Tritozahlen  $[0, 1]$ ,  $[1, 0]$  und  $[0, 0] = [1, 1]$  darstellbar sind, also nur 2 ontische Orte benötigen, benötigen sie in  $L^*$  4 ontische Orte, aber sie können auch auf Zahlfelder mit mehr ontischen Orten abgebildet werden, denn sobald eine Leerstelle  $\emptyset$  mit 0 oder 1 belegt wird, wird nicht nur  $\emptyset \rightarrow 0$  oder  $\emptyset \rightarrow 1$  abgebildet, sondern der Raum erweitert sich gleichzeitig, d.h. es besteht ein Zusammenspiel zwischen Kontraktion und Distraction der Menge ontischer Orte bei jeder Abbildung, und zwar im Gegensatz zur polykontexturalen Logik unabhängig davon, ob L durch Rejektionswerte erweitert wird, wie z.B. bei

$$\begin{array}{ccc}
& & 0 & \emptyset & 2 \\
0 & 2 & \rightarrow & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
\emptyset & 1 & & \emptyset & \emptyset & 1,
\end{array}$$

oder ob keine Rejektionswerte auftreten, denn gemäß dem in Toth (2015b) formulierten Satz, daß nicht nur kein Zeichen, sondern vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie auch kein Objekt allein auftreten kann, gilt z.B. auch

$$\begin{array}{ccc}
& & 0 & \emptyset & \emptyset \\
0 & \emptyset & \rightarrow & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
\emptyset & 1 & & \emptyset & \emptyset & 1.
\end{array}$$

Damit korrespondiert die ontisch überprüfbare Tatsache, daß es in einem 3-dimensionalen Raum immer eine Möglichkeit gibt, ein weiteres Objekt vor, hinter, über oder neben einem Objekt (bzw. zwischen zwei Objekten) zu platzieren.

### **Literatur**

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Leerstellen bei nicht-leeren Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

## Die chiasmatischen Relationen ontischer Orte von Zahlen

1. Wie in Toth (2015a) gezeigt, ist es möglich, die 2-wertige aristotelische Logik durch Einführung eines Einbettungsoperators E

$$E: \quad x \rightarrow [x]$$

mit  $x \in (L = [0, 1])$

auf ein System von 12 Zahlfeldern abzubilden, in denen die Werte von L somit 12 verschiedene ontische Orte einnehmen.

2. Im folgenden zeigen wir, daß die in Toth (2015b) bestimmten vier Ränder für jedes der 12 Zahlfelder chiasmatische Relationen bilden. Diese bestimmen somit die ontischen Orte von Zahlen wie umgekehrte die ontischen Orte von Zahlen die chiasmatischen Relationen bestimmen.

2.1.

$$\begin{array}{cc}
 [0, 1] = & [1, 0] = \\
 0 \quad 1 & 1 \quad 0 \\
 \emptyset \quad \emptyset & \emptyset \quad \emptyset \\
 \\ 
 R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]] & \\
 R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]] & \\
 [0, 1], [0, \emptyset] & [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1] \\
 \times & \times \\
 [\emptyset, 0], [1, 0] & [1, \emptyset], [\emptyset, \emptyset]
 \end{array}$$

2.2.

$$\begin{array}{cc}
 [[0, 1]] = & [[1, 0]] \\
 \emptyset \quad \emptyset & \emptyset \quad \emptyset \\
 0 \quad 1 & 1 \quad 0
 \end{array}$$

$$R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]$$

$$[[0, 1]], [[0, \emptyset]] \qquad [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]$$

× ×

$$[[\emptyset, 0]], [[1, 0]] \qquad [[1, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]]$$

2.3.

$$[[0], [1]] = \qquad [[1], [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \qquad 1 \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \qquad 0 \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[1, 0] = [[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[0], [1]], [[0], [\emptyset]] \qquad [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]$$

× ×

$$[[\emptyset], [0]], [[1], [0]] \qquad [[1], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]]$$

2.4.

$$[[[0], [1]]] = \qquad [[[1], [0]]] =$$

$$\emptyset \quad 0 \qquad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 1 \qquad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, 1] = [[[[0], [1]]], [[[0], [\emptyset]]], [[[\emptyset], [\emptyset]]], [[[\emptyset], [1]]]]$$

$$R[1, 0] = [[[[1], [0]]], [[[\emptyset], [0]]], [[[\emptyset], [\emptyset]]], [[[1], [\emptyset]]]]$$

$$[[[0], [1]]], [[[0], [\emptyset]]] \qquad [[[\emptyset], [\emptyset]]], [[[\emptyset], [1]]]$$

× ×

$[[[\emptyset], [0]]], [[[1], [0]]]$                        $[[[1], [\emptyset]]], [[[\emptyset], [\emptyset]]]$

2.5.

$[[0], 1] =$                        $[[1], 0] =$

$\emptyset \quad 1$                        $\emptyset \quad 0$

$0 \quad \emptyset$                        $1 \quad \emptyset$

$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$

$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$

$[\emptyset, 1], [\emptyset, 0]$                        $[0, \emptyset], [\emptyset, 1]$

$\times$                        $\times$

$[\emptyset, 0], [\emptyset, 1]$                        $[1, \emptyset], [\emptyset, 0]$

2.6.

$[0, [1]] =$                        $[1, [0]] =$

$0 \quad \emptyset$                        $1 \quad \emptyset$

$\emptyset \quad 1$                        $\emptyset \quad 0$

$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$

$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]]$

$[0, \emptyset], [0, \emptyset]$                        $[\emptyset, 1], [1, \emptyset]$

$\times$                        $\times$

$[\emptyset, 0], [0, \emptyset]$                        $[1, \emptyset], [1, \emptyset]$

### Literatur

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Logischer und ontischer Ort. In: Electronic Journal for  
Mathematical Semiotics, 2015b



## Der ontische Ort von Grenzen

1. Bei Wittgenstein (vgl. Wittgenstein 1980) gibt es zwei Sätze, welche auch für das Verhältnis von ontischem und logischem Ort (vgl. Toth 2015a) von Belang sind:

5.632        Das Subjekt gehört nicht zur Welt, sondern es ist eine Grenze der Welt.

6.4311       Der Tod ist kein Ereignis des Lebens. Den Tod erlebt man nicht.

2. In der Ontik werden Grenzen bekanntlich (vgl. Toth 2015b) als Teilmengen von Rändern definiert, d.h. es gilt z.B. für 2-elementige Mengen der Form  $L = [0, 1]$

$[0, 1] =$                        $[1, 0] =$

0    1                          1    0

$\emptyset$     $\emptyset$                        $\emptyset$     $\emptyset$

$G \subset R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$

$G \subset R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]].$

Dies korrespondiert mit der Tatsache, daß bei Objekten, sofern man darunter reale, wahrnehmbare, d.h. subjektive Objekte versteht, die ja die Basisentitäten der Ontik bilden, die Grenze zwischen einem Haus und dem davor liegenden Garten sich weder an den Innenseite der Hauswand, noch an der Außenseite der Hauswand befindet – diese Außen-Innen-Distinktion ist ja praktisch nicht durchführbar –, sondern dazwischen, d.h. es gilt für den allgemeinen Rand

$G \subset [R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset].$

3. Daraus folgt, daß zwar der Rand zu zwei adjazenten Teilrelationen der allgemeinen Systemdefinition  $S^* = [S, U, E]$  (vgl. Toth 2015c) gehört, so daß man ihn als Menge der partizipativen Relationen zwischen dyadischen Teilrelationen von  $S^*$  definieren könnte, daß aber die Grenze innerhalb von  $R[S, U]$  bzw.  $R[U, S]$  liegt und damit realer Teil des Systems, nicht aber seiner Umgebung ist. Wäre dies umgekehrt, hätten wir eine – ontisch unmögliche –

Umstülpung von Außen und Innen, wie man sie bei M.C. Escher dargestellt finden kann. Diese Folgerung widerspricht somit Wittgensteins Behauptung, das Subjekt bzw. der Tod würden nicht zum logischen System gehören, deren Basisdichotomie durch  $L = [0, 1]$  definiert ist. Da Wittgenstein ferner die Welt als Domäne der Logik und nur der Logik bestimmt

5.61 Die Logik erfüllt die Welt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen,

folgt also, daß die Grenze, das Subjekt und der Tod außerhalb der Welt liegen müssen. Damit fallen sie aber unter das, was Wittgenstein in 6.522 "das Mystische" nennt. Damit widerspricht er sich jedoch selbst, denn der Begriff Grenze stellt natürlich ebenso wie der des Randes eine 3-stellige ontische Relation dar, zwischen sich selbst und dem Paar von Objekten, welche die Grenze begrenzt. Daraus folgt jedoch, daß der Begriff der Grenze unsinnig ist, wenn man nur eines der beiden von ihr begrenzten Objekte akzeptiert. Im folgenden Schema

0 | 1

begrenzt "|" das Paar  $[0, 1]$ . Wenn aber 0 und | oder 1 und | gegeben sind, dann ist damit automatisch auch 1 oder 0 gegeben, oder, um es anschaulicher zu sagen: Wer an einem Grenzzaun steht, sieht mit dem Zaun auch das, was vor dem Zaun ist und nicht nur, das, was dahinter ist, also dort, wo einer steht. Nun werden sowohl das Subjekt als auch der Tod durch die logische Subjekt-position, d.h. den Wert 1 in  $L = [0, 1]$  vertreten. Würden also das Subjekt und der Tod nicht zu  $L$  gehören, so hätten wir eine 1-stellige Pseudo-Logik der Form  $L = [0]$ , die man nicht einmal als Ontologie bezeichnen könnte.

## Literatur

Toth, Alfred, Logik und logischer Ort. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zu einer triadischen Systemdefinition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

## Topologische Abschlüsse ontotopologischer Strukturen

1. Wie in Toth (2015a) dargelegt, gelten topologische Abschlüsse nur bei triadischen Systemen  $S^* = [S, U, E]$ , insofern hier in ontisch-semiotischer Isomorphie zwischen offenen, abgeschlossenen und vollständigen Abschlüssen unterschieden werden kann

$$S^* = [S, U, E] \text{ mit } U \neq \emptyset \text{ und } E \neq \emptyset$$

$$S^* = [S, U] \text{ mit } E = \emptyset$$

$$S^* = S \text{ mit } U = \emptyset \text{ und } E = \emptyset.$$

Dagegen gilt für  $S \subset S^*$  die ontotopologische Unterscheidung zwischen offenen, halboffenen/halbabgeschlossenen und abgeschlossenen Systemen (vgl. Toth 2015b), da jedes Objekt als  $S$ , aber nicht jedes Objekt als  $S^*$  definierbar ist und die Vorstellung eines "vollständigen Objektes" genauso sinnlos ist wie diejenige einer "halboffenen Einfriedung". Dadurch kann man Randkonstanz von  $S$  bis auf die (praktisch jedoch schwer unterscheidbare) Differenz zwischen Halboffenheit und Halbabgeschlossenheit bijektiv auf die drei Arten von ontotopologischen Abschlüssen abbilden

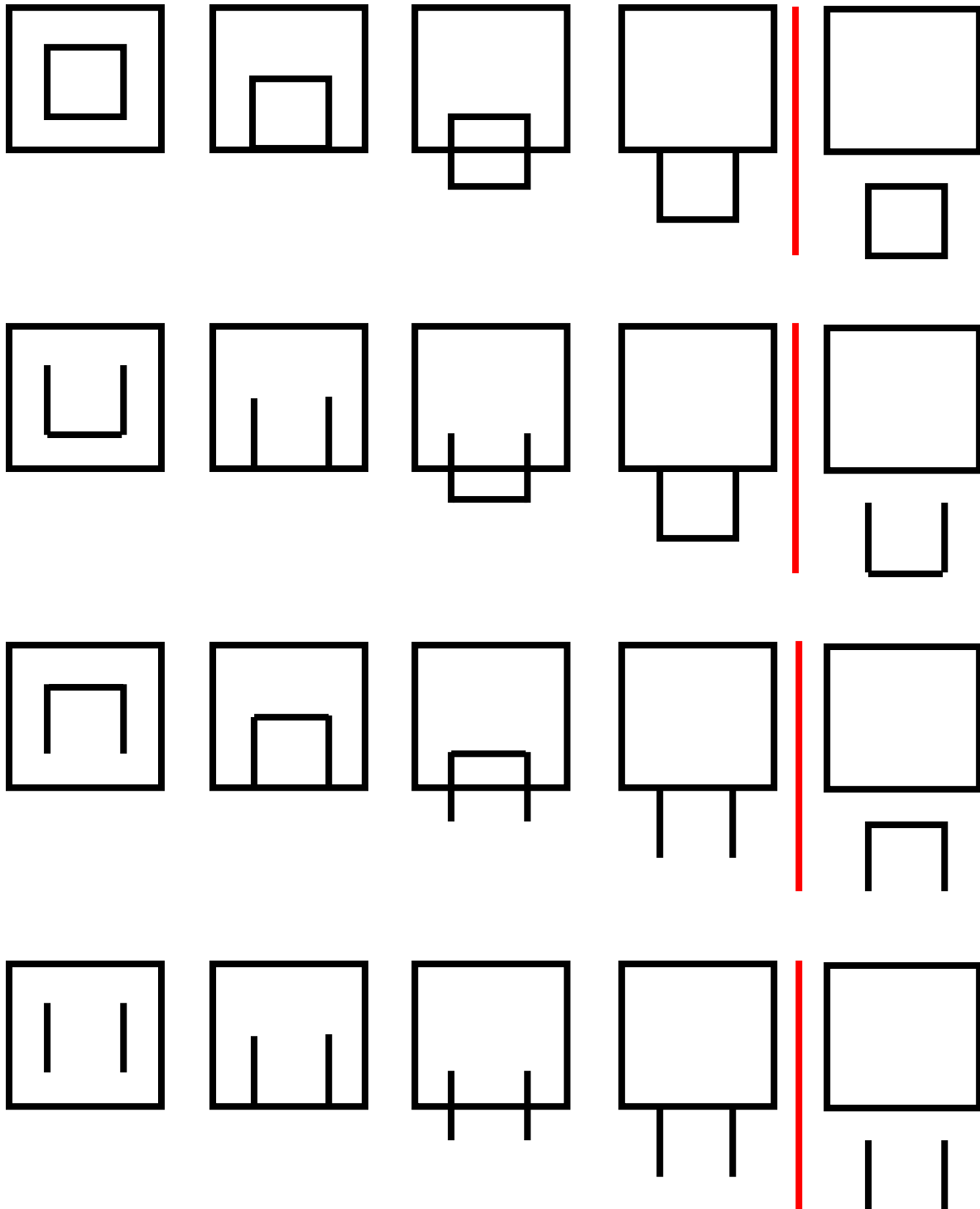
$$S = S] \text{ (Abgeschlossenheit)} \rightarrow \text{Randkonstanz}$$

$$\left. \begin{array}{l} S = S][ \text{ (Halbabgeschlossenheit)} \\ S = S[] \text{ (Halboffenheit)} \end{array} \right\} \text{ partielle Randkonstanz}$$

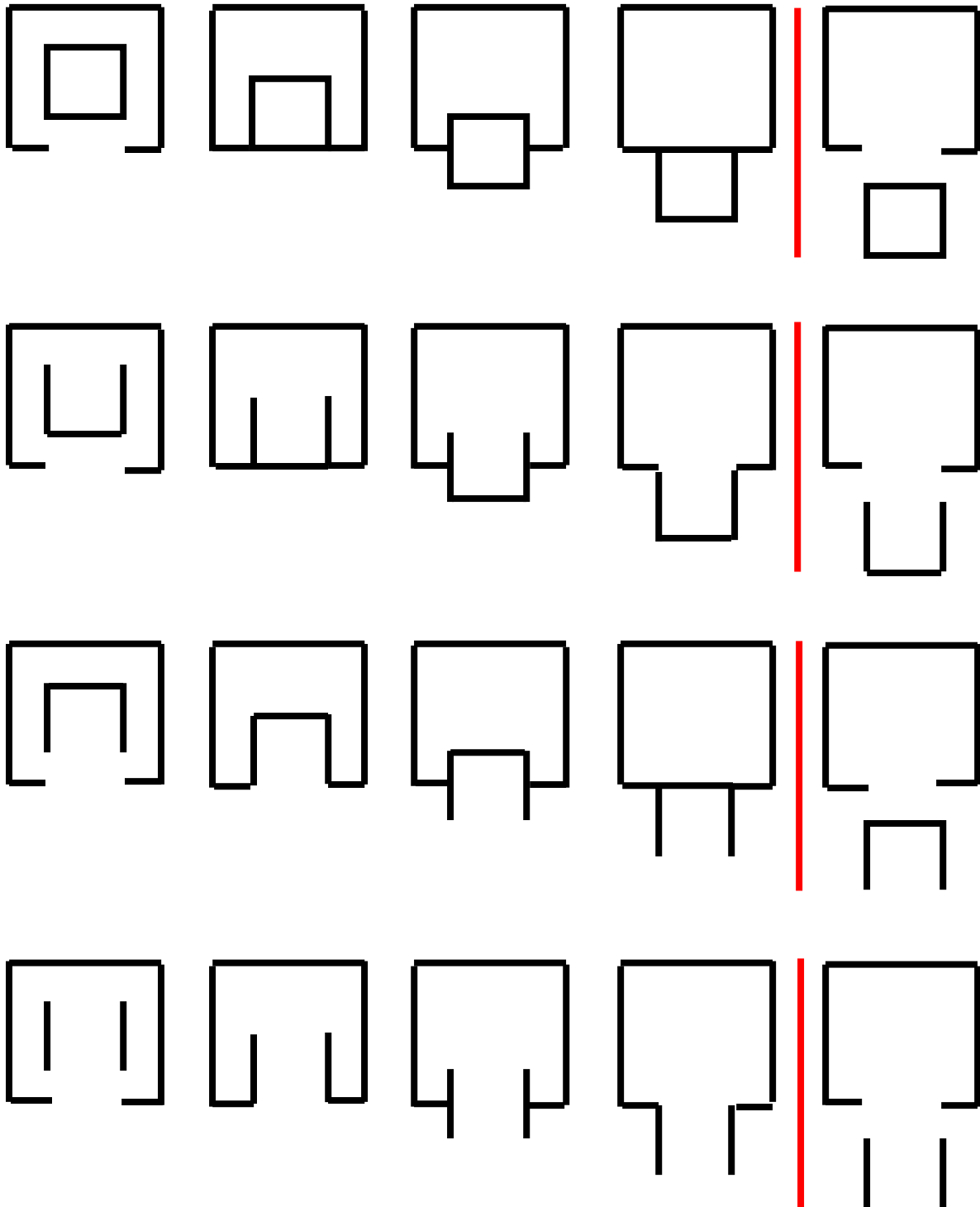
$$S = S[ \text{ (Offenheit)} \rightarrow \text{Nicht-Randkonstanz.}$$

Im folgenden gehen wir von den 60 ontotopologischen Grundstrukturen aus, wie sie in Toth (2015a) definiert wurden. Diese teilen sich somit in die drei Gruppen randkonstanter, partiell randkonstanter und nicht-randkonstanter Strukturen, die jeweils in 5-facher Lagerrelation, nämlich zyklisch von Systeminessivität bis Umgebunginessivität, auftreten können. Daraus folgt, daß von diesen 5 lagetheoretisch differenzierbaren Strukturen lediglich die umgebungsinessive nicht mit Hilfe der  $S$ -, sondern nur mit Hilfe der  $S^*$ -Abschlüsse formal definierbar ist, d.h. daß eine  $S$ - $S^*$ -Abschluß-Grenze zwischen den jeweils vier ersten und der jeweils fünften Struktur verläuft.

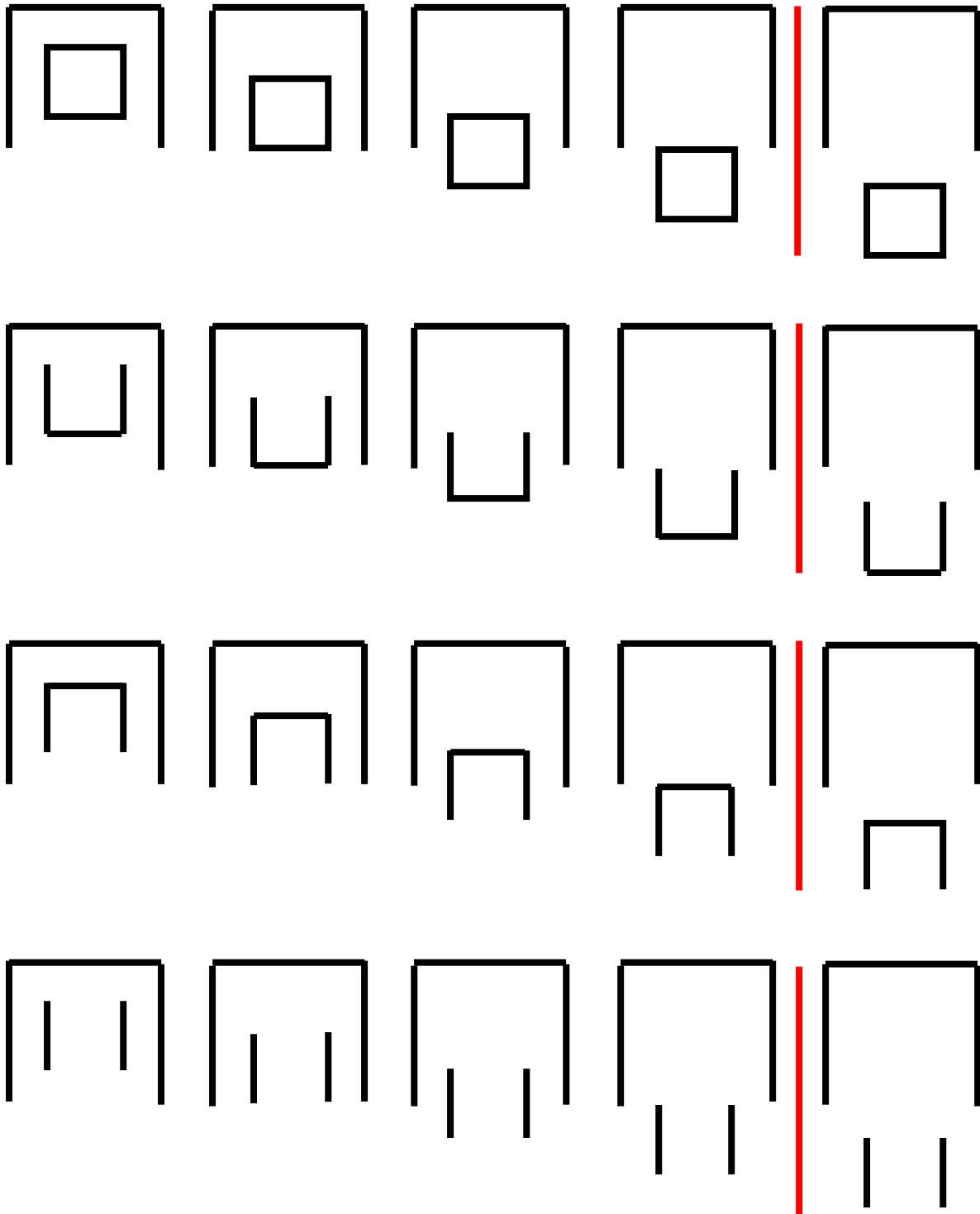
2.1. Ontotopologische Strukturen von  $S = S]$



2.2. Ontotopologische Strukturen von  $S = S[]$  und  $S = S[]$



### 2.3. Ontotopologische Strukturen von $S = S[$



## **Literatur**

Toth, Alfred, Das vollständige ontotopologische System I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Topologische und ontotopologische Abschlüsse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

**Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten**



1. In einer Objekt-Zeichen-Theorie, die auf der dichotomischen Relation  $E = [\text{Objekt, Subjekt}]$  basiert, welche der logischen Dichotomie  $L = [\text{Position, Negation}]$  isomorph ist, kann man die folgende semiotische Typentheorie (vgl. Toth 2015), die an die ontologische Typentheorie Benses (vgl. Bense 1976, S. 26) angelehnt ist, skizzieren

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt $\times$ obj. Subj.	Bewußtsein
$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt $\rightleftharpoons$ obj. Subj.	Kommunikation.

Wie man erkennt, unterscheiden sich also die Definitionen von Bewußtsein und Kommunikation lediglich durch die Differenz von statischer Dualrelation und dynamischer Austauschrelation. Daraus folgt allerdings ein folgenschwerer Schluß: DAS ZEICHEN KANN UNMÖGLICH ZWISCHEN SUBJEKTIVEM OBJEKT QUA OBJEKT UND OBJEKTIVEM SUBJEKT QUA ZEICHEN VERMITTELN, DA DAS ZEICHEN SELBST ALS OBJEKTIVES SUBJEKT DEFINIERT IST. Die Natur der Austauschrelationen zwischen dem als subjektivem Objekt definierten wahrgenommenen, aber nicht zum Zeichen erklärten Objekt und dem als objektivem Subjekt fungierenden und zum Zeichen erklärten "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) bleiben daher weitgehend dunkel. Klar ist indessen auch von der Warte der Ontologie statt von derjenigen der Ontik aus gesehen, daß das Vorhandensein von Austauschrelationen zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt nichts anderes besagt, als daß das Objekt Subjektanteile und daß das Subjekt Objektanteile hat, in anderen Worten, DAß ES ZWISCHEN BEIDEN ZUSAMMENGESETZTEN EPISTEMOLOGISCHEN FUNKTIONEN KEINE KONTEXTURGRENZE GEBEN KANN.

2. Eine Kontexturgrenze gibt es somit zwar zwischen den Werten der logischen Dichotomie

$$L = [0, 1],$$

insofern diese zwar Spiegelbilder von einander und daher austauschbar sind, d.h. daß

$$L = L^{-1} = [1, 0]$$

gilt, daß aber wegen expliziten Verbotes eines Tertiums keine Vermittlung zwischen 0 und 1 in L stattfinden kann, da 0 als das absolute, d.h. objektive Objekt und 1 als das absolute, d.h. subjektive Subjekt definiert sind. Vom Standpunkt der klassischen aristotelischen Logik aus gesehen gibt es somit auch keine subjektiven Objekte und objektiven Subjekte, da diese bereits Vermittlungskategorien sind, welche die Existenz eines nichtleeren Randes

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

voraussetzen. Dennoch sollte man sich, wenn man von Objekttheorie (Ontik) spricht, darüber im Klaren sein, daß uns objektive, apriorische Objekte gar nicht zugänglich sein können, da wir alles, was wir wahrnehmen, nur durch die Filter unserer Sinne wahrnehmen können. Andererseits dürfte ebenso einleuchten, daß die "gemischten" Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes natürlich die entsprechenden "reinen" Kategorien und damit auch diejenige des objektiven Objekts voraussetzen, denn dieses ist ja unbezweifelbar vorgegeben, bevor wir es mit unseren Sinnen wahrnehmen, denn andernfalls würde dies ja bedeuten, daß wir zugleich mit der Wahrnehmung eines Objektes dieses erst kreieren. Philosophiegeschichtlich wäre dies ein Rückfall in den Idealismus-Materialismus-Streit, den m.E. niemand schöner ad absurdum geführt hat, als dies Panizza (1895) getan hatte.

3. Wenn wir also versuchen, die "dunklen" Austauschrelationen, welche die Abbildung subjektiver Objekte auf objektive Subjekte, d.h. auf Zeichen, und damit also die Metaobjektivation

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$$

zu präzisieren, bekommen wir eine neue Form von "schlechter Unendlichkeit", denn wir erhalten eine ad infinitum fortsetzbare Hierarchie der folgenden Form

$$oS \times sO$$

osS × ssO

ossS × sssO

...,

d.h. auch wenn wir das subjektive Objekt und das objektive Subjekt immer subjektiver werden lassen – durch den konversen Prozeß der Objektivierung würden wir die beiden dualen Relationen ja immer weiter von einander entfernen –, induzieren wir zwar einen Limesprozeß, d.h. aber daß subjektives Objekt und objektives Subjekt – oder kurz also bezeichnetes Objekt und es bezeichnendes Zeichen – erst in der Unendlichkeit koinzidieren.

### **Literatur**

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Typentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

1. Die in Toth (2015a) skizzierte, auf der ontologischen Typentheorie Benses (vgl. Bense 1976, S. 26) beruhende Hierarchie ontisch-semiotischer Typen

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt $\times$ obj. Subj.	Bewußtsein
$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt $\rightleftharpoons$ obj. Subj.	Kommunikation

geht, wie zuletzt ausführlich in Toth (2015b) behandelt wurde, von subjektiven Objekten als Domänen- und objektiven Subjekten als Codomänenelementen der Metaobjektivation aus. Das bedeutet also, daß bei diesen kombinierten erkenntnistheoretischen Funktionen das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile besitzt, d.h. es wird davon ausgegangen, daß sich aus  $\Omega \times \Sigma$  kartesische Produkte nach der Art bilden lassen, wie in der Semiotik seit Bense (1975, S. 37) Subzeichen als kartesische Produkte aus Primzeichen gebildet werden.

2. Dies hat allerdings zur Folge, daß die Kontexturgrenze, die innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik zwischen Objekt und Subjekt in  $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$  besteht, aufgehoben ist, denn ein Austausch dieser einander bloß spiegelbildlichen Kategorien würde ein Tertium comparationis, bzw., ontisch ausgedrückt, einen nicht-leeren Rand voraussetzen, der gegen das Grundgesetz des Tertium non datur verstieße. Umgekehrt erklärt sich die Reflexionsrelation von Objekt und Subjekt in  $L$  wiederum aus dem gleichen Verbot, denn ob man  $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$  oder  $L = [\text{Subjekt}, \text{Objekt}]$  setzt, ist völlig belanglos. Das aber bedeutet, daß die Logik über den ontologisch fragwürdigen Kategorien des objektiven Objekts und des subjektiven Subjekts – und nicht einfach über "Objekt" und "Subjekt" – operiert. Obwohl objektive Objekte nicht nur aus Strukturgründen, sondern auch realiter existieren müssen, da sie ja einer Wahrnehmung vorgeordnet sein müssen – sie würden ansonsten durch die Wahrnehmung hergestellt –, sind sie der Wahrnehmung nicht zugänglich, da diese auf der Filterung objektiver Realität durch die subjektalen Sinne basiert. Auch subjektive Subjekte müssen aus ähnlichen Gründen der Selbstwahrnehmung eines Subjektes vorgegeben sein, allerdings sind sie genauso

unzugänglich wie es objektive Objekte sind, da zum Zeitpunkt der Selbstwahrnehmung eines Subjektes sich das wahrgenommene Subjekt zu sich selbst bereits als Objekt verhält. Die kategoriale Reduktion, welche der 2-wertigen aristotelischen Logik – und sämtlichen auf ihr basierenden Systemen – zugrunde liegt, kann also wie folgt schematisch dargestellt werden

$$sO \times oS$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$oO \quad sS,$$

und hier bemerkt man nun eine Eigentümlichkeit, die möglicherweise bislang unbemerkt geblieben ist, denn bei der kategorialen Reduktion

$$sO \rightarrow oO$$

wird die determinierende Subjektfunktion auf eine determinierte Objektfunktion abgebildet, während bei der kategorialen Reduktion

$$oS \rightarrow sS$$

die dazu konverse Abbildung einer determinierenden Objektfunktion auf eine determinierende Subjektfunktion vorliegt. Das bedeutet allerdings, daß bei der kategorialen Reduktion im Widerspruch zur unvermittelten Austauschbarkeit der beiden Werte in L Subjekt und Objekt die Plätze tauschen. Anders ausgedrückt: Die Logik, welche die Ontik beschreiben sollte, verwischt zwar z.B. den Unterschied zwischen subjektivem und objektivem Subjekt, wie er in einer realen Ich-Du-Situation vorliegt, aber indem sie ihn verwischt und beide deiktisch geschiedenen Subjekte in ein abstraktes Subjekt amalgamiert, führt sie präzise diese Subjekt-Objekt-Differenz mit vertauschten Plätzen wieder in ihr System ein.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

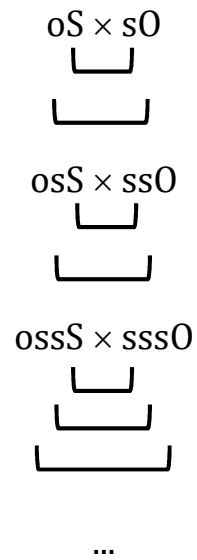
Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei erkenntnistheoretischen Austauschrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

1. In der 2-wertigen aristotelischen Logik der Form  $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$  gibt es 1. keine vermittelten Kategorien  $sO$  und  $oS$  (vgl. Toth 2015a), und kann 2. weder die Objekt- noch die Subjektposition iteriert werden. Beide Möglichkeiten werden durch das gleiche Gesetz des Tertium non datur ausgeschlossen, d.h. dieses ist nicht nur für die 2-Wertigkeit von  $L$ , sondern auch für die Unvermittelbarkeit ihrer Kategorien verantwortlich. Daraus folgt, daß in  $L$  der Rand zwischen Objekt und Subjekt leer ist. Daraus aber folgt wiederum, daß Objekt und Subjekt innerhalb von  $L$  beliebig austauschbar sind. In Sonderheit sind also die logischen Wahrheitswertfunktionen bloße Spiegelungen voneinander.

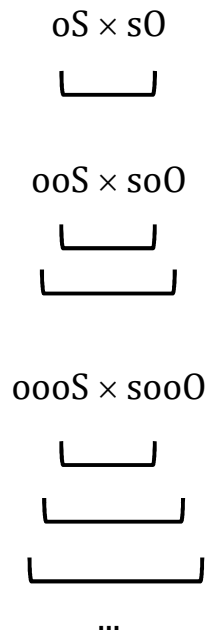
2. In einer Logik hingegen, in denen für  $L$  gilt  $R[\text{Objekt}, \text{Subjekt}] \neq \emptyset$ , gilt natürlich auch  $R[\text{Objekt}, \text{Subjekt}] \neq R[\text{Subjekt}, \text{Objekt}]$ , denn es ist z.B. ein Unterschied, ob – im objektiven Falle – jemand zum Fenster hinein oder hinaus schaut, oder ob – im subjektiven Falle – der Hans den Fritz oder der Fritz den Hans schlägt. Ferner sind die Ränder von Objekten und Subjekten niemals leer, da sie ja material und keine bloßen Differenzen wie die mathematischen Schnitte sind. Obwohl alle diese Erkenntnisse der polykontexturalen Logik Gottfried Günthers unbekannt sind und Wertvermittlungen innerhalb von  $L$  wie schon in der monokontexturalen aristotelischen Logik weiterhin ausgeschlossen sind, kann dort das Subjekt iteriert werden. Dies gilt jedoch nicht für das Objekt, denn, wie Bense einmal feststellte: Es sei zwar sinnvoll, z.B. vom "Vater eines Vaters", nicht aber, z.B. vom "Stein eines Steines" zu sprechen. Diese Behauptung gilt jedoch ausgerechnet für die polykontexturale Logik, welche eine Objektiteration verneint und nur Subjektiteration zuläßt, nicht, denn die Idee kombinatorischer erkenntnistheoretischer Funktionen, d.h. von subjektivem Objekt und von objektivem Subjekt, geht auf Günther selbst zurück. In einer Logik also, in welcher die aristotelische Dichotomie  $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$  durch eine nicht-aristotelische Dichotomie  $N = [\text{subjektives Objekt}, \text{objektives Subjekt}]$  ersetzt ist, kann das Objekt sehr wohl iteriert werden, denn es enthält ja Subjektanteile. Konsequenterweise dürfte es somit in der polykontexturalen Logik auch keine Subjektiteration geben, mit der Begründung, das Subjekt enthalte Objektanteile.

3. Im folgenden stellen wir im Anschluß an Toth (2015b) die Brücken über die in N im Gegensatz zu L nicht-existente Kontexturgrenze zwischen Objekt und Subjekt mit Hilfe von Hierarchien von Partizipationsrelationen dar, und zwar zunächst gesondert für Subjekt- und für Objekt-Iteration und anschließend anhand der beiden möglichen Fälle von kombinierter Subjekt-Objekt und Objekt-Subjekt-Iteration.

### 2.1. Subjekt-Iteration

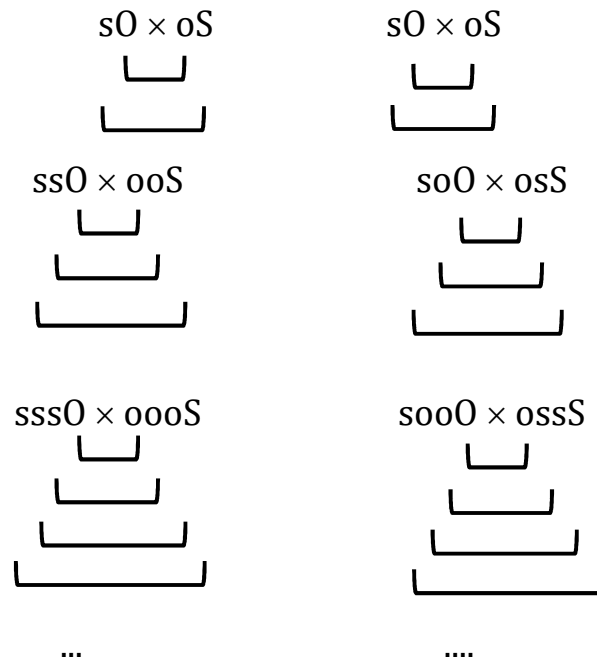


### 2.2. Objekt-Iteration





### 2.3. Objekt-Subjekt-Iteration und Subjekt-Objekt-Iteration



#### Literatur

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei erkenntnistheoretischen Austauschrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

## Die Zirkularität des aristotelischen Wahrheitsbegriffes

1. Wirklichkeit bedeutet innerhalb der Ontik die Menge aller Umgebungen eines Subjektes. Aus diesem zunächst unscheinbaren Satz folgen allerdings bereits einige bemerkenswerte Lemmata.

1.1. Wirklichkeit ist nicht die Menge objektiver, sondern die Menge subjektiver Objekte, da Objekte ja nur durch Subjekte wahrgenommen werden können, obwohl gerade die Wahrnehmung beweist, daß ihr die Objekte vorgegeben sein müssen, denn sonst würden sie durch die Wahrnehmung hergestellt. Objektive Objekte existieren damit objektiv, aber sie sind uns nur subjektiv und daher nicht wissenschaftlich zugänglich. Aus diesem Grunde beruht die Ontik als allgemeine Objekttheorie auf subjektiven Objekten, d.h. auf Objekten in Funktion von Subjekten.

1.2. Objekte haben zwar ebenfalls Umgebungen, allerdings wegen Lemma 1.1. wiederum nur für Subjekte. Kein Objekt kann seine Umgebung wahrnehmen, aber ein Subjekt kann die Umgebung eines Objektes wahrnehmen.

1.3. Genauso, wie die Existenz objektiver Objekte aus derjenigen subjektiver Objekte – und nicht etwa umgekehrt! – folgt, folgt die Existenz subjektiver Subjekte aus derjenigen objektiver Subjekte, denn ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, nimmt sich selbst als Objekt und nicht als Subjekt wahr.

2. Damit dürfte klar sein, daß Wirklichkeit von Objekten und ihre Wahrnehmung durch Subjekte eine duale Relation zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten ist

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt $\times$ obj. Subj.	Wahrnehmung.

Allerdings hat auch diese Feststellung wiederum weitreichende Konsequenzen (vgl. Toth 2015a-c). Die Dualrelation besagt nämlich, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermögen des Wahrgenommenen – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr

und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

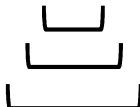
$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)] \quad \text{subjektives Objekt} \rightleftharpoons \text{objektives Subjekt.}$$

Wie Günther (1975) gezeigt hatte, ist der Abgrund zwischen Objekt und Subjekt qualitativ derselbe wie derjenige aller mit der logischen Basisdichotomie isomorphen Dichotomien, also z.B. derjenigen zwischen Ich und Du oder derjenigen zwischen Leben und Tod. Am Ende ist es die Menge der Partizipationsrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, welche die Transzendentalität zwischen Diesseits und Jenseits erzeugt, d.h. es gibt eine Vermittlung zwischen ihnen, oder, bildlich, eine Brücke, die hinüber und herüber führt. Kommunikation, eine 3-stellige Relation, die exakt auf der Menge der gleichen, oben dargestellten Austauschrelationen basiert, stellt somit die Methode dieses Hin- und Herüber über den von der aristotelischen Logik behaupteten Abyss dar. Psychologen könnten auf die Idee kommen, das intrinsische Bedürfnis von Subjekten, miteinander zu kommunizieren, d.h. also de facto "sich auszutauschen", als einen ein Versuch zu interpretieren, Diesseits und Jenseits miteinander zu versöhnen.


3. Diese zunächst durch das Symbol " $\rightleftharpoons$ " angedeuteten Austauschrelationen bedeuten nach dem bisher Gesagten, daß sich subjektive Objekte und objektive Subjekte einander dadurch approximieren können, indem entweder die Objektanteile der Subjekte, die Subjektanteile der Objekte oder beide iteriert werden.

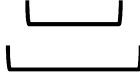
### 3.1. Subjekt-Iteration

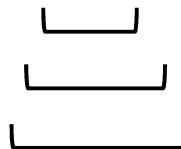
$$\begin{array}{c} oS \times sO \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ osS \times ssO \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \end{array}$$

ossS × sssO  
  
 ...


### 3.2. Objekt-Iteration


oS × sO  


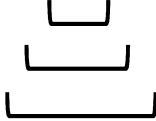
ooS × soO  


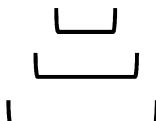
oooS × sooO  
  
 ...

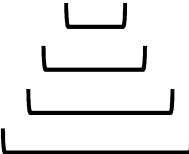
### 3.3. Objekt-Subjekt-Iteration und Subjekt-Objekt-Iteration

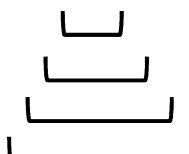
sO × oS  


sO × oS  


ssO × ooS  


soO × osS  


sssO × oooS  


sooO × ossS  


...

....

4. Die Ontik – und auf ihr basierend die Ontologie und die Erkenntnistheorie – haben also wissenschaftlich gar keine andere Möglichkeit, als objektive, d.h. absolute oder apriorische Objekte und Subjekte zwar in ihrer Existenz anzuerkennen, aber gleichzeitig zuzugeben, daß sie eben nicht unter Ausschaltung unserer Sinne wahrnehmbar sind. Daraus folgt zunächst, daß die logische Basisdichotomie

$$L = [\Omega, \Sigma],$$

die auf objektivem Objekt via Position und auf subjektivem Subjekt via Negation operiert, mit der Ontik und damit auch mit Ontologie und Erkenntnistheorie inkompatibel ist, und zwar aus dem einfachen Grunde, da ein Grundgesetz des Denkens, der Satz des Ausgeschlossenen Dritten, der die weiteren Grundgesetze verankert, eine Vermittlung zwischen  $\Omega$  und  $\Sigma$  ausschließt, und eine solche stellen selbstverständlich subjektive Objekte und objektive Subjekte dar. Für  $L$  gilt also wegen des Tertium non datur

$$R[\Omega, \Sigma] = R[\Sigma, \Omega] = \emptyset,$$

und daraus folgt

$$L = L^{-1} = [\Sigma, \Omega],$$

d.h. wegen Fehlens einer Vermittlung der absolut subjektfreien Objekte und der absolut objektfreien Subjekte ist der Rand zwischen dem demzufolge objektiven Objekt und subjektiven Objekt leer, woraus die beliebige Vertauschbarkeit von Objekt und Subjekt folgt. Die Logik beschreibt somit im Gegensatz zur Annahme ihrer ganzen Geschichte und in Sonderheit in der Interpretation von Wittgenstein nichts weniger als die Wirklichkeit, d.h. die aristotelische Logik hat mit Ontik, Ontologie und Erkenntnistheorie rein gar nichts zu tun. Sie stipuliert nicht nur objektive Objekte und subjektive Subjekte, sondern sie operiert mit ihnen, indem sie sie zu Kalkülen ausbaut. Indem diese die Wirklichkeit der Dualrelation von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten nicht berühren, ist die Logik ein hermetisch-abgeschlossenes System, in dem die drei Sätze der Modelltheorie, d.h. der Satz der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit, gültig sind. Die Logik beschreibt also nicht etwa die abstrakte Struktur der "Welt", sondern stellt ihr eine Art von

zwar formal höchst eleganter, aber relativ zur ontischen "Welt" absolut nichtssagender Gegenwelt entgegen. Ich glaube übrigens, daß der Nicht-Logiker Franz Kafka genau diesen Sachverhalt getroffen hatte, wenn er schrieb: "Wahrheit ist unteilbar, kann sich also nicht erkennen; wer sie erkennen will, muß Lüge sein" (Franz Kafka). Erkenntnis setzt Wahrnehmung voraus, also korrespondiert der Lüge der Erkenntnis die Halluzination der Wahrnehmung (vgl. Panizza 1895). Das Subjekt nimmt ja innerhalb von L die Position der Negativität und damit der Falschheit ein, d.h. logisch gesehen gibt es folglich gar keine andere Möglichkeit, als daß jegliche Wahrnehmung und jegliche Erkenntnis per definitionem falsch sein muß. Im Grunde könnte sich also nur das Objekt selbst erkennen, aber davon abgesehen, daß es dazu aus ontischen Gründen nicht fähig ist, fehlt dem 2-wertigen aristotelischen Schema L auch eine dritte logische Position, von der aus das Objekt, falls es denn dazu instande wäre, über sich selbst reflektieren könnte.

5. Einen noch beinahe schlimmeren Lapsus leistet sich die aristotelische Logik jedoch, indem sie die Wirklichkeit durch den Begriff der Wahrheit – sowie den nicht-konträren, da austauschbaren, Begriff der Falschheit zu bestimmen sucht. So steht in Wittgensteins "Tractatus" (4.023) wörtlich: "Die Wirklichkeit muß durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein". Tatsächlich ist aber Wahrheit eine Funktion und Wirklichkeit, wie wir gesehen haben, eine Dualrelation zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. Wahrheit kommt keinem Objekt und nicht einmal einem Einzelzeichen zu. Eine Frage wie zum Beispiel: Ist "Kaffeetasse" wahr? ist unsinnig. Nur Sätze können wahr oder falsch sein, d.h. der logische Wahrheitsbegriff setzt die Semiotik notwendig voraus und handelt, falls überhaupt, nur vermittelt durch die Semiotik mit der Ontik. Der Versuch, die Wahrheit über die Wirklichkeit oder – auch dieser weitere Unsinn wäre denkbar – die Wirklichkeit über die Wahrheit zu bestimmen, ist daher ab initio ausgeschlossen. Falls der Wahrheitsbegriff der Logik anhand der Ontik überprüfbar ist – das bekannte Beispiel lautet: "'Es regnet' ist wahr gdw. es regnet", d.h. wenn ein Subjekt sich in der Welt der Objekte überzeugen kann, daß Regen fällt, dann hält sich also der Unsinn dieser Pseudomethodik noch einigermaßen in Grenzen – er rechtfertigt damit aber noch lange nicht den Anspruch der Logik, das Zutreffen von Wirklichkeit über die angebliche

Wahrheit von Sätzen, die über sie ausgesprochen werden, zu bestimmen. Spätestens dann aber, wenn wir es – und um nichts weniger geht es in der Logik – mit logischen, d.h. sogenannten notwendigen Wahrheiten, zu tun haben, wie sie am abschreckendsten in den scholastischen Syllogismen zu Tage treten, wird nicht nur klar, daß die Logik mit der Ontik nichts zu tun hat, da sie ein modelltheoretisch abgeschlossenes Universum darstellt, sondern daß ihr sich innerhalb dieser logischen "Wahrheiten" verselbständigter Wahrheitsbegriff zirkulär definiert ist, da er ja nun nicht nur auf objektiven statt subjektiven Objekten definiert ist, sondern den Anspruch erhebt, Wahrheit allein innerhalb der hermetisch abgeschlossenen Gegenwelt der Logik bestimmen zu können.

### **Literatur**

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-75

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei Metaobjektivation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Weder Wahrheit noch Wirklichkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

## Nur Glas ist wie Glas

1. Der Titel dieses Aufsatzes ist natürlich derjenige einer Sammlung konkreter Texte Max Benses (Bense 1970). Wir fragen, worin die Differenz zwischen den beiden folgenden Operationen

$=(X, Y)$

wie(X, Y)

bestehe. Nach Wittgenstein (Tractatus, 4.2.4.1.) bedeutet  $(X = Y)$ , daß X und Y ihre ontischen Orte tauschen können. Dies ist eine rein syntaktische Definition der Gleichheit. Aus Leibnizens Identitätsdefinition, wonach zwei Objekte identisch sind gdw. sie in allen ihren Eigenschaften übereinstimmen, folgt, daß X und Y immer noch gleich sein können, auch wenn die Identitätsbedingung nicht erfüllt ist. Gleichheit wäre somit eine schwächere Form der Identität. Dies ist eine rein semantische Definition der Gleichheit. Gleichheit aber ist eine Form von Ähnlichkeit, sie stellt die eine Grenze eines Intervalls dar, deren andere die Verschiedenheit im Sinne von Nicht-Gleichheit ist. Innerhalb dieses Intervalls liegt also auch der bensesche wie-Operator. Er bezeichnet eine Form von Gleichheit, die auf die Objektinvariante der Sortigkeit restringiert ist (vgl. Toth 2013), denn beispielsweise ist der Satz

(Auch) Plexiglas ist wie Glas

falsch. Wie man erkennt, besteht der objektsemantische Zusammenhang des  $=$ -Operators und des wie-Operators wie schon bei Identität vs. Gleichheit auf Eigenschaften. Plexiglas hat andere Eigenschaft als Glas, es unterscheidet sich von diesem etwa in der für Glas zentralen Eigenschaft der Brüchigkeit, aber es gleicht Glas in der nicht minder zentralen Eigenschaft der Transparenz. Das Problem besteht also darin, eine Skala von Eigenschaften von Objekten zu definieren, vor allem aber darin, zu erkennen, daß Eigenschaft eine semiotische und keine logische Eigenschaft ist, da sie in funktionaler Abhängigkeit von Ähnlichkeit, also von einer iconischen Abbildung, steht. Man kann aber weder die Logik durch Semiotik noch die Semiotik durch Logik begründen, so wie man weder die Philosophie durch Mathematik noch die Mathematik durch Philosophie begründen kann. Eine Wissenschaft, die nicht aus sich selbst heraus



begründbar ist, ist im Sinne der Modelltheorie nicht abgeschlossen, d.h. aber, sie stellt überhaupt keine Theorie im modelltheoretischen Sinne dar, d.h. sie erfüllt neben der Bedingung der Abgeschlossenheit auch die Bedingungen der Extensivität und der Monotonie nicht (vgl. Schwabhäuser 1971, S. 40).

2. "Nicht das Dasein, das Ich ist immer anderswo. Jemandem gegenüber sitzen und sagen, das bin ich" (Bense 1970, S. 25). Wenn Bense einige Seite zuvor schreibt: "Kein Ich erscheint so, wie es verschwindet", könnte man formulieren: Kein Objekt erscheint so, wie es ist. Das Problem besteht allerdings darin, daß wir nicht wissen können, wie ein Objekt ist. Objekte können nur wahrgenommen werden, und wahrgenommen werden können sie nur durch Subjekte. Daraus folgt, daß wahrgenommene Objekte subjektive Objekte sind und also die objektiven Objekte der Logik transzendieren, es sind sozusagen Objekte mit Subjektanteil. Dasselbe gilt innerhalb der logischen Dichotomie von Objekt und Subjekt nun auch für Subjekte. Wer sich selbst wahrnimmt, nimmt sich als Objekt und nicht als Subjekt wahr. Und wenn zwei Subjekte einander gegenüber sitzen, nimmt das jeweils eine Subjekt das jeweils andere Subjekt als Objekt wahr. So, wie es keine absoluten, d.h. objektiven Objekte gibt, gibt es also auch keine absoluten, d.h. subjektiven Subjekte. Das Ich als subjektives Subjekt ist also immer anderswo, nämlich am ontischen Ort des Objektes, wo erst es wahrgenommen werden kann. Und das Es als objektives Objekt ist ebenfalls immer anderswo, nämlich am Ort des Subjektes, von wo aus es erst wahrgenommen werden kann. Die wahrgenommene, und das heißt die einzige uns zugängliche Welt ist somit sowohl, was das Objekt als auch was das Subjekt betrifft, eine Welt, deren ontische Orte vertauscht sind. Das Objekt hat als subjektives Objekt Subjektanteile, und das Subjekt hat als objektives Subjekt Objektanteile.

3. Zwar ist es richtig, daß die Hypostasen absoluter Objekte und Subjekte nicht von der Hand zu weisen sind, da die wahrgenommenen Objekte und Subjekte ja nicht durch den Akt der Wahrnehmung erzeugt werden, aber diese hypostasierten objektiven Objekte und subjektiven Subjekte als Basen für die Logik zu benutzen, ist unwissenschaftlich, denn sie sind Abstraktionen der vermittelten Kategorien der subjektiven Objekte und der objektiven Subjekte und nicht umgekehrt, da die Logik aus der Wahrnehmung der Welt und nicht

umgekehrt die Wahrnehmung der Welt aus der Logik entstanden ist. Diese Abstraktion ist aber weder logisch, noch semiotisch begründbar. Wie entfernt man Subjektanteile aus Objekten? Wie entfernt man Objektanteile aus Subjekten? Es gibt keine Chemie epistemologischer Funktionen. Vermittelte Kategorien sind allerdings in der zweiwertigen aristotelischen Logik durch das Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten ausdrücklich verboten, d.h. mit einem simplen Austausch objektiver durch subjektive Objekte und subjektiver durch objektive Subjekte kann man die aristotelische Logik nicht aufrecht erhalten. Vermittlung logischer Kategorien stellt nämlich insofern einen Verstoß gegen den Satz des Tertium non datur dar, als sowohl das Subjekt objektabhängig als auch das Objekt subjektabhängig wird, d.h. es tritt nun ein Drittes zwar nicht in der Form eines substantiellen dritten Wertes, aber in der Form einer Differenz auf

$$\Omega = f(\Sigma)$$

$$\Sigma = f(\Omega),$$

d.h. die Ränder in der aristotelischen Basisdichotomie  $L = [0, 1]$  sind nun nicht mehr leer, und diese nichtleeren Ränder

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

sind genauso wenig spiegelbildlich wie es die subjektiven Objekte und die objektiven Subjekte im Gegensatz zur Spiegelbildlichkeit der Werte in  $L = [0, 1]$  sind. Damit fällt also mit dem Übergang von vermittelten zu unvermittelten Kategorien auch das Gesetz der Identität. Bei Bense liest sich das so: "Ein Ich trennt sich von seinem Ich, und man sieht sich wie jemanden anderes" (1970, S. 21).

4. Für das Objekt bedeutet die letztere Feststellung, daß es sich "von sich selbst" allein durch Verschiebung seines inhärenten ontischen Ortes trennt. Jedes Objekt ist ortsfunktional, d.h. abhängig von einem ontischen Ort, an dem es sich befindet. Es gibt keine Objekte, deren Umgebung das Nichts ist. Wird also ein Objekt  $\Omega$  von einem Ort  $\omega_i$  an einen Ort  $\omega_j$  verschoben

$$f: \quad \Omega(\omega_i) \rightarrow \Omega(\omega_j),$$

so fällt nach der bereits festgestellten Identität des Subjektes auch die Identität des Objektes. Bei Bense heißt es: "Daß die Position das Objekt verändert im Duft des Heus, wenn es gewendet wird" (1970, S. 29). Auch wenn hier von einem Objekt die Rede ist, bei dem sich dieses nur durch die Veränderung seiner es konstituierenden Teile verändert, so gilt diese Feststellung allgemein. Durch die Ortsabhängigkeit besitzt jedes Objekt einen ontischen Kontext, so wie durch die Ortsabhängigkeit jedes Zeichen einen semiotischen Kontext besitzt. So wechselt etwa die Bedeutung von "rot" in den drei Sätzen

Rot ist die Liebe.

Die rote Sonne.

Seine Haut war rot.

vermöge des semiotischen Kontextes, und eine Vase, die zum Beispiel aus einer Vitrine herausgenommen und dann in ein Regal und anschließend auf einen Tisch gestellt wird, wechselt ihre Ortsfunktionalität vermöge des ontischen Kontextes. Zeichen und Objekte haben gemein, daß sie Systeme sind, die Umgebungen besitzen, und wegen des für subjektive Objekte und objektive Subjekte gültigen Austausches von Subjekt- und Objektanteilen determiniert sowohl ein System seine Umgebung als auch eine Umgebung sein System, d.h. der Austausch von Subjekt- und Objektanteil läßt sich auf den allgemeineren Austausch von Systemen und Umgebungen zurückführen.

## **Literatur**

Bense, Max, Nur Glas ist wie Glas. Berlin 1970

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1971

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

## Der Jäger Gracchus und die Vermittlung von Diesseits und Jenseits

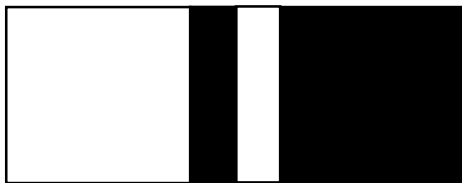
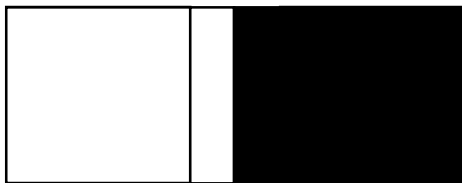
1. Die Vorstellung, daß Diesseits (D) und Jenseits (J) nicht durch eine Grenze G der Form



mit

$G \in D \cup J$ ,

sondern durch einen Rand der Formen



mit

$R[D, J] \neq R[J, D] \neq \emptyset$

getrennt sind, ist in der Mythologie seit sehr langer Zeit bekannt. Aus neuerer Zeit bekannt ist die folgende Stelle aus Kafkas "Jäger Gracchus".

Der Jäger nickte und zog die Zungenspitze zwischen den Lippen durch: »Ja, die Tauben fliegen vor mir her. Glauben Sie aber, Herr Bürgermeister, daß ich in Riva bleiben soll?«

»Das kann ich noch nicht sagen«, antwortete der Bürgermeister. »Sind Sie tot?«

»Ja«, sagte der Jäger, »wie Sie sehen. – Vor vielen Jahren, es müssen aber ungemein viel Jahre sein, stürzte ich im Schwarzwald – das ist in Deutschland – von einem Felsen, als ich eine Gemse verfolgte. Seitdem bin ich tot.«

»Aber Sie leben doch auch«, sagte der Bürgermeister.

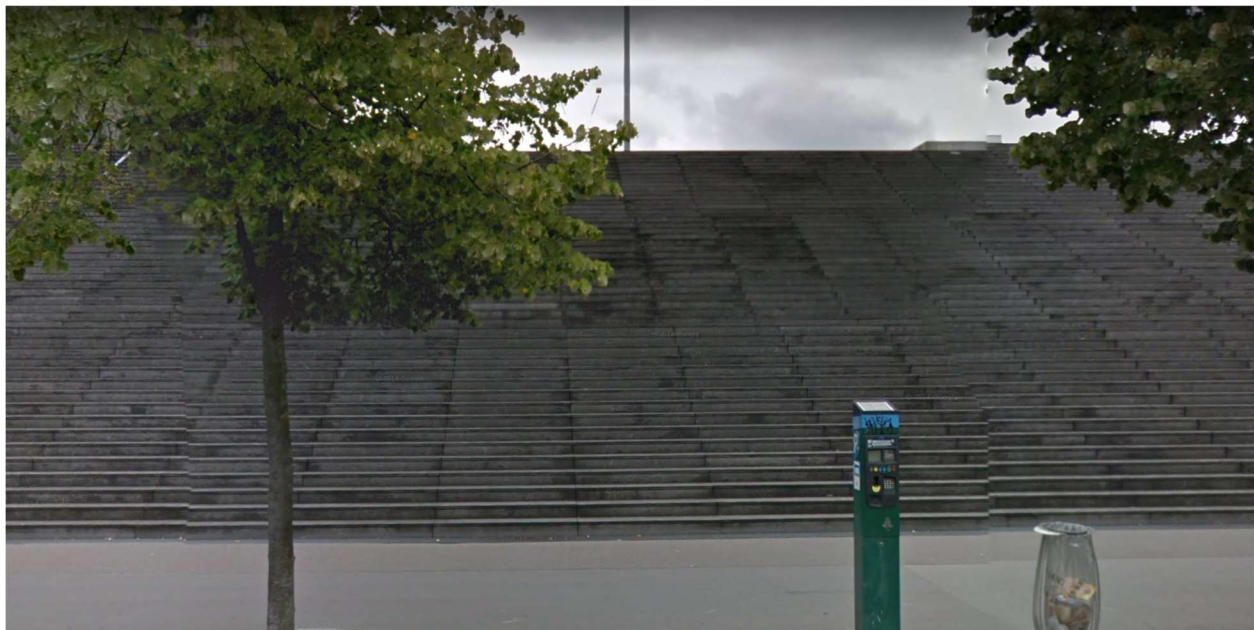
»Gewissermaßen«, sagte der Jäger, »gewissermaßen lebe ich auch. Mein Todeskahn verfehlte die Fahrt, eine falsche Drehung des Steuers, ein Augenblick der Unaufmerksamkeit des Führers, eine Ablenkung durch meine wunderschöne Heimat, ich weiß nicht, was es war, nur das weiß ich, daß ich auf der Erde blieb und daß mein Kahn seither die irdischen Gewässer befährt. So reise ich, der nur in seinen Bergen leben wollte, nach meinem Tode durch alle Länder der Erde.«

»Und Sie haben keinen Teil am Jenseits?« fragte der Bürgermeister mit gerunzelter Stirne.

»Ich bin«, antwortete der Jäger, »immer auf der großen Treppe, die hinaufführt. Auf dieser unendlich weiten Freitreppe treibe ich mich herum, bald oben, bald unten, bald rechts, bald links, immer in Bewegung.

(Franz Kafka, Der Jäger Gracchus)

Als ontisches Modell könnte das folgende dienen



Quai François Mauriac, Paris.

3. Eine sowohl  $D$  als auch  $J$  gemeinsame Grenze der Form  $G \in D \cup J$  kann nur eine Linie sein. Ein Streifen setzt jedoch mit  $R[D, J] \neq R[J, D] \neq \emptyset$  die Nicht-Vertauschbarkeit von  $D$  und  $J$  voraus, d.h. es muß gelten

$$L = [D, J] \neq L^{-1} = [J, D].$$

Da  $R$  gemäß den obigen Diagrammen kein von  $D$  und  $J$  verschiedener dritter Wert darstellt, d.h. nicht substantiell von  $D$  und  $J$  verschieden ist, muß er differentiell verschieden sein. Wenn man berücksichtigt, daß man in den Dia-

grammen noch die ontischen Orte von Weiß und Schwarz bzw. die Abbildungen von D und J auf die entsprechend eingefärbten Kästchen vertauschen kann, bekommen wir die folgenden 4 möglichen Strukturen

$$L_1 = [D, [J]] \quad L_1^{-1} = [[J], D]$$

$$L_2 = [[D], J] \quad L_2^{-1} = [J, [D]],$$

d.h. es kann sowohl das Jenseits auf zwei perspektivisch geschiedene Arten Teil des Diesseits sein als auch das Diesseits auf zwei perspektivisch geschiedene Arten Teil des Jenseits sein. Anders gesagt: Es gibt nicht nur das im Sein nichtende Nichts, sondern auch das im Nichts wesende Sein, und dies auf zweimal zwei qualitativ-arithmetisch differenzierbare Arten. Alles, was dazu benötigt wird, sind zwei Peanozahlen 0 und 1 und ein Einbettungsoperator E, der

$$0 \rightarrow [0]$$

$$1 \rightarrow [1]$$

einbettet. Dabei kann natürlich wiederum sowohl 0 als auch 1 sowohl auf D als auch auf J abgebildet werden.

Wie in Toth (2015a-c) gezeigt, erhält man wegen E keine Zahlenlinien, sondern Zahlenfelder, in denen es nicht nur eine horizontale, sondern zusätzlich eine vertikale und zwei diagonale Zählweisen gibt, die wir mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten.

### 3.1. Adjazente Zählweise

$x_i$	$y_j$	$y_i$	$x_j$	$y_j$	$x_i$	$x_j$	$y_i$
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
$x_i$	$y_j$	$y_i$	$x_j$	$y_j$	$x_i$	$x_j$	$y_i$

### 3.2. Subjazente Zählweise

$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$
$y_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$y_j$	$\emptyset_j$	$y_i$	$y_j$	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$y_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$y_j$	$\emptyset_j$	$y_i$	$y_j$	$\emptyset_i$
$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$

### 3.3. Transjazente Zählweise

$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	$y_j$	$y_i$	$\emptyset_j$	$y_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$y_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	$y_j$	$y_i$	$\emptyset_j$	$y_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$y_i$
$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$

Da in diesem Zahlenfeldern einer einbettungstheoretischen Arithmetik nicht nur

$$0 = f(1),$$

sondern auch

$$1 = f(0)$$

gilt, kann also hier im Gegensatz zur polykontexturalen Logik G. Günthers nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objektposition iteriert werden. Statt der 2-wertigen aristotelischen Dichotomie unvermittelter und daher reflexionssymmetrischer Werte (vgl. Günther 2000, S. 230 f.), die für jede Einzelkontextur auch innerhalb des polykontexturalen Verbundsystems weiterbesteht, geht die der ortsfunktionalen Arithmetik zugehörige Logik also nicht von einer Unvermitteltheitsrelation zwischen objektivem Objekt und subjektivem Subjekt, sondern von einer qua E bewerkstelligten Vermitteltheitsrelation zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt aus. Diese beiden vermittelten logischen und erkenntnistheoretischen Kategorien entsprechen aber genau dem Dualverhältnis von wahrgenommenem Objekt und dem Zeichen, das von Bense (1967, S. 9) als Metaobjekt definiert worden war, so zwar, daß das subjektive Objekt als Domäne und das objektive Subjekt als Codomäne des metaobjektiven Prozesses der thetischen Setzung von Zeichen fungiert.

## **Literatur**

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c



## "Verkleinerung der Entfernung der Worte vom Gegenstand"

1. Der Titel dieses Aufsatzes, der an Toth (2015) anschließt, ist ein Satz aus Max Benses letztem Werk "Poetische Abstraktionen", das wenige Tage nach seinem Tode im April 1990 in limitierter Auflage erschienen ist (vgl. Bense 1990). In einem ein gutes Jahrzehnt zuvor publizierten Band mit Gedichten Benses steht der ähnliche Satz: "Wörter so niedrig hängen,/wie es nur geht./Sie sollen die Dinge berühren,/eh sie verschwinden" (Bense 1981, S. 39).

2. Die Besonderheit dieser Sätze besteht darin, daß sie die Abbildung des dichotomischen Basisschemas der 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = [0, 1],$$

darin die Ränder zwischen den Werten leer sind, d.h.

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset$$

gilt, auf ein Quadrupel von Dichotomien der Form

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [1, [0]]$$

(mit  $L_2 = L_1^{-1}$  und  $L_4 = L_3^{-1}$ ) mit nicht-leeren Rändern, d.h.

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

voraussetzen. Man beachte, daß diese Nichtleerheit der Ränder durch einen Einbettungsoperator E

$$E: \quad x \rightarrow [x],$$

der also differentiell und nicht-substantiell fungiert, bewirkt wird. Anders gesagt: Man braucht keinen dritten logischen Wert, um in  $L = [0, 1]$  nicht-leere Ränder zwischen den Werten zu erzeugen.

2. Ferner geht aus den Sätzen Benses hervor, daß offenbar eine asymptotische Funktion zwischen bezeichnendem Zeichen (Wort) und bezeichnetem Objekt (Gegenstand) besteht. Da die fundamentale Dichotomie des Quadrupels  $L_1$  bis  $L_4$  nach Toth (2015) der folgenden von Neumann-Hierarchie korrespondiert

$$\begin{aligned}
 \Omega(\Sigma) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma)) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma)) \\
 \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) & \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
 \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) & \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))))), \dots,
 \end{aligned}$$

beschreibt diese Hierarchie, von "unten", d.h. von der einfach vermittelten Dualität zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt, angefangen, in einer immer feineren Annäherung der Subjektanteile von Objekten und, dual, der Objektanteile von Subjekten, präzise die bensesche "Verkleinerung der Entfernung der Worte vom Gegenstand" (Bense 1990, S. 23). Obwohl dieser Prozess natürlich ad infinitum fortsetzbar ist, tritt im Rahmen des Basis-schemas  $L = [0, 1]$  der aristotelischen Logik niemals der Fall ein, daß  $0 \equiv 1$  bzw.  $1 \equiv 0$  wird, d.h. obwohl die Werte in  $L$  austauschbar sind in dem Sinne, daß eine auf 0 aufgebaute Logik einer auf 1 aufgebauten Logik notwendig isomorph sein muß, bleibt die Kontexturgrenze zwischen 0 und 1 bzw. 1 und 0 trotz einer immer präziseren Annäherung von Worten an Gegenstände bzw. Gegenständen an Worte stets bestehen. Dies gilt übrigens auch dann, wenn man, statt eines differentiellen Tertiums durch E einzuführen, einen substantiellen dritten Wert einführt, denn in diesem Fall wird lediglich das Tertium non datur zu einem Quartum, Quintum, Sextum, ... non datur verschoben, i.a.W., das 2-wertige aristotelische Schema  $L = [0, 1]$  bleibt auch in der von Gotthard Günther begründeten polykontexturalen Logik bestehen. Daraus folgt allerdings, daß die Kontexturgrenze zwischen Objekt und Subjekt bzw. Objekt und Zeichen niemals aufhebbar ist, ganz egal, ob man das logische Basisschema  $L = [0, 1]$  durch E auf ein ortsfunktionales Quadrupel abbildet, oder ob man  $L$

in ein "polykontexturales" Verbundsystem einbettet. Nicht-beantwortbar ist allerdings die Frage, ob diese Transzendenz zwischen Objekt und Zeichen durch die thetische Setzung der Zeichen erzeugt wird, oder ob sie es ist, welche erst die Transzendenz erzeugt. Vermutlich liegt hier einer der qualitativen logischen Fälle vor, für welche das bekannte wittgensteinische Verbot, daß eine Funktion nicht als ihr eigenes Argument auftreten darf, suspendiert ist.

### **Literatur**

Bense, Max, Zentrales und Occasionelles. Stuttgart 1981

Bense, Max, Poetische Abstraktionen. Stuttgart 1990

Toth, Alfred, "Im uferlosen Meer der Dinge zwischen Sein und Nichts". In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Die Ränder der Wörter

1. Der Titel dieses Aufsatzes ist ein Zitat aus Bense (1985, S. 37). Es ist allerdings doppeldeutig. Wörter sind bekanntlich Zeichen, also können die Ränder zwischen Zeichen gemeint sein. Andererseits bezeichnen Zeichen Objekte, denn Zeichen wurden von Bense ausdrücklich als "Metaobjekte" eingeführt (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. die Ränder von Wörtern können auch Partizipationsrelationen zwischen Objekten und Zeichen sein. Wir haben somit die beiden folgenden Alternativen

$$R[Z_i, Z_j]$$

$$R[Z, \Omega].$$

2. Diese beiden Randtypen sind jedoch nicht-symmetrisch, denn während

$$R[Z_i, Z_j] = R[Z_j, Z_i]$$

gilt, denn es ist z.B.

$$R[[3.1, 2.1, 1.3], [3.1, 2.2, 1.3]] = R[[3.1, 2.2, 1.3], [3.1, 2.1, 1.3]] = [3.1, 1.3],$$

gilt für Zeichen und Objekte die Ungleichung

$$R[Z, \Omega] \neq R[\Omega, Z],$$

denn anders als zwischen Zeichen und Zeichen verläuft zwischen Zeichen und Objekten eine Kontexturgrenze, d.h. es gibt die folgenden vier Möglichkeiten

$$R_1[Z, [\Omega]] \quad R_2[[\Omega], Z]$$

$$R_3[[Z], \Omega] \quad R_4[\Omega, [Z]],$$

so daß für alle Paare des Quadrupels der Rand nichtnull ist. Dies trifft für Zeichen nicht zu, denn trotz der Tatsache, daß die eigenreale Zeichenklasse mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen zusammenhängen muß (vgl. Walther 1982), gibt es Paare von Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit leeren Rändern, z.B.

$$R[[3.1, 2.1, 1.1], [3.2, 2.2, 1.2]] = \emptyset.$$

3. Während dies für Zeichen jedoch kein Problem darstellt, stellt es für Ränder zwischen Zeichen und Objekten ein beinahe unüberwindliches Problem dar, denn das Quadrupel von Relationen ist das Ergebnis der Anwendung eines Einbettungsoperators E

$$E: x \rightarrow [x],$$

d.h. E erzeugt ein differentielles (nicht-substantielles) Tertium und widerspricht somit der 2-wertigen aristotelischen Logik.

Ein noch größeres Problem stellt, wie bereits in Toth (2015) angedeutet, die Tatsache dar, daß die von Bense eingeführten semiotischen Funktionen, d.h. die Bezeichnungsfunktion ( $M \rightarrow O$ ), die Bedeutungsfunktion ( $O \rightarrow I$ ) und die Gebrauchsfunktion ( $I \rightarrow M$ ), nicht-bijektiv auf die ihnen isomorphen ontischen Funktionen abbildbar sind

Semiotik	Ontik
$M \rightarrow O$	$\Omega \rightarrow (M = Z)$
$O \rightarrow I$	$\Omega \rightarrow \Sigma$
$I \rightarrow M$	$\Omega \rightarrow \Sigma$
	$(M = Z) \rightarrow \Sigma.$

Wie man sogleich erkennt, tritt die Abbildung ( $\Omega \rightarrow \Sigma$ ) nicht nur bei der Bedeutungsfunktion, sondern auch bei der Gebrauchsfunktion auf. Indessen korrespondiert die zyklische semiotische Transformation

$$t: (M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I) = (I \rightarrow M),$$

die Bense (1971, S. 81) als Kreisgraphen dargestellt hatte, der ebenfalls zyklischen ontischen Transformation

$$u: \Omega \rightarrow (M = Z) \rightarrow \Omega \rightarrow \Sigma \rightarrow (M = Z) \rightarrow \Sigma,$$

in der das Zeichen zwischen dem bezeichneten Objekt und dem es bezeichnenden Subjekt vermittelt.

## Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

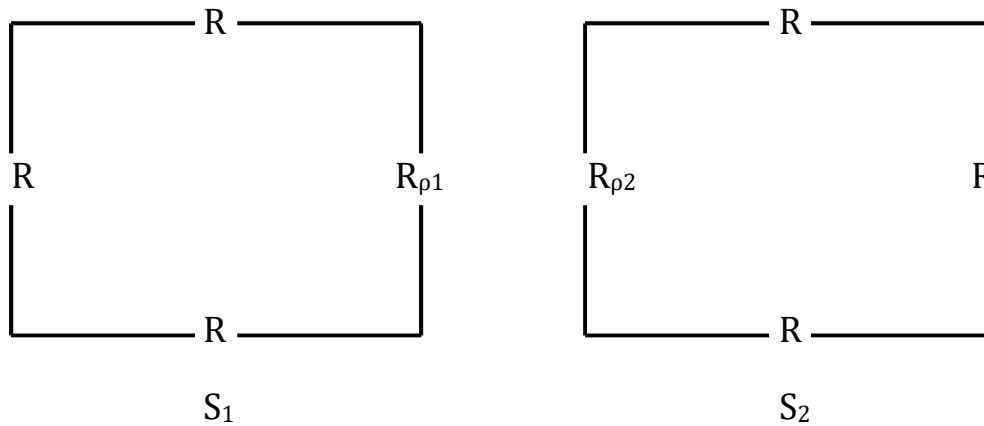
Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Toth, Alfred, Bedeutung als Gegenstand oder als Gebrauch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

## Die Auflösung des qualitativen Dilemmas von Randrelationen

1. In Toth (2015) waren wir ausgegangen von den folgenden ontotopologischen Strukturen zweier Systeme  $S_1$  und  $S_2$



Für die Differenz der beiden Ränder  $R_{\rho i}$  und  $R_{\rho j}$  gibt es, qualitativ betrachtet, die folgenden vier Möglichkeiten

1.  $\Delta(R_{\rho i}, R_{\rho j}) \subset S_1$
2.  $\Delta(R_{\rho i}, R_{\rho j}) \subset S_2$
3.  $\Delta(R_{\rho i}, R_{\rho j}) \subset (S_1 \cup S_2)$

-----

4.  $\Delta(R_{\rho i}, R_{\rho j}) \subset S_3,$

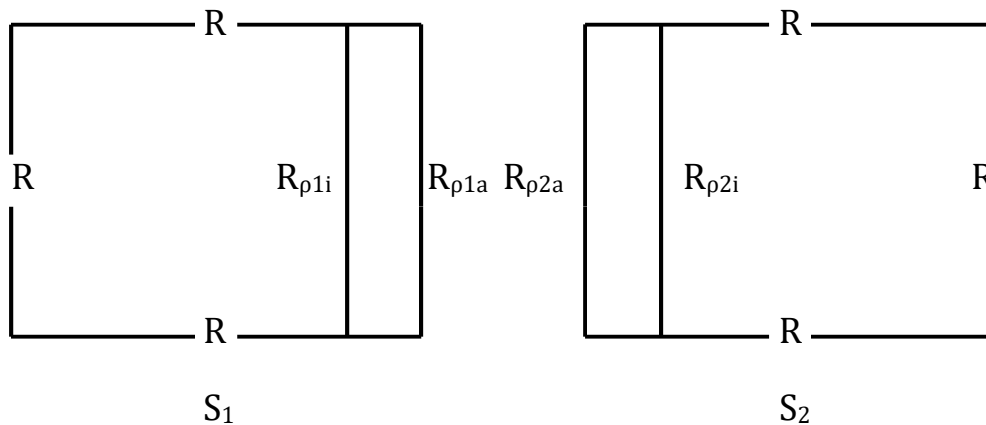
wobei die beiden ersten Möglichkeiten deshalb ausscheiden, weil in diesen Fällen jeweils eines der beiden nachbarschaftlichen Systeme relativ zu  $R_{\rho i}$  oder  $R_{\rho j}$  einen  $\emptyset$ -Rand aufwiese, d.h. es wäre dann z.B. die Außenwand des einen Systems gleichzeitig die Innenwand des anderen Systems. Die dritte Möglichkeit leuchtet zwar ein, führt aber zur Folgerung, daß eine Unterscheidung zwischen Außen- und Innenwand beider Systeme ausgeschlossen ist. Die vierte Möglichkeit, welche eine gewisse Ähnlichkeit mit der von Gotthard Günther eingeführten logischen Transjunktion hat, d.h. der Verwerfung einer zweiwertigen Alternative und nicht nur eines Wertes eines zweiwertigen logischen Schemas, besagt, daß der Rand weder zum einen, noch zum andern System gehört, impliziert aber leider auch, daß er zu einem dritten System ge-

hört, das jedoch gar nicht definiert ist, denn Ränder sind 2-seitig objektabhängige Objekte, d.h. sie können in unserem Falle nicht unabhängig von Systemen fungieren. Summa summarum sind also, qualitativ gesehen, alle vier Möglichkeiten unsinnig, und wir haben hier ein qualitatives logisches Dilemma vor uns.

2. Es stellt sich somit die Frage nach der Auflösung des Dilemmas. Zunächst sei daran erinnert, daß Rand und Grenze ontisch gesehen verschiedene Begriffe sind, insofern für eine Grenze G gilt

$$G \subset R,$$

aber da Ränder immer material (substantiell) sind, ist der Fall  $G = R$  ausgeschlossen. Wir müssen somit zwischen inneren und äußeren Rändern unterscheiden



Es ist somit natürlich im allgemeinen

$$R_{\rho i} \neq R_{\rho a}$$

$$R_{\lambda i} \neq R_{\lambda a},$$

und daraus folgt für innere und äußere Ränder

$$\Delta(R_{\rho i}, R_{\rho a}) \neq \Delta(R_{\rho a}, R_{\rho i})$$

$$\Delta(R_{\lambda i}, R_{\lambda a}) \neq \Delta(R_{\lambda a}, R_{\lambda i})$$

d.h. es gilt in Sonderheit für ein System S und seine Umgebung U



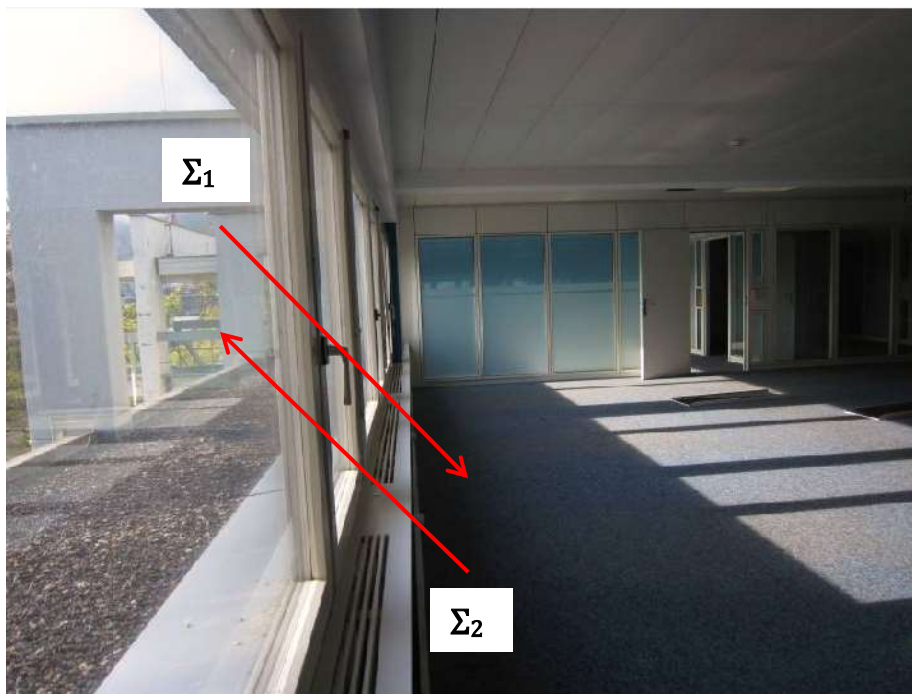
$R[S, U] \neq R[U, S]$ .

Man beachte, daß diese Ungleichung unabhängig vom Standpunkt eines Beobachtersubjektes ist, d.h. wir haben

$$R[S, U] = \left( \begin{array}{cc} S & U \\ & \rightarrow \end{array} \right)$$

$$R[U, S] = \left( \begin{array}{cc} S & U \\ & \leftarrow \end{array} \right) .$$

Für ein zwei Subjekte  $\Sigma_1$  und  $\Sigma_2$  ist also trotz verschiedener Perspektive die Differenz zwischen  $R[U, S]$  und  $R[S, U]$  immer entscheidbar



Albisriederstr. 199, 8047 Zürich.

## Literatur

Toth, Alfred, Das qualitative Dilemma von Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Rand einer Grenze und Grenze eines Randes

1. Während der Begriff des Randes einer Grenze sinnlos ist, ist der dazu konverse Begriff der Grenze eines Randes sinnvoll. Demzufolge ist zwar auch die Unterscheidung zwischen äußerem und innerem Rand einer Grenze sinnlos, aber diejenige zwischen äußerer und innerer Grenze eines Randes ebenfalls sinnvoll. Während in Toth (2013) die Grenze  $G$  lediglich als Teilmenge (z.B. als Punktmenge) eines Randes  $R$ , d.h. durch

$$G \subset R$$

definiert wurde, können wir nun zwischen den beiden Relationen  $G(R)$  und  $(R)G$  unterscheiden.

2. Gegeben sei eine Menge  $S^* = [S, U]$ , dann ist offenbar

$$G(R) = R[S, U]$$

$$(R)G = R[U, S],$$

d.h. es gilt

$$G(R) = (R)G \text{ gdw. } R = \emptyset,$$

denn  $G$  setzt ja die Existenz von  $R$  voraus. Somit gilt in allen anderen Fällen

$$G(R) \neq (R)G \text{ gdw. } R \neq \emptyset,$$

d.h. wenn

$$R[S, U] \neq R[U, S].$$

Führen wir nun einen metrischen Distanzoperator  $\Delta$  (der z.B. über Punktmen- gen operiert), dann kann man den Fall  $R \neq \emptyset$  in zwei Teilfälle differenzieren

$$\Delta[S, U] \neq \Delta[U, S] \rightarrow \exists X. X \notin \Delta[S, U] \vee X \notin \Delta[U, S]$$

$$\Delta[S, U] \neq \Delta[U, S] \rightarrow \exists X. X \subset \Delta[S, U] \vee X \subset \Delta[U, S].$$

Der erste Fall ist somit erfüllt gdw.  $G = R$  gilt, d.h. wenn eine "Grenzlinie" vorliegt. Der zweite Fall ist also erfüllt gdw.  $G \neq R$  gilt, d.h. wenn eine "Grenzfläche" vorliegt.

Man beachte, daß  $\Delta[S, U] \neq \Delta[U, S] \rightarrow \exists X. X \notin \Delta[S, U] \vee X \notin \Delta[U, S]$  natürlich nicht ausschließt, daß  $\exists x. x \in \Delta[S, U] \vee x \in \Delta[U, S]$  (mit  $x \in X$ ) gilt, denn sonst wäre es unmöglich, zwischen äußerer und innerer Grenze zu unterscheiden. Das bedeutet also, daß von Grenzlinie gesprochen wird, gdw. diese (im Gegensatz zur Grenzfläche) keine ontische Belegung zuläßt.

### 3. Grenzflächen

Hierzu gehören außerhalb der Mythologie v.a. die Niemandsländer zwischen adjazenten, aber durch diese Niemandsländer vermittelten Ländern, die keinem der beiden Länder, jedoch auch keinem dritten Land angehören und daher streng genommen die 2-wertige aristotelische logische Basis der in dieser Arbeit vorausgesetzten Differenzierung zwischen äußerer und innerer Grenze suspendieren (vgl. Toth 2015): " 'Und Sie haben keinen Teil am Jenseits?' fragte der Bürgermeister mit gerunzelter Stirne. 'Ich bin', antwortete der Jäger, 'immer auf der großen Treppe, die hinaufführt. Auf dieser unendlich weiten Freitreppe treibe ich mich herum, bald oben, bald unten, bald rechts, bald links, immer in Bewegung' "(Franz Kafka, Der Jäger Gracchus).

### Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Ränder und Grenzen in semiotischen Dualsystemen

1. In Toth (2015) waren ontische Grenzen als Teilmengen von ontischen Rändern definiert worden

$$G \subset R.$$

Für Ränder gelten ferner folgende zwei Möglichkeiten

$$R[A, B] = R[B, A] = \emptyset$$

$$R[A, B] \neq R[B, A] \neq \emptyset.$$

Anders als in der Ontik sind jedoch in der Semiotik Grenzen innerhalb von Rändern in eindeutiger Weise bestimmbar, und zwar vermöge der semiotischen Inklusion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 42).

2. Damit können wir semiotische Grenzen und Ränder für alle 10 peirce-benseschen Dualsysteme bestimmen. Man beachte, daß es die beiden Haupttypen  $G = R$  und  $G \neq R$  und beim ersteren Typ nur ein Dualsystem gibt, das die Kardinalität 3 besitzt, nämlich die bekannte eigenreale, d.h. dualidentische Zeichen-Realitäts-Thematik (vgl. Bense 1992). Es gibt hingegen für  $G = R$  kein Dualsystem mit Kardinalität 2, nur mit Kardinalität 1, und im Falle des zweiten Typus nur Dualsysteme mit Kardinalität 2.

$$DS 1 = \quad (3.1 \quad 2.1 \quad \underline{1.1}) \times \quad (\underline{1.1} \quad 1.2 \quad 1.3)$$

$$G = R = (1.1)$$

$$DS 2 = \quad (3.1 \quad \underline{2.1} \quad \underline{1.2}) \times \quad (\underline{2.1} \quad \underline{1.2} \quad 1.3)$$

$$G \subset R = (1.2 \subset 2.1)$$

$$DS 3 = \quad (\underline{3.1} \quad 2.1 \quad \underline{1.3}) \times \quad (\underline{3.1} \quad 1.2 \quad \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$DS 4 = \quad (3.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.2) \times \quad (2.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.3)$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 5} = (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3})$$

$$G = R = (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 6} = (\underline{3.1} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$\text{DS 7} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.2}) \times (\underline{2.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 8} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 9} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G \subset R = (2.3 \subset 3.2)$$

$$\text{DS 10} = (\underline{3.3} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{3.3})$$

$$G = R = (3.3)$$

### Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Rand einer Grenze und Grenze eines Randes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Semiotische Abhängigkeit von Dualsystemen

1. Bekanntlich stellt innerhalb der Ontik die Objektabhängigkeit eine Invariante dar und kann in dreifacher Gradation, d.h. 0-seitig, 1-seitig oder 2-seitig für jedes Paar von Objekten innerhalb eines n-tupels auftreten (vgl. Toth 2012). Innerhalb der Semiotik hingegen gehört Abhängigkeit nicht zum Katalog der von Bense bestimmten semiotischen Invarianten (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.). In Toth (2015) hatten wir bereits semiotische Abhängigkeit von Subzeichen untersucht und waren zum Schluß gekommen, daß es nur 2-, 3- und 4-seitige Abhängigkeit gibt, sofern man diagonale Semiosen ausschließt.

2. Für das sog. peircsesche Zehnersystem, das besser als bensesches Zehnersystem bezeichnet werden sollte, da die numerische Einführung der Primzeichenrelation auf Bense zurückgeht, ist es bekanntlich so, daß innerhalb des mathematischen Verbandes alle 10 semiotischen Dualsysteme, d.h. also sowohl die Zeichenklassen als auch ihre dualen Realitätsthematiken, in mindestens einem und maximal zwei Subzeichen paarweise miteinander zusammenhängen. Da diese Subzeichen Teilrelationen der eigenrealen, d.h. dual-invarianten Zeichenklasse/Realitätsthematik sind, spricht Bense im Anschluß an Walther vom Zehnersystem als einem determinantensymmetrischen Dualitätssystem, vgl. die folgende Darstellung aus Bense (1992, S. 76).

Zkl	Rth	Rpw																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.1</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.1	1.1	3.1	2.1	1.2	3.1	2.1	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr></table>	1.1	1.2	1.3	2.1	1.2	1.3	3.1	1.2	1.3	9	} Mittel
3.1	2.1	1.1																			
3.1	2.1	1.2																			
3.1	2.1	1.3																			
1.1	1.2	1.3																			
2.1	1.2	1.3																			
3.1	1.2	1.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.2	1.2	3.2	2.2	1.2	3.2	2.2	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr></table>	2.1	2.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	2.2	2.3	10 11	
3.1	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.3																			
2.1	2.2	1.3																			
2.1	2.2	2.3																			
3.1	2.2	2.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.3</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.3	1.3	3.2	2.3	1.3	3.3	2.3	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr></table>	2.1	2.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	2.2	2.3	11 12 13	} Objekt
3.1	2.3	1.3																			
3.2	2.3	1.3																			
3.3	2.3	1.3																			
2.1	2.2	1.3																			
2.1	2.2	2.3																			
3.1	2.2	2.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td></tr></table>	3.1	3.2	1.3	3.1	3.2	2.3	3.1	3.2	3.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td></tr></table>	3.1	3.2	1.3	3.1	3.2	2.3	3.1	3.2	3.3	13 14 15	} Interpretant
3.1	3.2	1.3																			
3.1	3.2	2.3																			
3.1	3.2	3.3																			
3.1	3.2	1.3																			
3.1	3.2	2.3																			
3.1	3.2	3.3																			
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	12	Eigenrealität																		

3. Sobald jedoch Paare von Zeichenklassen aus diesem Verband herausgelöst werden, kann man zwischen 0-seitiger, 1-seitiger, 2-seitiger und 3-seitiger semiotischer Abhängigkeit unterscheiden. Es gibt somit im Gegensatz zur Ontik ein 4-stufiges und kein 3-stufiges Gradationssystem von semiotischer Abhängigkeit.

### 3.1. Beispiele für 0-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.2, 2.2, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.1)

(3.2, 2.2, 1.2)      (3.3, 2.3, 1.3)      (3.3, 2.3, 1.3)

### 3.2. Beispiele für 1-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.2)      (3.1, 2.2, 1.3)      (3.1, 2.2, 1.2)

### 3.3. Beispiele für 2-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.1)

(3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.3)      (3.1, 2.1, 1.3)

### 3.4. Beispiele für 3-seitige semiotische Abhängigkeit

Hier gibt es nur den Fall der semiotischen Selbstabhängigkeit, der formal direkt aus der Eigenschaft der Dualinvarianz der Eigenrealität folgt

(3.1, 2.2, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.3).

Nimmt man neben dieser die Nebendiagonale der Kleinen Matrix bildenden Zeichenklasse auch die Zeichenrelation, welche deren Hauptdiagonale bildet, hinzu, ergibt sich ferner

(3.3, 2.2, 1.1)

(3.3, 2.2, 1.1),

d.h. die von Bense (1992) so genannte Kategorienklasse.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

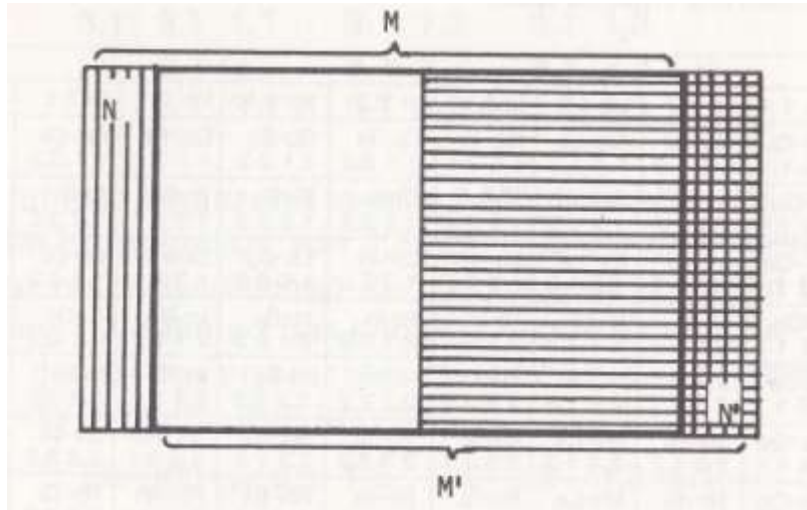
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012



## Benses "Grundfigur des ästhetischen Zustandes"

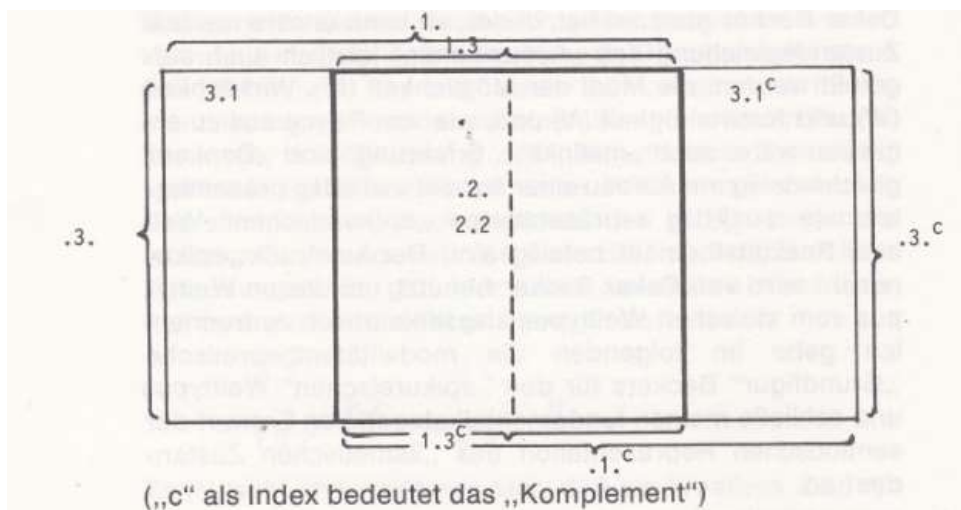
1. In seinem Buch "Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen" gab Bense (1979, S. 101) die von seinem mathematischen Lehrer Oskar stammende "modalitätentheoretische Grundfigur des epikuräischen Welttypus"



wieder und transformierte sie, wie im folgenden aus Bense (1979, S. 102) reproduziert, zur "Grundfigur des ästhetischen Zustandes", die durch das "eigenreale", dualinvariante semiotische Dualsystem

$$DS = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

repräsentiert wird (vgl. Bense 1992)



2. Wie zuletzt in Toth (2016) gezeigt, kann man durch Anwendung eines Einbettungsoperators

$$E: \quad x \rightarrow [x]$$

die logische Basisdichotomie

$$L = [0, 1]$$

in ein Quadrupel von L-Relationen

$$E \rightarrow L =$$

$$[0, [1]] \quad [[1], 0]$$

$$[[0], 1] \quad [1, [0]]$$

transformieren, in denen die beiden logischen Werte 0 und 1 erstens an beiden logischen Positionen und zweitens sowohl eingebettet als auch nicht-eingebettet aufscheinen. Setzt man, wie in der klassischen aristotelischen Logik üblich, als Wahrheitswerte

$$0 = W$$

$$1 = F$$

ein, so bekommt man also

$$[W, [F]] \quad [[F], W]$$

$$[[W], F] \quad [F, [W]],$$

d.h. es gibt zwar immer noch die funktional nicht-abhängigen Wahrheitswerte W und F an allen logischen Positionen, aber sie treten nun ebenfalls als funktional abhängige Wahrheitswerte der beiden Formen

$$W = f(F)$$

$$F = f(W)$$

auf. Das bedeutet, daß wir es hier nicht nur, wie in der klassischen Logik, mit objektiven Objekten und subjektiven Subjekten zu tun haben, sondern daß wir

vermöge des Einbettungsoperators E nun auch die beiden "gemischten" erkenntnistheoretischen Funktionen des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes bekommen, wie sie sich aus der folgenden erkenntnistheoretischen Matrix, darin O für Objekt und S für Subjekt stehen, ablesen lassen

	O	S
O	oO	oS
S	sO	sS.

Dadurch erhalten wir ein weiteres Beispiel für die Becker-Bense-Grundfiguren,

oO	sO	sS
	oS	

d.h. es gibt nun trotz Beibehaltung der logischen Zweiwertigkeit eine Vermittlung zwischen  $oO = O = 0$  und  $sS = S = 1$ , nämlich  $O = f(S)$  und  $S = f(O)$ .

### Literatur

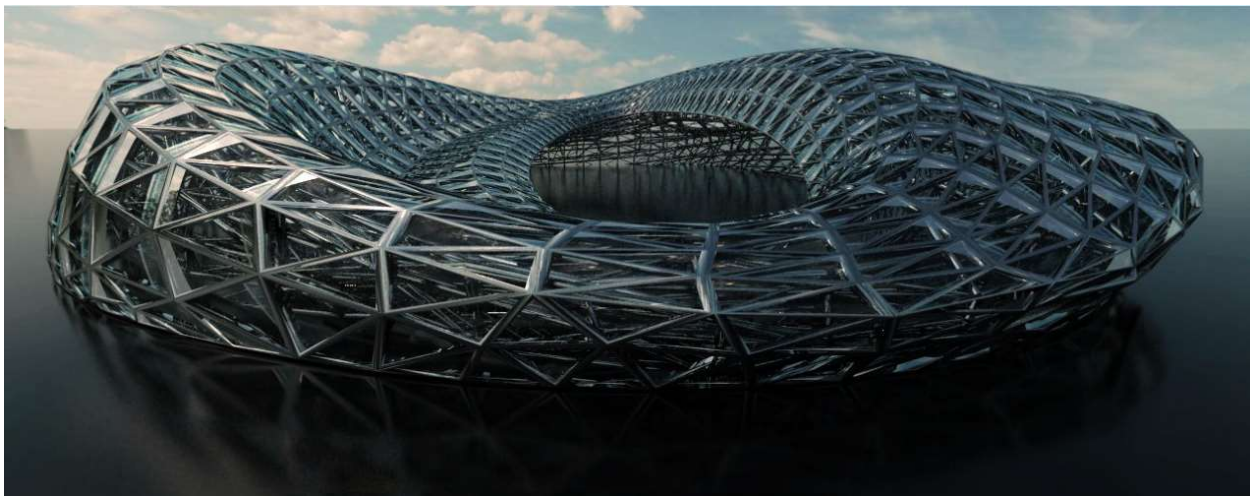
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Jenseits von Wahr und Falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

## Die semiotische Struktur des Transit-Korridors

1. In Toth (2006) hatte ich die qualitativ-mathematischen Grundlagen des Transit-Korridors darzustellen versucht. Zahlreiche Einzelaufsätze folgten später, doch mir war seinerzeit kein Torus-Modell bekannt, welches der semiotischen Struktur des Transit-Korridors auch nur nahe gekommen wäre. Obwohl mir leider die Quelle dieses mir zugesandten und nachstehend reproduzierten Bildes unbekannt ist, liegt nun ein perfektes ontisches Modell vor, welches die mathematischen Eigenschaften des semiotischen Transit-Korridors aufweist.



2. Um die Struktur dieses ontischen Modelles anhand der Semiotik aufzuzeigen, ist es natürlich nötig, auf Benses letztes Buch (vgl. Bense 1992) zurückzukommen, worin die Eigenrealität durch das dualinvariante Dualsystem

$$DS(ER) = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

und die Kategorienrealität durch das nicht-dualinvariante, jedoch spiegelsymmetrische Dualsystem

$$DS(KR) = [3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3],$$

definiert und einschließlich des transformatorischen Zusammenhangs von  $DS(ER)$  und  $DS(KR)$  ausführlich dargelegt worden waren.

2. Es genügt allerdings nicht, von der in Bense (1975, S. 37) eingeführten kleinen semiotischen Matrix auszugehen, denn diese enthält zwar selbstver-

ständig die beiden semiotischen Diagonalen, aber nicht den Zusammenhang zwischen ihnen auf der Ebene der Subzeichen bzw. Subrealitäten. Hingegen bietet sich die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix an. Im folgenden (schiefen und in die Anfänge der Scanner der 1980er Jahre zurückgehenden) Modell sind alle Paare von Subzeichen gelb markiert, welche Subzeichen der Form  $SZ \subset (DS(ER) \cup DS(KR))$  enthalten.

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

Wie man erkennt, sind der obere und der untere Teil der Matrix asymmetrisch; die entsprechenden zwei Positionen von Paaren von Subzeichen wurden von mir seinerzeit rot umrandet. Diese beiden Positionen sind also Subzeichen, für die gilt  $SZ \not\subset (DS(ER) \cup DS(KR))$ , und ihnen entsprechen im ontischen Torus-Modell die beiden Verschlingungsebenen. Man beachte dabei den

mathematischen Zusammenhang zwischen Torus und Möbiusband. Das letztere hatte Bense (1992) ja im Zusammenhang mit der kleinen semiotischen Matrix bereits selbst als topologisches Modell benutzt. Der Transit-Korridor ist somit nichts anderes als der dem 2-dimensionalen Möbiusband semiotisch korrespondierende 3-dimensionale Torus-Raum.

### **Literatur**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2006

## Partitionen der semiotischen Matrix durch die qualitative Arithmetik

1. Wie in Toth (2015a-c) und zahlreichen weiteren Arbeiten zur qualitativen Arithmetik gezeigt wurde, kennen ortsfunktionale Zahlen im Gegensatz zu Peanozahlen die drei zweidimensionalen Zählweisen der Adjazenz, der Subjazenz und der Transjazenz. Im folgenden wird gezeigt, daß man durch diese drei Zählweisen die von Bense (1975, S. 37) eingeführte kleine semiotische Matrix partitionieren kann.

### 2. Adjazente Matrix-Partition

Adjazent sind in der semiotischen Matrix genau die Trichotomien, d.h. wir bekommen

1.1 1.2 1.3,

2.1 2.2 2.3,

3.1 3.2 3.3.

### 3. Subjazente Matrix-Partition

Subjazent sind in der semiotischen Matrix genau die Triaden, d.h. wir bekommen

1.1 2.1 3.1

1.2 2.2 2.3

1.3 2.3 3.3.

### 4. Transjazente Matrix-Partition

Transjazent sind in der semiotischen Matrix die beiden Diagonalen, d.h. die hauptdiagonale Kategorienklasse und die nebendiagonale Eigenrealitätsklasse.

3.3 2.2 1.1

3.1 2.2 1.3.

## 5. Kombinierte Matrix-Partitionen

### 5.1. Adjazent-subjazente Partitionen

1.1 1.2            1.1 1.2            1.2 1.3            1.2 1.3

2.1                    2.2            2.2                    2.3

2.1 2.2            2.1 2.2            2.2 2.3            2.2 2.3

3.1                    3.2            3.2                    3.3

### 5.2. Subjazent-transjazente Partitionen

1.1                    1.3

2.1 2.2            2.2 2.3

3.1                    3.3

### 5.3. Adjazent-transjazente Partitionen

1.1 1.2 1.3            2.1 2.2 2.3

2.2                    3.2

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c



## Notation semiotischer Dualsysteme mit qualitativen Morphismen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2016) für die Raumsemiotik eingeführten qualitativen Arithmetik sowie dem folgenden vollständigen System aller  $3^3 = 27$  über der allgemeinen Form von semiotischen Dualsystemen

$$DS = [3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]$$

mit  $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

konstruierbaren triadischen Relationen. Man beachte, daß hier die Ordnung

$$x \preceq y \preceq z,$$

durch welche die "regulären" zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert werden, nicht verlangt wird.

$$DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 4 = [3.1, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 7 = [3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

---

$$DS 10 = [3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 11 = [3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]$$

$$\text{DS 12} = [3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]$$

$$\text{DS 13} = [3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 14} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 15} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 16} = [3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 17} = [3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 18} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

-----

$$\text{DS 19} = [3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 20} = [3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 212} = [3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 223} = [3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 23} = [3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 24} = [3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 25} = [3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 26} = [3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 27} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

2. Im folgenden benutzen wir die drei qualitativen Zählweisen, d.h. die adjazente, subjazente und transjazente, um die "regulären" Dualsysteme innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix darzustellen. Da in semiotischen Dualsystemen nur die x, y und z variabel sind, ergibt sich eine maximal redundanzfreie Notation jedes Dualsystems mit Hilfe von qualitativen Morphismen. Als Zeichen für adjazente Abbildungen wird "→", als Zeichen für

subjazente Abbildungen wird "↑", und als Zeichen für transjazente Abbildungen wird "↗" verwendet.

$$2.1. DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

1.1	∅	∅		1.1	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	∅	∅	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 1 = [.1↑] \times [1.→]$$

$$2.2. DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

∅	1.2	∅		∅	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	2.1	∅	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 2 = [.1↑, .2↗] \times [2.↗, 1.→]$$

$$2.3. DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

∅	∅	1.3		∅	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	∅	∅	∅
3.1	∅	∅		3.1	∅	∅

$$DS 3 = [.1↑, .3↗] \times [3.↗, 1.→]$$

$$2.4. DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

∅	1.2	∅		∅	∅	1.3
∅	2.2	∅	×	2.1	2.2	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 5 = [.1\swarrow, .2\uparrow] \times [2.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.5. DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	1.3
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	$\emptyset$	2.2	$\emptyset$
3.1	$\emptyset$	$\emptyset$		3.1	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 6 = [.1\swarrow, .2\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\swarrow]$$

$$2.6. DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	1.3
$\emptyset$	$\emptyset$	2.3	$\times$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
3.1	$\emptyset$	$\emptyset$		3.1	3.2	$\emptyset$

$$DS 9 = [.1\swarrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.7. DS 14 = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$\emptyset$	1.2	$\emptyset$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	2.1	2.2	2.3
$\emptyset$	3.2	$\emptyset$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 14 = [.2\uparrow] \times [2.\rightarrow]$$

$$2.8. DS 15 = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	$\emptyset$	2.2	2.3
$\emptyset$	3.2	$\emptyset$		3.1	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 15 = [.2\uparrow, .3\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\rightarrow]$$

$$2.9. DS 18 = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

$$\begin{array}{cccccc} \emptyset & \emptyset & 1.3 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2.3 & \times & \emptyset & \emptyset & 2.3 \\ \emptyset & 3.2 & \emptyset & & 3.1 & 3.2 & \emptyset \end{array}$$

$$DS 18 = [.2\uparrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 2.\uparrow]$$

$$2.10. DS 27 = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

$$\begin{array}{cccccc} \emptyset & \emptyset & 1.3 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2.3 & \times & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 3.3 & & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$DS 27 = [.3\uparrow] \times [3.\rightarrow]$$

Man beachte also, daß einzig die Notation in qualitativen Morphismen des selbstdualen semiotischen Systems (vgl. dazu Bense 1992) nicht-symmetrisch ist, während sie, in quantitativen Morphismen dargestellt, natürlich symmetrisch ist, denn es ist ja

$$\times[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.3, 1.3] =$$

$$\times[\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha] = [\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha].$$

Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß Identität eine rein quantitative Hypostase ist, d.h. qualitativ nicht vorkommt, es sei denn als Selbstidentität. Dies ist aber bei vorausgesetzter Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt unmöglich, es sei denn, mit der Differenz beider falle die Semiotik in sich zusammen.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

## Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen

1. Bekanntlich ist das dualsymmetrische, durch die Eigenrealitätsklasse determinierte sog. peirce-bensesche Zehnersystem

Zkl		Rth	Rpw	
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 2.1 1.1		1.1 1.2 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>	9	} Mittel
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 2.1 1.2		2.1 1.2 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>	10	
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 2.1 1.3		3.1 1.2 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>	11	
3.1 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 1.2		2.1 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 1.3	11	} Objekt
3.2 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 1.2		2.1 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 2.3	12	
3.2 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 1.3		3.1 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.2</span> 2.3	13	
3.1 2.3 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>		<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 3.2 1.3	13	} Interpretant
3.2 2.3 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>		<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 3.2 2.3	14	
3.3 2.3 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.3</span>		<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3.1</span> 3.2 3.3	15	
3.1 2.2 1.3		3.1 2.2 1.3	12	Eigenrealität

(vgl. Bense 1992, S. 76) nur ein Ausschnitt aus der Gesamtmenge der über  $S = (3.x, 2.y, 1.z)$  mit  $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$  erzeugbaren  $3^3 = 27$  semiotischen Relationen, die, vermöge der bereits durch Bense (1975) eingeführten Dualitätsoperation, in zweifacher Form, nämlich als eine die Subjektposition kodierende Zeichenklasse und eine die Objektposition kodierende Realitätsklasse, aufscheint.

2. Während im semiotischen 10er-System nur die drei Zeichenklassen, deren Realitätsklassen homogene entitatische Realitäten thematisieren, paarweise vollständig Nullstellen aufweisen, d.h.

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset,$$

weisen die  $(27 \text{ mal } 26 / 2) = 351$  möglichen Paarrelationen des vollständigen semiotischen 27er-Systems zahlreiche Nullstellen, d.h. semiotische Diskonne-

xitäten, auf, deren Struktur, Verteilung und semiotische Relevanz bislang überhaupt nicht entdeckt, geschweige denn untersucht worden ist. Im vorliegenden ersten Teil unserer Untersuchungen zu Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen geben wir das System in generativ-semiosischer Ordnung aller 351 Paare wieder.

### 2.1. Semiotische Konnexionen zwischen DS(1) und DS(n) mit $n > 1$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(3) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$



$$\begin{array}{rcl}
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(1)} & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(1) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(1) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(1) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(1) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(1) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.2. Semiotische Konnexionen zwischen DS(2) und DS(n) mit $n > 2$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$



$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.3. Semiotische Konnexionen zwischen DS(3) und DS(n) mit $n > 3$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

#### 2.4. Semiotische Konnexionen zwischen DS(4) und DS(n) mit $n > 4$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.5. Semiotische Konnexionen zwischen DS(5) und DS(n) mit $n > 5$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.6. Semiotische Konnexionen zwischen DS(6) und DS(n) mit $n > 6$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(6) & = & 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.7. Semiotische Konnexionen zwischen DS(7) und DS(n) mit $n > 7$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.8. Semiotische Konnexionen zwischen DS(8) und DS(n) mit $n > 8$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$



$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.9. Semiotische Konnexionen zwischen DS(9) und DS(n) mit $n > 9$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.10. Semiotische Konnexionen zwischen DS(10) und DS(n) mit $n > 10$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.11. Semiotische Konnexionen zwischen DS(11) und DS(n) mit $n > 11$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.12. Semiotische Konnexionen zwischen DS(12) und DS(n) mit $n > 12$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$



### 2.13. Semiotische Konnexionen zwischen DS(13) und DS(n) mit $n > 13$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

#### 2.14. Semiotische Konnexionen zwischen DS(14) und DS(n) mit $n > 14$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.15. Semiotische Konnexionen zwischen DS(15) und DS(n) mit $n > 15$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.16. Semiotische Konnexionen zwischen DS(16) und DS(n) mit $n > 16$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.17. Semiotische Konnexionen zwischen DS(17) und DS(n) mit $n > 17$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.18. Semiotische Konnexionen zwischen DS(18) und DS(n) mit $n > 18$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.19. Semiotische Konnexionen zwischen DS(19) und DS(n) mit $n > 19$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.20. Semiotische Konnexionen zwischen DS(20) und DS(n) mit $n > 20$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$



$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

### 2.21. Semiotische Konnexionen zwischen DS(21) und DS(n) mit $n > 21$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

## 2.22. Semiotische Konnexionen zwischen DS(22) und DS(n) mit $n > 22$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

### 2.23. Semiotische Konnexionen zwischen DS(23) und DS(n) mit $n > 23$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.24. Semiotische Konnexionen zwischen DS(24) und DS(n) mit $n > 24$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

### 2.25. Semiotische Konnexionen zwischen DS(25) und DS(n) mit $n > 25$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

### 2.26. Semiotische Konnexionen zwischen DS(26) und DS(n) mit $n > 26$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## **Literatur**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

## Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen

1. Bekanntlich ist das dualsymmetrische, durch die Eigenrealitätsklasse determinierte sog. peirce-bensesche Zehnersystem (vgl. Bense 1992, S. 76) nur ein Ausschnitt aus der Gesamtmenge der über  $S = (3.x, 2.y, 1.z)$  mit  $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$  erzeugbaren  $3^3 = 27$  semiotischen Relationen, die, vermöge der bereits durch Bense (1975) eingeführten Dualitätsoperation, in zweifacher Form, nämlich als eine die Subjektposition kodierende Zeichenklasse und eine die Objektposition kodierende Realitätsklasse, aufscheint. Während im semiotischen 10er-System nur die drei Zeichenklassen, deren Realitätsklassen homogene entitatische Realitäten thematisieren, paarweise vollständig Nullstellen aufweisen, d.h.

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset,$$

weisen die  $(27 \text{ mal } 26 / 2) = 351$  möglichen Paarrelationen des vollständigen semiotischen 27er-Systems zahlreiche Nullstellen, d.h. semiotische Diskonnektitäten, auf, deren Struktur, Verteilung und semiotische Relevanz bislang überhaupt nicht entdeckt, geschweige denn untersucht worden ist. Im Anschluß an unsere Untersuchungen zu Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen (vgl. Toth 2016) geben im folgenden die Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen für alle 351 Paare wieder.

### 2.1. Einfache semiotische Nullstellen

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(3) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(7) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$



$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(6) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(7) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

## 2.2. Doppelte semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(6) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$



$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

### 2.3. Dreifache semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(1)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$



$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$



$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(12)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(12)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(13)} & = & 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(13)} & = & 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS(13)} & = & 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccccc}
 \text{DS(18)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\
 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
 \text{DS(23)} & = & 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3
 \end{array}$$

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

## Neben- und hauptdiagonale semiotische Transjanzenz

1. Die folgende Tabelle aus Bense (1992, S. 76) zeigt das von Walther (1982) entdeckte determinantentensymmetrische Dualitätssystem.

Zkl		Rth	Rpw	
3.1	2.1	1.1	9	} Mittel
3.1	2.1	1.2	10	
3.1	2.1	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	11	} Objekt
3.2	2.2	1.2	12	
3.2	2.2	1.3	13	
3.1	2.3	1.3	13	} Interpretant
3.2	2.3	1.3	14	
3.3	2.3	1.3	15	
3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

Es besagt, daß die dualinvariante Zeichenklasse, die somit mit ihrer Realitätsthematik identisch ist, in mindestens einem und höchstens zwei Subzeichen mit jeder Zeichenklasse und jeder Realitätsthematik des Systems der 10 peircenseschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken zusammenhängt. Diese Eigenschaft bewog Bense bekanntlich, in der nebendiagonalen Determinanten der kleinen semiotischen Matrix die Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik des Zeichens selbst zu sehen und deren Eigenschaft als semiotische Eigenrealität zu bestimmen.

2. Daß die hauptdiagonale Diskriminante nicht die gleichen Eigenschaften aufweist, wurde in Toth (2008) bewiesen. Das bedeutet somit, daß es kein diskriminantensymmetrisches Dualsystem gibt, insofern die Hauptdiagonale der kleinen semiotischen Matrix nicht mit jeder Zeichenklasse auch nur in einem Subzeichen zusammenhängt. Diese Asymmetrie zwischen determinanter Nebendiagonale und diskriminanter Hauptdiagonale zeigt sich auch in der ortsfunktionalen, d.h. qualitativ-arithmetischen Eigenschaft der Transjanzenz,

denn beide semiotischen Diagonalen stellen transjazente Zählstrukturen dar (vgl. Toth 2015).

## 2.1. Nebendiagonale Transjazenz

<b>3.1</b>	2.1, 2.2, 2.3	1.1, 1.2, 1.3
<b>2.2</b>	3.1, 3.2	1.2, 1.3
<b>1.3</b>	3.1, 3.2, 3.3	2.1, 2.2, 2.3

## 2.2. Hauptdiagonale Transjazenz

<b>1.1</b>	3.1	2.1
<b>2.2</b>	3.1, 3.2	1.2, 1.3
<b>3.3</b>	2.3	1.3

Wie man leicht erkennt, sind die beiden transjazenten Darstellungen der Eigen- und der Kategorienrealität relativ zu den zu Zeichenklassen kombinierbaren Subzeichen weder symmetrisch noch komplementär.

## Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Die homöostatische Funktion von Eigenrealität und Kategorienrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20



## Objekte, Zeichen und Zahlen

1. Wir benutzen Objekte wie z.B. Kleider, Besen und Autos, wir kommunizieren in Zeichen, weil man nur mit Zeichen kommunizieren kann, und wir rechnen, indem wir etwa unser Geld zählen oder ausrechnen, wieviel Rente wir nach der Pensionierung bekommen. Die drei Entitäten Objekte, Zeichen und Zahlen dürften damit die drei grundlegenden Entitäten überhaupt sein, und alle weiteren Kategorien sind von ihnen abgeleitet. So ist etwa die Substanz ein Teil von Objekten, Relationen sind Beziehungen zwischen Objekten (zu denen auch die Subjekte gehören), Zahlen oder Zeichen. Ich plädiere hier also für drei neue "Fundamentalkategorien" als Substitute der von Peirce eingeführten, die klassischen Kategorientafeln reduzierenden Kategorien der Mittelrealität, der Objektrealität und der Interpretantenrealität. Daß es sich hier nicht um "fundamentale" Kategorien handeln kann, müßte eigentlich bereits Peirce bemerkt haben, denn die Mittelrealität ist sowohl in der Objekt- als auch in der Interpretantenrealität eingeschlossen, und die Objektrealität ist in der Interpretantenrealität eingeschlossen. Wie ferner Bense (1979, S. 53 u. 67) mit Hilfe der Kategorietheorie bewiesen hatte, enthält sich die triadische Zeichenrelation im ebenfalls triadischen Interpretantenbezug selbst (sonst wäre das Zeichen nicht autoreproduktiv und das peircesche Dualsystem wäre nicht vermöge Eigenrealität determinantensymmetrisch). Bereits bei Peirce gibt es also streng genommen nur eine einzige unserer drei vorgeschlagenen Fundamentalkategorien, nämlich diejenige des Zeichens selbst.

2. Die Vorstellung, daß die Semiotik ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes Universum bildet (vgl. Bense 1983), wurde bereits von Bense selbst an zahlreichen Stellen seines Frühwerkes widerlegt. So liest man bereits 1971: "Schließlich stellen Grenzpfähle und Grenzwege, Schlagbäume bzw. Niemandlandstreifen iconische Differenziations- und Vermittlungszeichen zwischen zwei (staatlichen) Situationssystemen dar, denn als Berührungszonen gehören Grenzphänomene zu beiden Situationssystemen, d.h. jeder Grenzpunkt gehört zugleich auch jedem begrenzten Gebiet an und hat als bezeichnendes Zeichen mit seinem Objekt übereinstimmende Merkmale" (Bense 1971, S. 87). Das bedeutet also, daß es zwischen Objekt und Zeichen ein Tertium datur gibt, d.h. einen Rand, der zwar tatsächlich leer sein kann – im

Falle von Arbitrarität -, der aber auch nicht-leer sein kann, wie in Benses Beispiel der Niemandsländstreifen, der sich somit als Menge von Partizipationsrelationen zwischen den Paaren der ihm angrenzenden Gebiete entpuppt. Dasselbe gilt für die Ontik selbst: Ein Zaun, der eine Wiese in zwei separate Teilwiesen trennt, liegt nicht im Nirgendwo und gehört auch nicht einer der beiden Wiesen an, sondern beiden gleichzeitig, d.h. er partizipiert an beiden von ihm getrennten Wiesen – damit aber trennt er diese nicht nur, sondern verbindet sie gleichzeitig.

3. Die den drei fundamentalen Entitäten Objekt, Zeichen und Zahl zugehörigen Wissenschaften sind die Ontik (Objekttheorie), die Semiotik (Zeichentheorie) und die Mathematik (die man entweder auf der Zahl, der Menge oder der Kategorie als Basisbegriff fundieren kann). Während jedoch die Mathematik seit Jahrhunderten an unseren Universitäten durch Lehrstühle und weitere Stellen fest institutionalisiert ist, fristet die Semiotik heute allenfalls noch als eine besondere Form der Hermeneutik ein Schattendasein innerhalb der Literaturwissenschaft einerseits und innerhalb der Architektur andererseits. Die Ontik ist überhaupt nicht vertreten, und in diesem Falle liegt die Schuld bei der Semiotik peircescher Provenienz, die behauptet, wir könnten "Realität" nicht anders als durch Zeichen wahrnehmen. In Wahrheit ist aber ein wahrgenommenes Objekt noch kein Zeichen, denn die thetische Setzung von Zeichen bedingt einen willentlichen Akt, die Wahrnehmung von Objekten geschieht aber unwillentlich. Wahrgenommene Objekte sind subjektive Objekte (da sie ja nur von Subjekten wahrgenommen werden können), Zeichen aber sind objektive Subjekte (da sie ja nur von Subjekten auf Objekte abgebildet werden können). Statt der primitiven aristotelischen logischen Dichotomie von Objekten und Zeichen bzw. Objekten und Subjekten sollte man also eine Logik konstruieren, die von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten ausgeht. Erst eine solche Logik wäre mit der Trias von Objekten, Zeichen und Zahlen und dadurch mit Ontik, Semiotik und Mathematik kompatibel.

4. Die übrigen Wissenschaften sind folglich von Ontik, Semiotik und Mathematik abgeleitet. Es besteht somit eine ähnliche Situation wie sie die Bourbakis in der Mathematik geschaffen haben, indem sie alle mathematischen Einzeldisziplinen aus Kombinationen von Algebra, Ordnungstheorie und Topologie

abgeleitet eingeführt hatten. Daß wir heute soweit sind, daß wir Fächer wie "Umweltnaturwissenschaften" haben, die alleine auf praktische Zwecke hin zusammengeschustert sind aus Fragmenten von zahlreichen und selbst wiederum abgeleiteten Wissenschaften, deren Grundlagen die Studierenden gar nicht nachvollziehen können, läßt sich mit einem Koch vergleichen, der keine Ahnung von der Herstellung der von ihm verwendeten Grundprodukte hat. Jemand, der nur weiß, wie man Fertigprodukte hantiert, versteht damit auch nicht, was er überhaupt tut. Erkenntnis und nicht Kenntnis ist aber der Zweck aller Wissenschaft – und selbst der Gebiete, die zu den Nicht-Wissenschaften gehören. An der Misere nicht nur der deutschen, sondern der internationalen Wissenschaft wird sich also nichts ändern, bevor nicht nur die Mathematik, sondern auch die Semiotik und die Ontik durch Lehrstühle institutionalisiert werden und Studenten aller abgeleiteten Fächer wenigstens deren Grundlagen vermittelt werden. Man kann in der Fächertrias von Ontik, Semiotik und Mathematik somit eine neue Kybernetik sehen, welche, jenseits des Geschwätzes der sog. inter- und transdisziplinären Wissenschaft angesiedelt, eine gemeinsame formal-abstrakte Basis nicht nur aller abgeleiteten Einzelwissenschaften, sondern durch Systeme von Isomorphismen die zwischen Ontik, Semiotik und Mathematik bestehenden Zusammenhänge liefert.

### **Literatur**

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

## Eine imaginäre Zeichenrelation

1. Bekanntlich steht bei de Saussure: "Die Sprache ist sozusagen eine Algebra, die nur komplexe Termini enthält" (1967, S. 146). Helmar Frank hatte sogar die These vertreten, das Zeichen sei eine komplexe Funktion, die zu einem imaginären und einem reellen Grenzwert konvergiere (vgl. dazu Toth 2013). Die Idee einer imaginären Zeichenrelation scheint mir besser zu passen, denn das Zeichen ist seiner Natur nach eine Kopie des realen und damit auch reellen Objektes, mit dem es durch Referenz verbunden ist. Man könnte somit die Semiotik als imaginäre Gegenwelt der reellen Ontik bestimmen.

2. Wir gehen aus von den durch Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Zeichenzahlen, von Bense etwas unglücklich als Primzeichen bezeichnet

$$Z_{re} = (1, 2, 3)$$

und ersetzen diese reelle durch die folgende imaginäre Zeichenzahlenrelation

$$Z_{im} = (1, i, -1).$$

Damit können wir folgende neue semiotische Matrix konstruieren

	1	i	-1
1	1	i	-1
i	i	-1	-i
-1	-1	-i	1.

Wie man erkennt, bestehen sowohl die Determinante als auch die Diskriminante der Matrix ausschließlich aus reellen Zeichenzahlen. Es gibt also offenbar weder eine Eigenrealität noch eine Kategorienrealität der Imaginarität.

3. Weil die über  $Z_{im}$  im Gegensatz zu der über  $Z_{re}$  konstruierten Matrix in Bezug auf die Matrixeinträge redundant ist, ist es möglich, über  $Z_{im}$  folgende drei kategorialen Identifikationen zu konstruieren.

3.1.  $(1 \equiv i) = (M \equiv 0)$

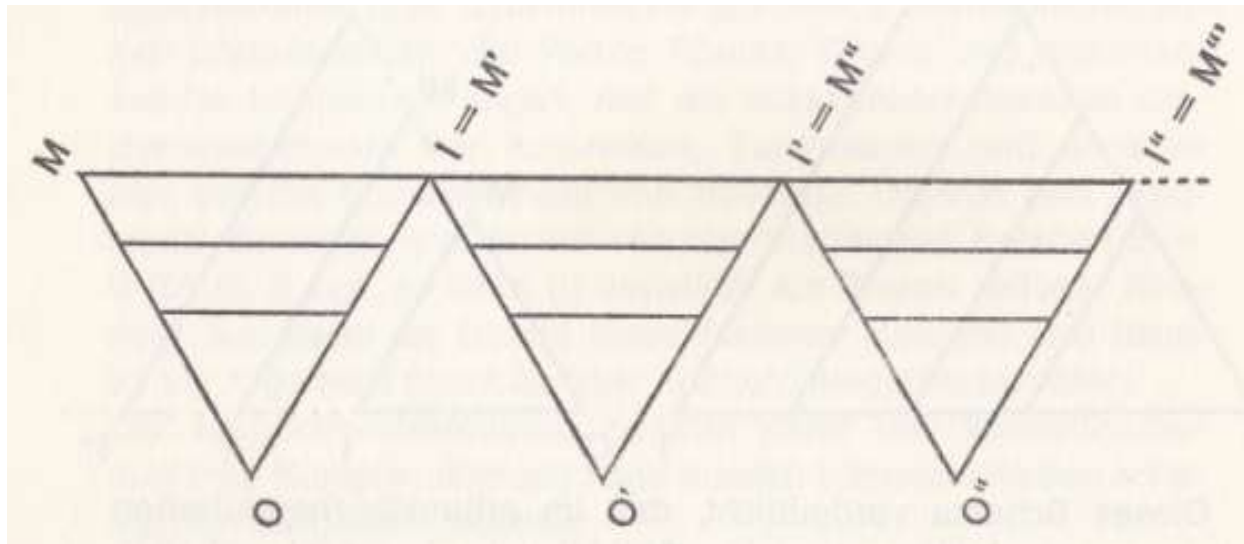
Natürliche Zeichen, Anzeichen, Symptome, Signale, Spuren, Reste.

3.2.  $(i \equiv -1) = (0 \equiv I)$

Sprecher-Hörer-Union, Kommunikationstheorie (Informationstheorie).

3.3.  $(1 \equiv -1) = (M \equiv I)$

Allein diese kategoriale Identifikation taucht in Benses Werk auf, und zwar seit Bense (1971, S. 54) in Form des Superisationsschemas



Literatur

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

## Bijektion der imaginären und der reellen semiotischen Dualsysteme

1. In Toth (2016) hatten wir eine imaginäre Zeichenrelation der Form

$$Z = (-1, i, 1)$$

definiert, welche die reelle Zeichenrelation, die Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführt hatte, ersetzen könnte, zumal sich de Saussure (1967, S. 146), Frank (2001) und Toth (2013) für die Imaginarität der Zeichenrelation ausgesprochen hatten.

Die zu Z gehörige Matrix ist

	-1	i	1
-1	1	-i	-1
i	-i	-1	i
1	-1	i	1,

2. Im folgenden gehen wir von den dualen Realitätsthematiken der zehn peirceschen Zeichenklassen aus und transformieren sie durch die ebenfalls primen Zeichenzahlen von Z. Diese werden so geordnet, daß die ersten Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied -1 ist, deren zweite Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied -i ist, und deren dritte Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied 1 ist.

$$3.1 \ 1.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, -i, -1$$

$$3.1 \ 2.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, -1, -1$$

$$3.1 \ 2.2 \ 2.3 \quad \rightarrow \ -1, -1, i$$

$$3.1 \ 3.2 \ 2.3 \quad \rightarrow \ -1, i, i$$

$$3.1 \ 3.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, i, -1$$

2.1 2.2 1.3 → -i, -1, -1

2.1 1.2 1.3 → -i, -i, -1

2.1 2.2 2.3 → -i, -1, i

1.1 1.2 1.3 → 1, -i, -1

Obwohl zur ersten Gruppe von Tripel gehörig, nimmt

3.1 3.2 3.3 → -1, i, 1 = Z

eine Sonderstellung ein, denn der vollständige Interpretantenbezug fällt in der Notation mit imaginären Primzeichenzahlen mit der Definition des Zeichens zusammen. Man beachte, daß dies bei der imaginären Korrespondenz der Eigenrealitätsklasse 3.1 2.2 1.3 → -1, -1, -1 nicht der Fall ist.

Wie man sogleich erkennt, folgt trotz der "Redundanz" der imaginären Zahlenwerte in der Matrix die Bijektion der imaginären und der reellen Realitäts-thematiken, dadurch vermöge Dualität auch die Bijektion imaginärer und reeller Zeichensystemen und somit der imaginären und der reellen semiotischen Dualsysteme.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge 13/14 (Hermannstadt), 2001 (Festschrift für Horst Schuller), S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Toth, Alfred, Eine imaginäre Zeichenrelation I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016



## Die qualitative Zahl des Zeichens

1. Es gibt zwei völlig verschiedene Ansätze einer semiotischen Mathematik von Max Bense, die, wenn ich recht sehe, sogar dem Großteil seiner Studenten entgangen ist.

1.1. Die Konzeption einer quantitativen semiotischen Mathematik, die etwas bekannter ist, weil sie Bense nicht nur in (1975, S. 168 ff.), sondern auch in seinem Nachweis, daß Peirce die Peano-Axiome vorweggenommen hatte (vgl. Bense 1983, S. 192 ff.), vorgebracht hatte. Darin wird gezeigt, daß man das Zeichen als triadische Relationen mit Hilfe der Peano-Axiome einführen kann. Die Kulmination dieser Vorstellung des Zeichens als quantitativer Zahl stellt dann Benses letztes Werk dar, der Nachweis, daß das semiotische eigenreale Dualsystem auch die "Zahl" selbst repräsentiert (vgl. Bense 1992).

1.2. Die Konzeption einer qualitativen semiotischen Mathematik, die sich hinter der erst 1980 eingeführten Relation der Primzeichen verbirgt (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Darin nimmt Bense folgende Abbildungen zwischen den Zeichenzahlen und ihren Qualitäten vor, die wir hier in der Form von Sätzen formulieren.

1.2.1. Qualitäten (1) werden kardinal gezählt.

1.2.2. Objekte (2) werden ordinal gezählt.

1.2.3. Konnexe (3) werden relational gezählt.

Die Qualitäten machen in Peirces Einführung des Zeichens den Mittelbezug des Zeichens aus, es wird zwischen reinen, singulären und gesetzmäßig verwendeten Qualitäten unterschieden.

Die Objekte machen in Peirces Einführung des Zeichens den Objektbezug des Zeichens aus, es wird zwischen abbildenden, hinweisenden und arbiträren Objekten unterschieden.

Die Konnexe machen in Peirces Einführung des Zeichens den Interpretantenbezug des Zeichens aus, es wird zwischen offenen, abgeschlossenen und vollständigen Konnexen unterschieden.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß alle drei Entitäten, d.h. Qualitäten, Objekte und Konnexen, selbst Qualitäten sind, denn Objekte sind Qualitäten per se, und wenn in der Semiotik von Konnexen die Rede ist, dann von interpretierenden und nicht von rein topologischen, daher auch der Name des Interpretantenbezuges, der die Subjektbeteiligung voraussetzt. Fragen wir uns deshalb, was für Zahlen es sind, welche durch Benses Primzeichen oder besser: Zeichenzahlen gezählt werden.

### 2.1. Qualitäten, die kardinal gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten kardinal zählen, einfach als Zahlen bezeichnen. Es kann sich um einen Apfel, eine Birne oder eine Pflaume, d.h. um qualitativ differente Objekte, oder um die Zahlen 1, 2 oder 3, d.h. um qualitativ gleiche Objekte, handeln.

### 2.2. Qualitäten, die ordinal gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten ordinal zählen, als Anzahlen bezeichnen. Damit kann zum Beispiel eine Menge von Äpfeln, eine Menge von Birnen oder eine Menge von Pflaumen bei qualitativen Objekten oder die Mengen der natürlichen, rationalen oder reellen Zahlen bei quantitativen Objekten abgezählt werden. Die Differenz zwischen kardinaler und ordinaler Zählung ist daher diejenige zwischen zählen und abzählen.

### 2.3. Qualitäten, die relational gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten relational zählen, als Nummern bezeichnen. Damit kann man zum Beispiel eine Menge von Häusern entlang einer Straße, d.h. Objekte, deren kardinale und ordinale Stellung bereits vorgegeben ist, durch die Abbildung von Nummern identifizieren. Man beachte, daß die Numerierung nicht mit der Abzählung übereinstimmen muß. Daß also zum Beispiel die letzte Haus-Nummer einer Straße 96 ist, bedeutet nicht, dass diese Straße 96 Häuser hat.

## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

## Polyrepräsentativität, Polykontextualität, Polyvariabilität

### 1. Monokontextualität

#### 1.1. Definition

"Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

#### 1.2. Hamiltonkreis

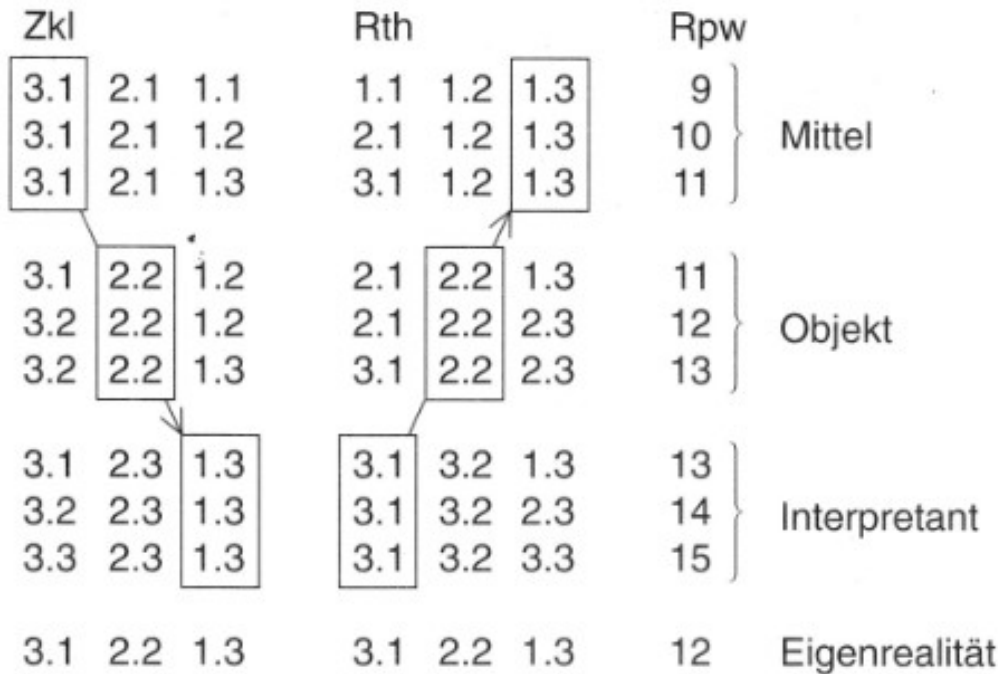
S    O

O    S.

### 2. Polyrepräsentativität

"Die für die Ontologie entscheidende Weiterentwicklung, die in diesem Dualisierungsschema liegt, ist, im Vergleich zu allen früheren Ansätzen und auch zu Peirce selbst darin zu sehen, daß der mehr oder minder einheitliche Begriff der Realität ersetzt wird durch eine genaue, formalisierte Ausdifferenzierung in die abzählbar-endliche Anzahl von zehn möglichen Realitätsthematiken" (Bayer 1994, S. 16).

Nach einer Entdeckung von Walther (1982) determiniert dabei eine dieser Realitäten, die mit ihrer Realitätsthematik dualinvariante und damit – monokontextual gesehen – dualidentische Eigen-Realität des Zeichens die übrigen neun Realitätsstufen des zehnstufigen Realitätssystems. Die jüngste originale Darstellung stammt von Bense (1992, S. 76).



Die Tatsache, daß es gerade 10 und nicht, wie zu erwarten wäre,  $3^3 = 27$  stufige Realitäten gibt, liegt an dem von Peirce eingeführten und völlig willkürlichen Axiom, daß innerhalb einer triadischen Zeichenrelation der Ordnung  $Z = (3.x, 2.y, 1.z) x \leq y \leq z$  sein muß. Übersehen hat Peirce allerdings, daß die (z.B. von Bense 1992 extensiv behandelte) "Kategorienklasse", die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix (3.3, 2.2, 1.1), dieser Inklusionsordnung bereits widerspricht. Da die Semiotik nur über einen Subjektbegriff verfügt, also denjenigen des Ich-Subjektes der aristotelischen Logik, auf der sie beruht, ist sie hinsichtlich Du- und Er-Deixis defektiv, d.h. auch das weitere Peircesche "Axiom", alle n-adischen Relationen mit  $n > 3$  ließen sich auf 3-adische reduzieren, ist angesichts der logischen Subjektdeixis falsch. Pikanterweise ist das "Axiom" auch ohne Berücksichtigung von Subjektdeixis falsch, denn Ernst Schröder hatte in einem bekannten Theorem schon zu Peirces Lebenszeit nachgewiesen, daß n-adische Relationen auf dyadische reduzierbar sind.

### 3. Polykontexturalität

#### 3.1. Definitionen

Die Arithmetik mußte ganz anderes und Wunderbares leisten können, weshalb er an seinen Lehrer die Frage stellte: Wenn das Zusammensein von vielen Bergen ein Gebirge ergab, was ergäbe dann zahlenmäßig das Zusammensein, wenn man eine Kirche zu einem Krokodil addierte und dazu noch seine Mutter und oben-drein ein Zahnweh.

Daraus läßt sich nun folgender Schluß ziehen: die primordialen Qualitäten sind ontologische Schnittpunkte ebenso vieler zweiwertiger Universalkontexturen wie wir Qualitätsdifferenzen zählen können. Jede ist von der gleichen Allgemeinheit und Durchgängigkeit wie die monokontexturale Welt des klassischen Universums. Jede hat ihre eigene Objektivität; und zwischen je zweien klafft immer wieder der gleiche ontologische Abgrund wie zwischen dem einmaligen Diesseits und dem supranaturalen Jenseits der älteren Philosophie. Der Anspruch der klassischen Logik, die Objektivität der Welt als eine einzige bruchlose Universalkontextur, jenseits der nur das Absolute west, zu verstehen, wird damit ein für allemal bestritten. Die Wirklichkeit, in der wir leben, besitzt keine solche ungebrochene Kontinuität. An jeder Kontexturschranke erlischt ein Gültigkeitsbereich der klassischen Logik, aber in jeder neuen Universalkontextur tritt er mit *verändertem Positionswert* wieder auf. Eine transklassische Logik hat es im wesentlichen mit der Veränderung dieser Positionswerte zu tun.

(aus: Günther 1975)

#### 3.2. Hamiltonkreis

O	O	S <sup>1</sup>	S <sup>1</sup>	S <sup>2</sup>	S <sup>2</sup>
S <sup>1</sup>	S <sup>2</sup>	O	S <sup>2</sup>	O	S <sup>1</sup>
S <sup>2</sup>	S <sup>1</sup>	S <sup>2</sup>	O	S <sup>1</sup>	O

Die polykontexturale Logik hat, wie in Toth (2016) gezeigt wurde, zwei Haupt-Defizite: 1. In ihr läßt sich nur das Subjekt, nicht aber das Objekt iterieren. 2. Somit wird jedem Subjekt eine eigene Logik zuweisbar, aber diese Logiken sind allesamt die 2-wertigen aristotelischen Logiken, es gibt also i.S. keine Vermittlung innerhalb, sondern nur zwischen Kontexturen, da das Tertium non datur die Annahme subjektiver Objekte und objektiver Subjekte anstelle der längst überkommenen objektiven Objekte und subjektiven Subjekte der Monokontexturalität explizit ausschließt.

## 4. Polyvariabilität

### 4.1. Definitionen

$$L^2 = (O, S) \rightarrow$$

$$L^2 = [O, S] \neq L^2 = [S, O]$$

$$L^2 = [[O], S] \neq L^2 = [S, [O]]$$

$$L^2 = [O, [S]] \neq L^2 = [[S], O].$$

$E \rightarrow L^n$  entsprechend für  $n > 2$ .

$$L = (O^1, S^1, S^2) \neq (S^1, O^1, O^2)$$

$$L = (O^1, O^2, S^1, S^2) \neq (O^1, S^1, S^2, S^3) \neq (S^1, O^1, O^2, O^3)$$

### 4.2. Hamiltonkreis

$$O^1 \quad O^1 \quad O^2 \quad O^2 \quad S^1 \quad S^1$$

$$O^2 \quad S^1 \quad O^1 \quad S^1 \quad O^1 \quad O^2$$

$$S^1 \quad O^2 \quad S^1 \quad O^1 \quad O^2 \quad O^1$$

Erst in einer Logik, die in Toth (2016) als "polyvariabel" bezeichnet wurde, lassen sich nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren, d.h. es gibt nicht nur Negationszyklen der Subjekte, sondern auch Positionszyklen der Objekte. Die polyvariable Logik wird von immenser Bedeutung als Grundlage der längst begonnenen Ontik sein, d.h. der der Semiotik als Zeichentheorie an die Seite gestellten Objekttheorie, denn nach peirce-bensescher Auffassung ist die Semiotik als "Universum der Zeichen" (Bense 1983) ja ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes Universum, in dem es keine Objekte und keine Subjekte, sondern nur ihre Relationen gibt. Daß eine solche Pansemiotik bereits Axiom 1 aus Bense (1967), dem ersten wissenschaftlichen Buch der Semiotik, widerspricht, wonach jedes Objekt zum Zeichen erklärt werden kann, wurde sehr überraschenderweise gar nicht bemerkt. Woher soll in einem abgeschlossenen Universum von Objekrelationen ein Objekt kommen? Und genau genommen ist das Axiom ja ohnedies überflüssig, denn

eine thetische Setzung eines Objektes als Metaobjekt ist allein deswegen überflüssig, weil wir ja angeblich alles, was wir wahrnehmen, als Zeichen wahrnehmen, eine Auffassung, deren Falschheit wir in zahlreichen Arbeiten nachgewiesen hatten.

Wir können die Ergebnisse dieser Studie also wie folgt kurz zusammenfassen

Logik	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein
semiotisch	ja	nein
polykontextural	nein	ja
polyvariabel	ja	ja.

## Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Selbstdarstellung im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-77

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Auf dem Wege zu einer polyvariablen Logik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden: Semiosis 27, 1982, S. 15-20



## Transrelationale Systeme als Basen für semiotische Matrizen

1. Unter transrelationalen Systemen wollen wir solche verstehen, welche die quantitative Dreiteilung symmetrischer Relationen

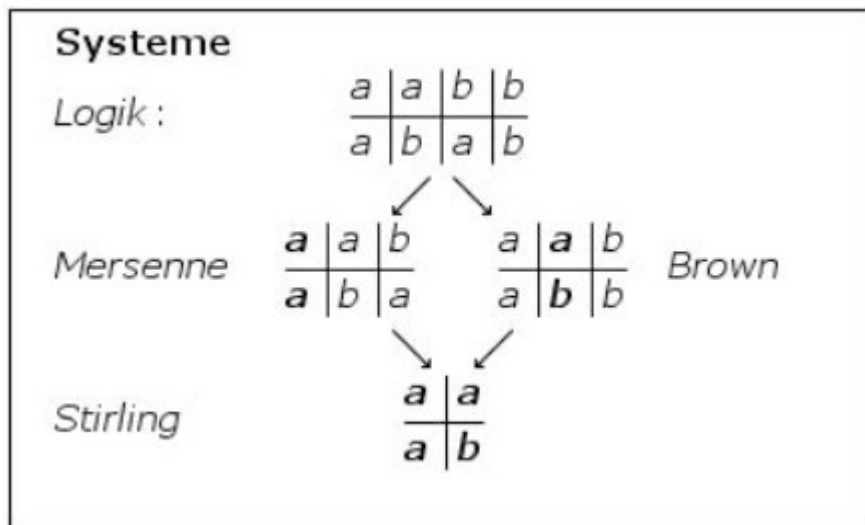
symmetrisch:  $\forall x, y \in M : (xRy \Rightarrow yRx)$

asymmetrisch:  $\forall x, y \in M : xRy \Rightarrow \neg(yRx)$

antisymmetrisch:  $\forall x, y \in M : xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$

verwerfen, indem sie mindestens eine der drei Relationstypen NICHT aufweisen. Dieses Problem gesehen und behandelt zu haben, ist das Verdienst Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2012).

2. Von den folgenden vier, von Kaehr (2012, S. 4) dargestellten Systemen erfüllt nur dasjenige von Leibniz bzw. Boole, das der aristotelischen Logik zugrunde liegt, die Dreiteilung symmetrischer Relationen



Dagegen fehlt im System von Mersenne die Differenzierung zwischen [a, a] und [b, b], d.h. es findet ein Identitätenkollaps statt, und im System von Brown gibt es wegen des Fehlens der Differenz von [a, b] und [b, a] keine Antisymmetrie. Das Tritio-System der Stirlingzahlen schließlich vereinigt Identitätskollaps und Elimination von Antisymmetrie.

3.1. Es dürfte unmittelbar einleuchten, daß die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

sowohl Identitätsdifferenz, da

$(1.1) \neq (2.2) \neq (3.3)$

gilt, als auch Antisymmetrie kennt, da

$(1.2) \neq (2.1), (1.3) \neq (3.1), (2.3) \neq (3.2)$

gilt. Dank Kaehrs Entdeckung der vier Systemtypen können wir ferner sagen, daß die von Bense (1992) eingehend behandelte Eigenrealitätsklasse

ZKI = (3.1, 2.1, 1.3)

ihre monokontexturale Dualinvarianz exakt den beiden, Leibniz-boolesche Systemen charakterisierenden, Eigenschaften der Identitätsdifferenzierung und der Antisymmetrie verdankt.

3.2. Dagegen würde eine mersennesche semiotische Matrix wie folgt aussehen

X 1.2 1.3

2.1 X 2.3

3.1 3.2 X

mit  $X = (1.1, 2.2, 3.3)$ .

3.3. Eine brownsche semiotische Matrix dagegen sähe wie folgt aus

1.1 X Y

X 2.2 Z

Y Z 3.3

mit  $X \in (1.2, 2.1)$ ,  $Y \in (1.3, 3.1)$  und  $Z \in (2.3, 3.2)$ .

3.4. Daß von einer stirlingschen semiotischen Matrix keine Rede sein kann, versteht sich von selbst. Eine solche Semiotik könnte man durch

$S = (\langle x.x \rangle, \langle x.y \rangle)$

mit  $x, y \in (1, 2, 3)$  definieren. Dabei würden allerdings vermöge Trito-Äquivalenz folgende Kollapse eintreten

$(1.1) \equiv_t (2.2) \equiv_t (3.3)$

$(1.2) \equiv_t (2.1)$

$(1.3) \equiv_t (3.1)$

$(2.3) \equiv_t (3.2)$ .

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

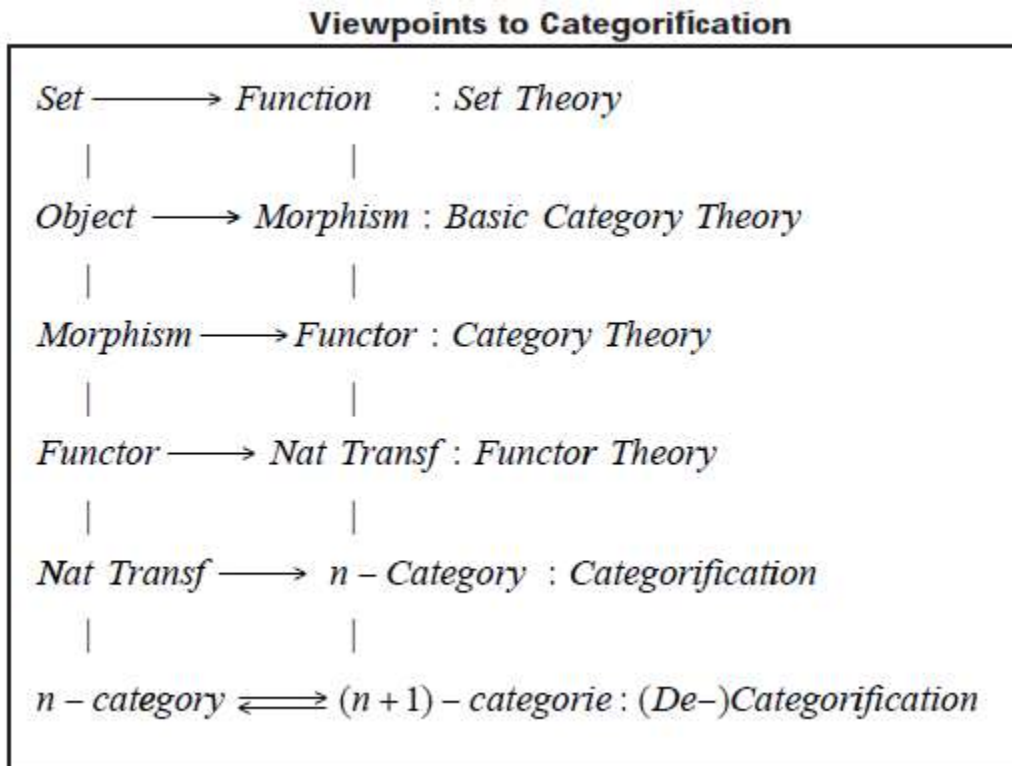
Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In:

ThinkartLab, 12.4.2012,

<http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementaritaet%20in%20der%20Graphematik.pdf>

## Kategorifizierung in der Semiotik

1. Wir gehen aus von der von Kaehr publizierten Tafel kategorietheoretischer Hierarchien (vgl. Kaehr 2007, S. 11)



und fragen uns, ob dieses Schema innerhalb der kaehrschen "Graphematik", zu der ja auch die Semiotik gehört, wirklich universell ist.

### 2.1. Menge → Funktion

Da dieses Thema bereits extensiv von Bense (vgl. Bense 1981, S. 76 ff.) behandelt wurde, können wir es mit diesem Verweis darauf belassen.

### 2.2. Objekt → Morphismus

### 2.3. Morphism → Funktor

Morphismen wurden ebenfalls von Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt, vgl. die zusammenfassende Darstellung in Toth (1997, S. 21 ff.). Grundsätzlich ist zu sagen, daß der mathematische Unterschied zwischen Objekt und Abbildung bereits im Subzeichen angelegt ist, auf dessen Doppel-

natur Bense wiederholt hingewiesen hatte, einerseits statisch-entitatisch, andererseits dynamisch-semiosisch zu sein. Z.B. bezeichnet das Icon (2.1) eine Abbildung, aber auch die dyadische Retrosemiose  $\alpha^\circ = (2 \rightarrow 1)$ . Die kleine semiotische Matrix lässt sich mit Hilfe semiotischer Morphismen wie folgt darstellen

$$\begin{pmatrix} \text{id1} & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha^\circ & \text{id2} & \beta \\ \alpha^\circ\beta^\circ & \beta^\circ & \text{id3} \end{pmatrix},$$

und demnach stellt jede Abbildung der 9 Morphismen auf sich selbst oder einen anderen Morphismus in der Semiotik einen Funktor dar.

#### 2.4. Funktor $\rightarrow$ natürliche Transformation

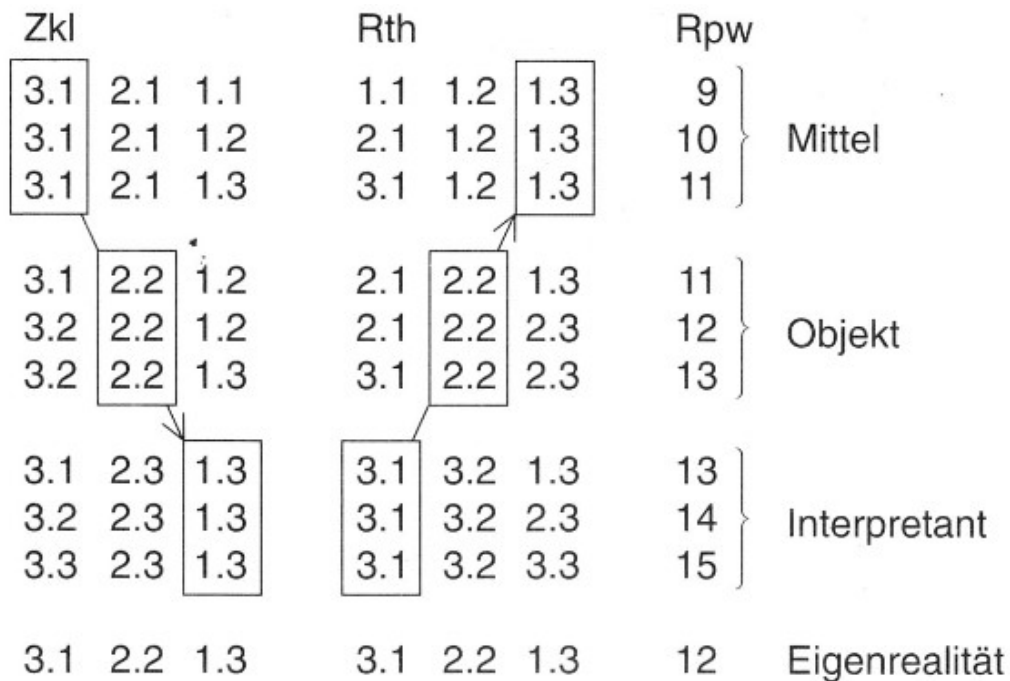
Wie in Toth (1997, S. 21 ff.) gezeigt, können die Zeichenklassen und Realitätsthematiken als natürliche Transformationen definiert werden. Diese haben also die allgemeine Form

$$\text{ZKl} = ([3. \rightarrow .x] \rightarrow [2. \rightarrow .y]) \rightarrow ([2. \rightarrow .y] \rightarrow [1. \rightarrow .z])$$

$$\text{RTh} = ([z. \rightarrow .1] \rightarrow [y. \rightarrow .2]) \rightarrow ([y. \rightarrow .2] \rightarrow [x. \rightarrow .3]).$$

#### 2.5. Natürliche Transformation $\rightarrow$ n-Kategorie

Die jüngste Entwicklung innerhalb der Kategoriethorie (vgl. Leinster 2004) findet ihre Entsprechung in der Determination des peirce-benseschen Zehnersystems der Semiotik durch die eigenreale (dual-invariante) Zeichenklasse/ Realitätsthematik, wodurch sich das System als "deeterminantensymmetrisches Dualitätssystem" (E. Walther) wie folgt in der Notation von Bense (1992, S. 76) darstellen lässt.



Der Frage, wie viele triadische Trichotomien bzw. trichotomische Triaden es innerhalb der Semiotik gibt, wird ausführlich in Toth (2008) nachgegangen.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Categories and Contextures. Glasgow 2007

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Cambridge, UK 2004

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson 2008 (670 S.)

## Zeichen als Systeme und ihre internen Umgebungen

1. Was ist die Umgebung eines Zeichens? Das Objekt, das es bezeichnet, denn nicht umsonst wurde das Zeichen durch Bense (1967, S. 9) als "Meta-Objekt" eingeführt. Allerdings stehen Objekt und Zeichen lediglich in einer äußeren Austauschrelation, insofern Zeichen und Objekt beide als System und Umgebung fungieren können. Denn Zeichen werden ja seit Bense (1975, S. 37) durch semiotische  $3 \times 3$  Matrizen definiert, und da Zeichen triadisch-trichotomische Relationen sind, sind pro Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik von einer Matrix mit 9 Plätzen genau 3 Plätze belegt. Die Frage, die wir uns jetzt stellen, kann man also wie folgt formulieren: Welche und wie viele Zeichenklassen (oder im dualen Falle, Realitätsthematiken) enthält die Komplementärmenge der belegten Plätze (Einträge) einer semiotischen Matrix? Als Symbole für unbelegte und belegte Plätze verwenden wir  $\square$  und  $\blacksquare$ .

2. Ferner müssen wir uns im Sinne des peirce-benseschen Zehnersystems auf sog. reguläre Zeichenklassen beschränken, d.h. auf solche, für die

$$\text{ZKl} = (3.x, 2.y, 1.z)$$

$$x \cong y \cong z$$

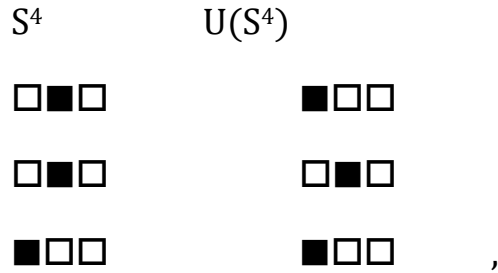
gilt, wodurch aus den theoretisch möglichen  $3^3 = 27$  semiotischen Relationen genau die 10 Zeichenklassen herausgefiltert werden. Semiotische Relationen wie z.B.

$$(3.2 \ 2.1 \ 1.3), (3.2, 2.2, 1.1), (3.1, 2.2, 1.1) \text{ usw.}$$

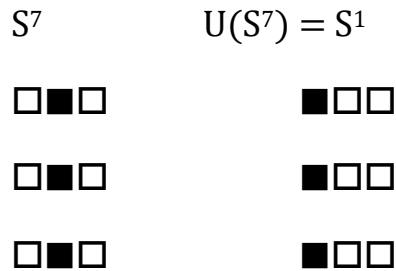
sind also irregulär (obwohl die semiotische Matrix mit ihrer Hauptdiagonale eine dieser irregulären Relationen besitzt). Für unser Vorgehen bedeutet dies, daß  $U(\text{ZKl})$  wie folgt definiert werden muß

$$U(\text{ZKl}) = U(3.x, 2.y, 1.z) = \{(3.(x+1), 2.(y+1), 1.(z+1))\}.$$

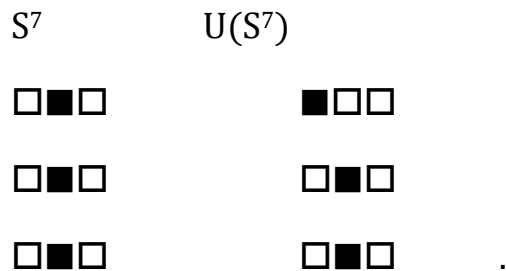
Leider werden durch diese Definition aber nicht nur die irregulären Relationen wie z.B.



sondern auch reguläre wie z.B.

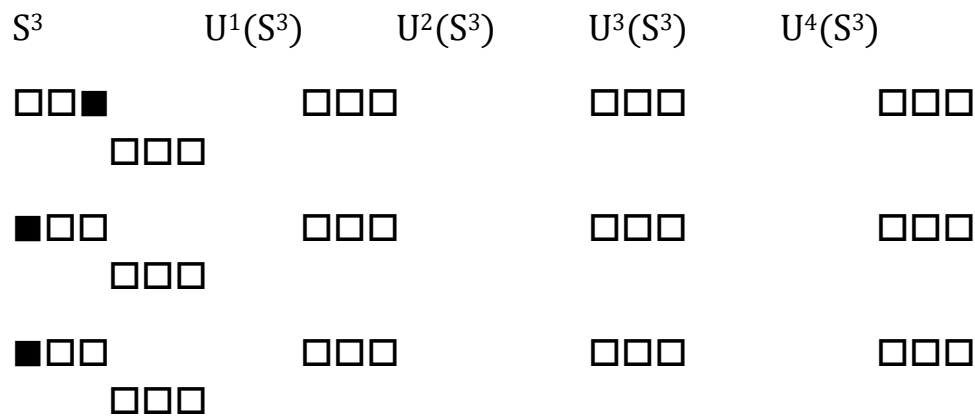
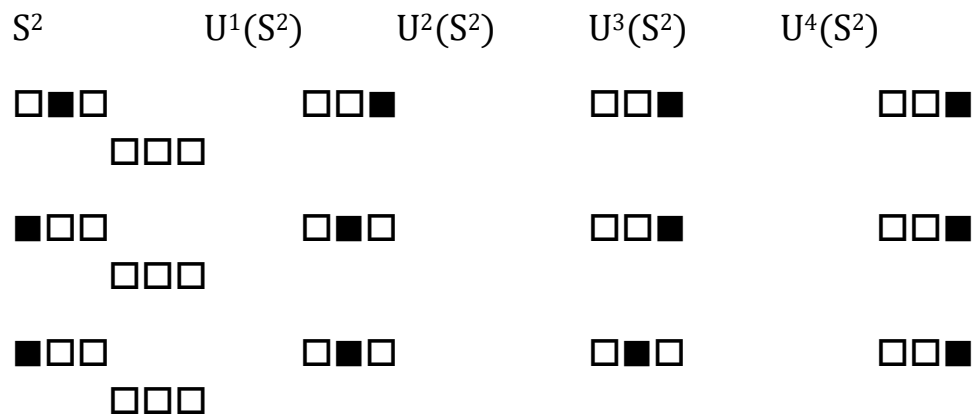
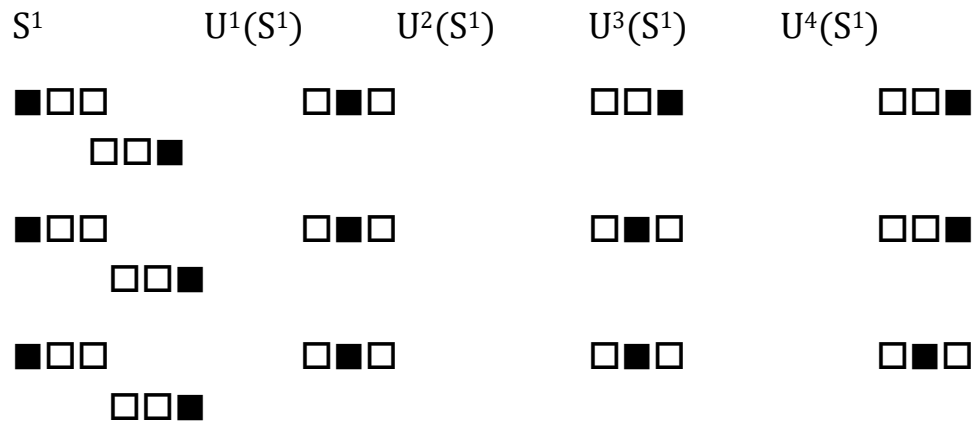


ausgeschieden. Schließlich folgt aus der Definition der Umgebung, daß keine semiotische Relation ihre eigene Umgebung sein kann. Man beachte, daß dies in Sonderheit auch für die eigenreale, dualinvariante Zeichenklasse gilt. Sowohl gegen die Definition von ZKln als auch gegen das Verbot der Selbstumgebung verstößt z.B.



3. Die folgende Liste enthält somit für alle 10 Zeichenklassen genau jene Umgebungen, die wiederum Zeichenklassen sind, d.h. der Umgebungsoperator ist extensiv, monoton und abgeschlossen und entspricht damit der von Bense (1983) definierten Modelltheorie eines "Universums der Zeichen".





$S^4$	$U^1(S^4)$	$U^2(S^4)$	$U^3(S^4)$	$U^4(S^4)$
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□■□	□□□	□□□	□□□

$S^5$	$U^1(S^5)$	$U^2(S^5)$	$U^3(S^5)$	$U^4(S^5)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

$S^6$	$U^1(S^6)$	$U^2(S^6)$	$U^3(S^6)$	$U^4(S^6)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

$S^7$	$U^1(S^7)$	$U^2(S^7)$	$U^3(S^7)$	$U^4(S^7)$
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□

$S^8$	$U^1(S^8)$	$U^2(S^8)$	$U^3(S^8)$	$U^4(S^8)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

$S^9$	$U^1(S^9)$	$U^2(S^9)$	$U^3(S^9)$	$U^4(S^9)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

$S^{10}$	$U^1(S^{10})$	$U^2(S^{10})$	$U^3(S^{10})$	$U^4(S^{10})$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

Zeichenklassen können somit maximal 4 Umgebungen haben. Besonders auffällig sind jene Zeichenklassen, die 0 Umgebungen haben; es sind per definitionem genau diejenigen, die mindestens eine drittheitliche Subrelation aufweisen.

### Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

## $\epsilon/v$ -Analyse von Paaren peircescher Zeichenrelationen

1. Im folgenden wird die  $\epsilon/v$ -Analyse auf das System der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen (vgl. Bense 1975, S. 36 ff.) angewandt, so zwar, daß die 1. Zeichenklasse mit sich selbst und jeder anderen Relation in Paarrelation gesetzt wird.

2. Wie die  $\epsilon/v$ -Analyse deutlich macht, tritt die Folge  $F = \langle v, v, v \rangle$  erstmals beim Übergang vom Rhema zum Dicent auf. Damit wird der bereits in Toth (2007, S. 107) festgestellte Trichotomienwechsel als innere semiotische Grenze des sog. semiotischen Zehnersystems bestätigt.

3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
$\epsilon$	$\epsilon$	$\epsilon$		$\epsilon$	$\epsilon$	$v$		$\epsilon$	$\epsilon$	$v$
3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.2		3.1	2.1	1.3
3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
$\epsilon$	$v$	$v$		$\epsilon$	$v$	$v$		$\epsilon$	$v$	$v$
3.1	2.2	1.2		3.1	2.2	1.3		3.1	2.3	1.3
3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
$\epsilon$	$v$	$v$		$v$	$v$	$v$		$v$	$v$	$v$
3.2	2.2	1.2		3.2	2.2	1.3		3.2	2.3	1.3

3.1 2.1 1.1

v v v

3.3 2.3 1.3.

3. Nimmt man nun die  $\varepsilon/v$ -Folgen und bildet wiederum Folgen aus Identitäten und Nichtidentitäten aus ihnen

$\varepsilon$   $\varepsilon$   $\varepsilon$

$\varepsilon$   $\varepsilon$  v

$\varepsilon$   $\varepsilon$  v

$\varepsilon$  v  $\varepsilon$

$\varepsilon$   $\varepsilon$  v

$\varepsilon$  v v

$\varepsilon$  v v

$\varepsilon$  v v

$\varepsilon$  v v

$\varepsilon$   $\varepsilon$   $\varepsilon$

$\varepsilon$  v v

v  $\varepsilon$   $\varepsilon$

$\varepsilon$  v v

v  $\varepsilon$   $\varepsilon$

v v v

v  $\varepsilon$   $\varepsilon$

v v v

			$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$			
$\nu$	$\nu$	$\nu$						
$\varepsilon$	$\nu$	$\varepsilon$						
			$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\nu$			
$\varepsilon$	$\nu$	$\nu$				$\nu$	$\nu$	$\varepsilon$
			$\nu$	$\nu$	$\nu$			
$\nu$	$\varepsilon$	$\varepsilon$				$\nu$	$\nu$	$\nu$
			$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\varepsilon$			
$\nu$	$\varepsilon$	$\varepsilon,$						

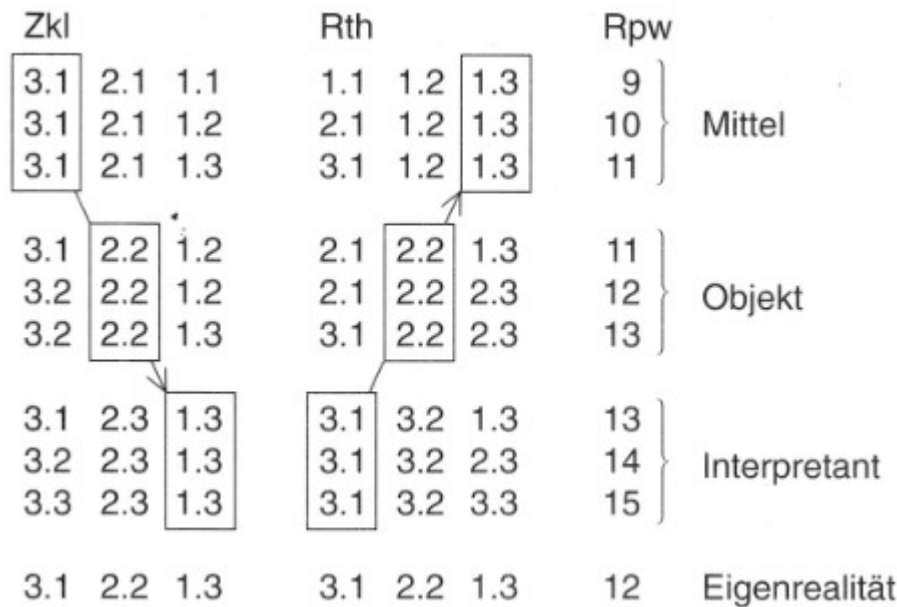
so erhält man bei algorithmischer Durchführung dieses Verfahrens am Ende die Folge  $\langle \varepsilon, \varepsilon, \nu \rangle$ , die nicht-identisch ist.

$\nu$	$\nu$	$\varepsilon$			
			$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\nu.$
$\nu$	$\nu$	$\nu$			

Der Grund dürfte darin liegen, daß sich zwischen der 9. und der 10. Zeichenklasse ein weiterer Trichotomienwechsel befindet, welcher das semiotische Zehnersystem mit dem bereits genannten Trichotomienwechsel zwischen der 6. und 7. Zeichenklassen als ein diskonnexes Konnex aus drei nicht-identischen Teilsystemen erweist, also wiederum die Resultate in Toth (2007, 173 ff.), die notabene auch für n-adische Zeichenklassen mit  $n > 3$  gelten, bestätigend. Die folgende Tafel stammt aus Toth (2007, S. 177)

1	3.1	2.1	1.1	×	<u>1.1</u>	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	1 <sup>3</sup>
2	3.1	2.1	1.2	×	2.1	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	2 <sup>1</sup> 2
3	3.1	2.1	1.3	×	3.1	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	3 <sup>1</sup> 2
4	3.1	2.2	1.2	×	2.1	2.2	<u>1.3</u>	2 <sup>2</sup> 1
<b>5</b>	<b>3.1</b>	<b>2.2</b>	<b>1.3</b>	×	<b>3.1</b>	<b>2.2</b>	<b><u>1.3</u></b>	<b>3<sup>1</sup>2<sup>1</sup>1</b>
6	3.1	2.3	1.3	×	3.1	3.2	<u>1.3</u>	3 <sup>2</sup> 1
<hr/>								
7	3.2	2.2	1.2	×	<u>2.1</u>	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>	2 <sup>3</sup>
8	3.2	2.2	1.3	×	3.1	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>	3 <sup>1</sup> 2 <sup>2</sup>
9	3.2	2.3	1.3	×	3.1	3.2	<u>2.3</u>	3 <sup>2</sup> 2
<hr/>								
10	3.3	2.3	1.3	×	<u>3.1</u>	<u>3.2</u>	<u>3.3</u>	3 <sup>3</sup>

Hinter der Darstellung des semiotischen Zehnersystems als "determinantensymmetrischem Dualitätssystem", wie es Bense (1992, S. 76) nach E. Walther abgebildet hatte



verbirgt sich also ein asymmetrisches System von symmetrischen Dualsystemen.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975



Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

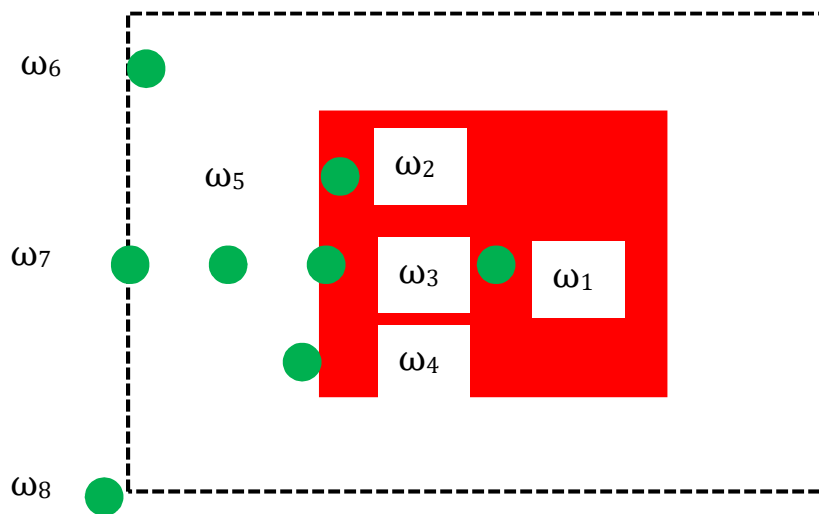
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

## Die Kontexturgrenze der Präsentationsstufen

1. Wie in Toth (2017a-c) dargestellt, ist eine Präsentationsstufe ein ontischer Ort der Form

$$\Omega = f(\omega),$$

der aufgrund der 8 ontischen invarianten Relationen (vgl. Toth 2016) aus der Menge von unendlich vielen Orten, ein Objekt zu plazieren, quasi herausgefiltert wurde. Als Beispiel stehe das lineare ontotopologische Modell (OM), welches die in Toth (2015) eingeführte triadische System-Definition  $S^* = (S, U, E)$  illustriert.

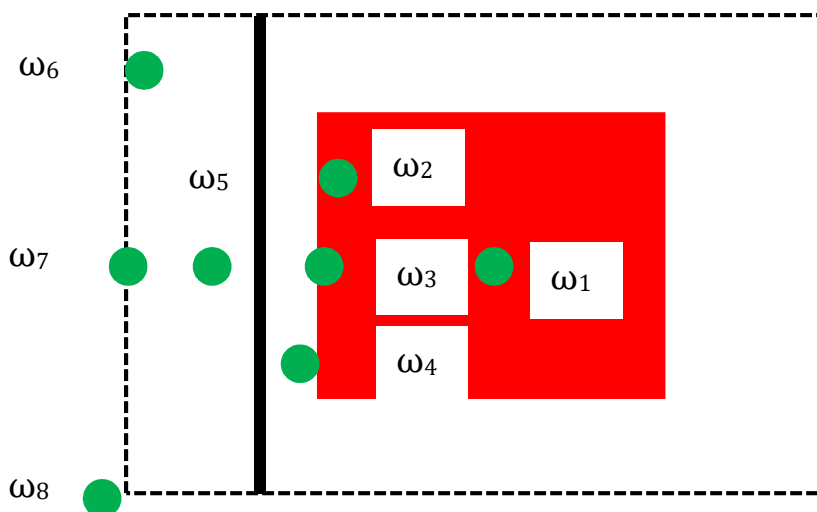


Obwohl man nun ein beliebiges Objekt  $\Omega$  an einem beliebigen Ort  $\omega$  plazieren kann, weist das obige OM lediglich 8 Orte auf, welche relativ zu den Kategorien S, U, E und deren Rändern relevant sind. Diese derart ausgezeichneten ontischen Orte nennen wir Präsentationsstufen. Man kann leicht selbst herausfinden, daß es keine weiteren als die oben eingezeichneten Präsentationsstufen gibt. Der Begriff der Stufe erklärt sich daraus, daß, von Außen nach Innen fortschreitend jeder weiter innen gelegene ontische Ort alle weiteren außen gelegenen Orte einschließt, so daß also der grüne Punkt im roten System die maximal eingebettete und der grüne Punkt außerhalb der gestrichelten Linie die minimal eingebettete Präsentationsstufe ist.

2. Kontexturgrenzen, wie sie bekanntlich von G. Günther (1900-1984) und E. Kronthaler (1943-) in die polykontexturale Logik und Ontologie eingeführt und

im Rahmen der Semiotik von mir selber in zahlreichen Arbeiten untersucht worden waren, trennen immer einen diesseitigen von einem jenseitigen Bereich. Für diese Bereiche ist also charakteristisch, daß sie durch Grenzen getrennt sind, deren Transgressionen nicht – wie dies etwa etwa bei Türen der Fall ist – reversibel ist. Man denke an das in zahlreichen europäischen Kulturen präsentente Märchen, wo von zwei Freunden einer stirbt und der eine den andern auf eine kurze Visite ins Jenseits einlädt. Zwar kommt der Freund immer wieder ins Diesseits zurück, aber entweder erscheint er selbst (z.B. in Panizzas „Die Mondgeschichte“) oder seine Umwelt (z.B. in den Märchen) transformiert. Kafka hatte in seiner Erzählung „Der Jäger Gracchus“ sogar den Jäger in einem – zweiwertig natürlich ausgeschlossenen – Niemandsland zwischen Dies- und Jenseits herumirren lassen, gefangen wie etwa in einem stecken gebliebenen Aufzug.

Solche Kontexturgrenzen erwartet man folglich nicht für ontische Systeme der Formen  $S^* = (S, U, E)$  bzw.  $R^* = (Ad, Adj, Ex)$ , da diese erstens nicht zweiwertig sind und da zweitens die Semiotik als Jenseits kein Teil dieser Diesseite ist. Und trotzdem gibt es diese Kontexturgrenze auf im OM, im ontotopologischen Modell, das für  $S^*$  und  $R^*$  gültig ist. In ihrer Existenz liegt übrigens die Möglichkeit der Selbstähnlichkeit begründet, die in Toth (2017d) behandelt worden war. Sie wird im folgenden Modell durch eine schwarze vertikale Linie markiert.



Wie man sieht, weist diese ontische Kontexturgrenze die formale Eigenschaft der Reflexion auf

$(\omega_1, \dots, \omega_4) \quad | \quad (\omega_5, \dots, \omega_8).$

Nimmt man zur Illustration von OM1 etwa ein Haus mit eingebetteter Wohnung, so verläuft die ontische Kontexturgrenze also mitten in der Umgebung, d.h. sie fällt auf jeden Fall weder mit  $E \subset S^*$  noch mit  $R(S, U)$  bzw.  $R(U, S)$  zusammen!

### **Literatur**

Toth, Alfred, Die ontische Vermittlungsfunktion für die invarianten ontischen Relationen 1-48. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Modelltheoretische Erfüllbarkeit ontischer Orte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, Erfüllbarkeit ontotopologischer Modelle durch ortsfunktionale Objekte in Präsentationsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

Toth, Alfred, Verallgemeinerung modelltheoretischer Erfüllbarkeit ontischer Orte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017c

Toth, Alfred, Präsentationsstufen und Selbstähnlichkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017d

## Ränder und Grenzen in semiotischen Dualsystemen

1. In Toth (2015) waren ontische Grenzen als Teilmengen von ontischen Rändern definiert worden

$$G \subset R.$$

Für Ränder gelten ferner folgende zwei Möglichkeiten

$$R[A, B] = R[B, A] = \emptyset$$

$$R[A, B] \neq R[B, A] \neq \emptyset.$$

Anders als in der Ontik sind jedoch in der Semiotik Grenzen innerhalb von Rändern in eindeutiger Weise bestimmbar, und zwar vermöge der semiotischen Inklusion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 42).

2. Damit können wir semiotische Grenzen und Ränder für alle 10 peirce-benseschen Dualsysteme bestimmen. Man beachte, daß es die beiden Haupttypen  $G = R$  und  $G \neq R$  und beim ersteren Typ nur ein Dualsystem gibt, das die Kardinalität 3 besitzt, nämlich die bekannte eigenreale, d.h. dualidentische Zeichen-Realitäts-Thematik (vgl. Bense 1992). Es gibt hingegen für  $G = R$  kein Dualsystem mit Kardinalität 2, nur mit Kardinalität 1, und im Falle des zweiten Typus nur Dualsysteme mit Kardinalität 2.

$$DS 1 = \quad (3.1 \quad 2.1 \quad \underline{1.1}) \times \quad (\underline{1.1} \quad 1.2 \quad 1.3)$$

$$G = R = (1.1)$$

$$DS 2 = \quad (3.1 \quad \underline{2.1} \quad \underline{1.2}) \times \quad (\underline{2.1} \quad \underline{1.2} \quad 1.3)$$

$$G \subset R = (1.2 \subset 2.1)$$

$$DS 3 = \quad (\underline{3.1} \quad 2.1 \quad \underline{1.3}) \times \quad (\underline{3.1} \quad 1.2 \quad \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$DS 4 = \quad (3.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.2) \times \quad (2.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.3)$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 5} = (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3})$$

$$G = R = (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 6} = (\underline{3.1} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$\text{DS 7} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.2}) \times (\underline{2.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 8} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 9} = (\underline{3.2} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{2.3})$$

$$G \subset R = (2.3 \subset 3.2)$$

$$\text{DS 10} = (\underline{3.3} \quad \underline{2.3} \quad \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \quad \underline{3.2} \quad \underline{3.3})$$

$$G = R = (3.3)$$

### Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Rand einer Grenze und Grenze eines Randes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

## Semiotische Abhängigkeit von Dualsystemen

1. Bekanntlich stellt innerhalb der Ontik die Objektabhängigkeit eine Invariante dar und kann in dreifacher Gradation, d.h. 0-seitig, 1-seitig oder 2-seitig für jedes Paar von Objekten innerhalb eines n-tupels auftreten (vgl. Toth 2012). Innerhalb der Semiotik hingegen gehört Abhängigkeit nicht zum Katalog der von Bense bestimmten semiotischen Invarianten (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.). In Toth (2015) hatten wir bereits semiotische Abhängigkeit von Subzeichen untersucht und waren zum Schluß gekommen, daß es nur 2-, 3- und 4-seitige Abhängigkeit gibt, sofern man diagonale Semiosen ausschließt.

2. Für das sog. peircesche Zehnersystem, das besser als bensesches Zehnersystem bezeichnet werden sollte, da die numerische Einführung der Primzeichenrelation auf Bense zurückgeht, ist es bekanntlich so, daß innerhalb des mathematischen Verbandes alle 10 semiotischen Dualsysteme, d.h. also sowohl die Zeichenklassen als auch ihre dualen Realitätsthematiken, in mindestens einem und maximal zwei Subzeichen paarweise miteinander zusammenhängen. Da diese Subzeichen Teilrelationen der eigenrealen, d.h. dual-invarianten Zeichenklasse/Realitätsthematik sind, spricht Bense im Anschluß an Walther vom Zehnersystem als einem determinantensymmetrischen Dualitätssystem, vgl. die folgende Darstellung aus Bense (1992, S. 76).

Zkl	Rth	Rpw																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.1</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.1	1.1	3.1	2.1	1.2	3.1	2.1	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr></table>	1.1	1.2	1.3	2.1	1.2	1.3	3.1	1.2	1.3	9	} Mittel
3.1	2.1	1.1																			
3.1	2.1	1.2																			
3.1	2.1	1.3																			
1.1	1.2	1.3																			
2.1	1.2	1.3																			
3.1	1.2	1.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.2	1.2	3.2	2.2	1.2	3.2	2.2	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr></table>	2.1	2.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	2.2	2.3	10 11	
3.1	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.3																			
2.1	2.2	1.3																			
2.1	2.2	2.3																			
3.1	2.2	2.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.3</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.3	1.3	3.2	2.3	1.3	3.3	2.3	1.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr></table>	2.1	2.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	2.2	2.3	11 12 13	} Objekt
3.1	2.3	1.3																			
3.2	2.3	1.3																			
3.3	2.3	1.3																			
2.1	2.2	1.3																			
2.1	2.2	2.3																			
3.1	2.2	2.3																			
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td></tr></table>	3.1	3.2	1.3	3.1	3.2	2.3	3.1	3.2	3.3	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td></tr></table>	3.1	3.2	1.3	3.1	3.2	2.3	3.1	3.2	3.3	13 14 15	} Interpretant
3.1	3.2	1.3																			
3.1	3.2	2.3																			
3.1	3.2	3.3																			
3.1	3.2	1.3																			
3.1	3.2	2.3																			
3.1	3.2	3.3																			
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	12	Eigenrealität																		

3. Sobald jedoch Paare von Zeichenklassen aus diesem Verband herausgelöst werden, kann man zwischen 0-seitiger, 1-seitiger, 2-seitiger und 3-seitiger semiotischer Abhängigkeit unterscheiden. Es gibt somit im Gegensatz zur Ontik ein 4-stufiges und kein 3-stufiges Gradationssystem von semiotischer Abhängigkeit.

### 3.1. Beispiele für 0-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.2, 2.2, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.1)

(3.2, 2.2, 1.2)      (3.3, 2.3, 1.3)      (3.3, 2.3, 1.3)

### 3.2. Beispiele für 1-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.2)      (3.1, 2.2, 1.3)      (3.1, 2.2, 1.2)

### 3.3. Beispiele für 2-seitige semiotische Abhängigkeit

(3.1, 2.1, 1.1)      (3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.1)

(3.1, 2.1, 1.2)      (3.1, 2.1, 1.3)      (3.1, 2.1, 1.3)

### 3.4. Beispiele für 3-seitige semiotische Abhängigkeit

Hier gibt es nur den Fall der semiotischen Selbstabhängigkeit, der formal direkt aus der Eigenschaft der Dualinvarianz der Eigenrealität folgt

(3.1, 2.2, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.3).

Nimmt man neben dieser die Nebendiagonale der Kleinen Matrix bildenden Zeichenklasse auch die Zeichenrelation, welche deren Hauptdiagonale bildet, hinzu, ergibt sich ferner

(3.3, 2.2, 1.1)

(3.3, 2.2, 1.1),

d.h. die von Bense (1992) so genannte Kategorienklasse.



## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

## Notation semiotischer Dualsysteme mit qualitativen Morphismen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2016) für die Raumsemiotik eingeführten qualitativen Arithmetik sowie dem folgenden vollständigen System aller  $3^3 = 27$  über der allgemeinen Form von semiotischen Dualsystemen

$$DS = [3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]$$

mit  $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

konstruierbaren triadischen Relationen. Man beachte, daß hier die Ordnung

$$x \preceq y \preceq z,$$

durch welche die "regulären" zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert werden, nicht verlangt wird.

$$DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 4 = [3.1, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 7 = [3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

---

$$DS 10 = [3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 11 = [3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]$$

$$\text{DS 12} = [3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]$$

$$\text{DS 13} = [3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 14} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 15} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 16} = [3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 17} = [3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 18} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

-----

$$\text{DS 19} = [3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 20} = [3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 21} = [3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 22} = [3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 23} = [3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 24} = [3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 25} = [3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 26} = [3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 27} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

2. Im folgenden benutzen wir die drei qualitativen Zählweisen, d.h. die adjazente, subjazente und transjazente, um die "regulären" Dualsysteme innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix darzustellen. Da in semiotischen Dualsystemen nur die x, y und z variabel sind, ergibt sich eine maximal redundanzfreie Notation jedes Dualsystems mit Hilfe von qualitativen Morphismen. Als Zeichen für adjazente Abbildungen wird "→", als Zeichen für

subjazente Abbildungen wird "↑", und als Zeichen für transjazente Abbildungen wird "↗" verwendet.

$$2.1. DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

1.1	∅	∅		1.1	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	∅	∅	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 1 = [.1↑] \times [1.→]$$

$$2.2. DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

∅	1.2	∅		∅	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	2.1	∅	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 2 = [.1↑, .2↗] \times [2.↗, 1.→]$$

$$2.3. DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

∅	∅	1.3		∅	1.2	1.3
2.1	∅	∅	×	∅	∅	∅
3.1	∅	∅		3.1	∅	∅

$$DS 3 = [.1↑, .3↗] \times [3.↗, 1.→]$$

$$2.4. DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

∅	1.2	∅		∅	∅	1.3
∅	2.2	∅	×	2.1	2.2	∅
3.1	∅	∅		∅	∅	∅

$$DS 5 = [.1\swarrow, .2\uparrow] \times [2.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.5. DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	1.3
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	$\emptyset$	2.2	$\emptyset$
3.1	$\emptyset$	$\emptyset$		3.1	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 6 = [.1\swarrow, .2\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\swarrow]$$

$$2.6. DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	1.3
$\emptyset$	$\emptyset$	2.3	$\times$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
3.1	$\emptyset$	$\emptyset$		3.1	3.2	$\emptyset$

$$DS 9 = [.1\swarrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.7. DS 14 = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$\emptyset$	1.2	$\emptyset$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	2.1	2.2	2.3
$\emptyset$	3.2	$\emptyset$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 14 = [.2\uparrow] \times [2.\rightarrow]$$

$$2.8. DS 15 = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$\emptyset$	$\emptyset$	1.3		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	2.2	$\emptyset$	$\times$	$\emptyset$	2.2	2.3
$\emptyset$	3.2	$\emptyset$		3.1	$\emptyset$	$\emptyset$

$$DS 15 = [.2\uparrow, .3\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\rightarrow]$$

$$2.9. DS 18 = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

$$\begin{array}{cccccc} \emptyset & \emptyset & 1.3 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2.3 & \times & \emptyset & \emptyset & 2.3 \\ \emptyset & 3.2 & \emptyset & & 3.1 & 3.2 & \emptyset \end{array}$$

$$DS 18 = [.2\uparrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 2.\uparrow]$$

$$2.10. DS 27 = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

$$\begin{array}{cccccc} \emptyset & \emptyset & 1.3 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2.3 & \times & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 3.3 & & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$DS 27 = [.3\uparrow] \times [3.\rightarrow]$$

Man beachte also, daß einzig die Notation in qualitativen Morphismen des selbstdualen semiotischen Systems (vgl. dazu Bense 1992) nicht-symmetrisch ist, während sie, in quantitativen Morphismen dargestellt, natürlich symmetrisch ist, denn es ist ja

$$\times[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.3, 1.3] =$$

$$\times[\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha] = [\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha].$$

Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß Identität eine rein quantitative Hypostase ist, d.h. qualitativ nicht vorkommt, es sei denn als Selbstidentität. Dies ist aber bei vorausgesetzter Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt unmöglich, es sei denn, mit der Differenz beider falle die Semiotik in sich zusammen.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

## Semiotische Grenzrandwerte und Repräsentationswerte

1. Dem bereits in Toth (2013a) präsentierten vollständigen System der  $3^3 = 27$  möglichen semiotischen Dualsysteme werden im folgenden neben den Thematisationsstrukturen die entsprechenden Repräsentationswerte (vgl. Bense 1981, S. 85 ff.) beigegeben.

DS <sub>1</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)]	M <sup>3</sup>	Rpw = 9
DS <sub>2</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 10
DS <sub>3</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 11
-----					
DS* <sub>4</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 10
DS <sub>5</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)]	O <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS <sub>6</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
-----					
DS* <sub>7</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>8</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS <sub>9</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)]	I <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 13
=====					
DS* <sub>10</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 2.3)]	M <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 10
DS* <sub>11</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>12</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
-----					
DS* <sub>13</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 11
DS <sub>14</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)]	O <sup>3</sup>	Rpw = 12
DS <sub>15</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 13
-----					
DS* <sub>16</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>17</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS <sub>18</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)]	I <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 14
=====					
DS* <sub>19</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 3.3)]	M <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>20</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>21</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 13
-----					
DS* <sub>22</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>23</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 3.3)]	O <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>24</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 14
-----					
DS* <sub>25</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>26</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 14
DS <sub>27</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 3.3)]	I <sup>3</sup>	Rpw = 15



2. Im folgenden stellen wir die in Toth (2013b) besprochenen homonymen regulären und irregulären semiotischen Dualsysteme, d.h. diejenigen, welche gleiche Grenzrandwerte aufweisen, aus der obigen Tabelle zusammen.

### 2.1.

DS <sub>1</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)]	M <sup>3</sup>	Rpw = 9
DS <sub>5</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)]	O <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>21</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 13

### 2.2.

DS <sub>18</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)]	I <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 14
DS* <sub>24</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 14

### 2.3.

DS <sub>9</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)]	I <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>25</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 13

### 2.4.

DS <sub>14</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)]	O <sup>3</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>26</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 14

### 2.5.

DS* <sub>7</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS <sub>15</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 13
DS <sub>27</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 3.3)]	I <sup>3</sup>	Rpw = 15

Die in Toth (2013a) festgestellte Opazität des Zusammenhangs von Grenzrandwerten und Thematisationsstrukturen zeigt sich ebenfalls bei der Betrachtung der Repräsentationswerte. Wiederum zeigen 2.1. und 2.5. vollständige Rahmen, insofern sie a) als einzige 3-elementig sind und b) die drei ersten bzw. die drei letzten Repräsentationswerte der Skala von 9 bis 15 enthalten. Abermals fällt auch 2.3. aus dem Rahmen, insofern der symmetrischen Thematisationsstruktur identische Repräsentationswerte korrespondieren, solche weist nun allerdings auch 2.2. auf.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Homonyme und nicht-homonyme Grenzränder semiotischer dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Homonyme Grenzränder und Thematisationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Gruppen thematisierter Realitäten

1. Statt, wie in Toth (2013a, b), das vollständige System der  $3^3 = 27$  möglichen semiotischen Dualsysteme über der Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) nach den Trichotomiewerten, Grenzrandwerten oder den Strukturen thematisierter Realitäten zu ordnen, kann man sie, wie im folgenden gezeigt wird, zu Gruppen bzw. Subgruppen gleicher Repräsentationswerte (vgl. Bense 1981, S. 85 ff.) zusammenstellen.

DS <sub>1</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)]	M <sup>3</sup>	Rpw = 9
DS <sub>2</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 10
DS* <sub>4</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 10
DS* <sub>10</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 2.3)]	M <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 10
DS <sub>3</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 11
DS <sub>5</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)]	O <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>7</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>11</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>13</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>19</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 3.3)]	M <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS <sub>6</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>8</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>12</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS <sub>14</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)]	O <sup>3</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>16</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>20</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>22</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS <sub>9</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)]	I <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS <sub>15</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>17</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>21</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>23</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 3.3)]	O <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>25</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 13
DS <sub>18</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)]	I <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 14
DS* <sub>24</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 14
DS* <sub>26</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 14
DS <sub>27</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 3.3)]	I <sup>3</sup>	Rpw = 15

## 2. Feststellungen

2.1. Die 6 Subgruppen thematisierter Realitäten sind modalkategorial wie folgt determiniert.

1. Subgruppe: Vollständige M-Thematisation. Diese betrifft die Repertoireabhängigkeit der vollständigen Zeichenrelation.

2. Subgruppe: (M, O)-Thematisierungen. Diese betreffen also die Bezeichnungsfunktion der triadischen Zeichenrelation.

3. Subgruppe: (M, I)-Thematisierungen. Diese betreffen die Bedeutungsfunktion der triadischen Zeichenrelation. Wegen  $ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$  (vgl. Bense 1979, S. 53, 67) (d.i. Definition des Zeichens als Relation über Relationen bzw. als Menge über Mengen) gilt natürlich (M, I)-Them.  $\supset$  (M, O)-Them.

4. Subgruppe: (M, O, I)-Them., d.h. vollständige Zeichen-Thematisierungen. Neben allen  $3! = 6$  (M, O, I)-Thematisierungen tritt die strukturelle Realität des Vollständigen Objektes auf, deren semiotische Affinität zur triadischen strukturellen Realität des eigenrealen semiotischen Dualsystems Bense (1992, S. 14 ff.) bereits eingehend besprochen hatte.

5. Subgruppe: (M, I)-Thematisierungen. Diese betreffen die Gebrauchsfunktion der triadischen Zeichenrelationen. Es gilt:  $(O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O) = (M \rightarrow I)$ , vgl. dazu insbesondere Bense (1971, S. 77 ff.).

6. Subgruppe: Vollständige I-Thematisation.

2.2. Die Thematisierungen pro Subgruppe sind innerhalb des vollständigen Systems aller 27 semiotischen Relationen strukturell vollständig, vgl. die 3. Subgruppe mit allen 6 (M, O, I)-Permutationen zuzüglich der strukturellen Realität des Vollständigen Objektes. Selbstverständlich ist diese thematisative Vollständigkeit abhängig vom Einbegriffungsgrad der Subrelationen des Zeichens (vgl. 2.1.). Z.B. sind die strukturellen Möglichkeiten der (M, O)-Thematisierungen (2. Subgruppe) mit den drei Strukturen

$$Y^1 \leftarrow X^2$$

$$X^1 \rightarrow Y^1 \leftarrow X^1$$

$$X^2 \rightarrow O^1$$

ausgeschöpft. Die Thematisationsstrukturen sind somit durch zwei strukturelle Merkmale determiniert: 1. durch die Position der thematisierten Subrelationen und 2. durch deren semiotische Wertigkeit (welche in den obigen Strukturformen durch hochgestellte Zahlen ausgedrückt wird). Man beachte, daß nur innerhalb der Teilmenge der 10 regulären semiotischen Dualsysteme die Position der thematisierten Subrelationen von der Wertigkeit abhängig ist, und zwar qua Thematisationsrichtung ( $\rightarrow$  vs.  $\leftarrow$ ), denn in der Teilmenge der 17 irregulären semiotischen Dualsysteme treten sog. Sandwich-Thematisierungen der Form  $(X \rightarrow Y \leftarrow X)$  auf, welche unter den regulären Dualsystemen nur der triadischen Thematisationsstruktur der Eigenrealitätsklasse eignet, bei den irregulären Dualsystemen aber unabhängig von triadischer Thematisationsstruktur auftritt. Aus diesen Feststellungen muß jedenfalls geschlossen werden, daß die regulären Dualsysteme von den durch triadisch-trichotomische Relationen bereit gehaltenen Thematisationsstrukturen her gesehen unvollständig sind.

### Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Homonyme Grenzünder und Thematisierungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Grenzwerte und Thematisierungswerte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Daseinsrelativität und Thematisationsstrukturen

1. Wie bereits in Toth (2013a), zitieren wir auch an dieser Stelle aus Benses Motivation einer Theorie der Eigenrealität (Bense 1992), welche bekanntlich sein letztes großes Arbeitsgebiet war. Bense greift dazu auf seine Dissertation (Bense 1938) zurück, in welcher er Schelers Konzeption der Daseinsrelativität einer unter dem Eindruck der Quantenmechanik gänzlich veränderten Auffassung von Erkenntnistheorie behandelte.

Die wissenschaftliche Forschung erreicht die Gegebenheiten nur als "daseinsrelative Gegebenheiten" bzw. als "Stufenreich der Daseinsrelativität der Gegenstandsarten"

"... jede Stufe der Daseinsrelativität eines Gegenstandes enthält im Vergleich mit der weniger großen Daseinsrelativität desselben Gegenstandes eine geringere Fülle der ganzen Welt oder des Weltdinges; und jede Erkenntnis eines relativeren Gegenstandes ist weniger adäquate Erkenntnis der Welt als die Erkenntnis eines weniger relativen, dem absoluten Gegenstände näher liegenden Gegenstandes" (Bense 1992, S.11 f.).

2. Wie in meinen letzten Arbeiten (vgl. bes. Toth 2013b, c) gezeigt wurde, erhält man erst dann das vollständige System semiotischer Dualsysteme, welche alle Möglichkeiten einer semiotischen Realitätsthematisierung im Sinne einer hierarchischen semiotischen Daseinsrelativität zeichenthematisierter Objekte ausschöpft, wenn man die Teilmenge der 10 regulären Peirce-Benseschen Dualsysteme durch die zur Gesamtmenge von  $3^3 = 27$  semiotischen Relationen über der Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17) fehlenden 17 irregulären Dualsysteme ergänzt. Diese Gesamtmenge von 27 triadisch-trichotomischen Relationen werden im folgenden zu Subgruppen von Thematisierungen gleicher Repräsentationswerte geordnet.

DS <sub>1</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)]	M <sup>3</sup>	Rpw = 9
DS <sub>2</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 10
DS* <sub>4</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 10
DS* <sub>10</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 2.3)]	M <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 10

DS <sub>3</sub>	= [(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> ← M <sup>2</sup>	Rpw = 11
DS <sub>5</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)]	O <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>7</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>11</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>13</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 11
DS* <sub>19</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 3.3)]	M <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 11

---

DS <sub>6</sub>	= [(3.1, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 1.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>8</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 1.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← M <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>12</sub>	= [(3.2, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS <sub>14</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)]	O <sup>3</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>16</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 2.3)]	M <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>20</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 3.3)]	O <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12
DS* <sub>22</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 12

---

DS <sub>9</sub>	= [(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)]	I <sup>2</sup> → M <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS <sub>15</sub>	= [(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)]	I <sup>1</sup> ← O <sup>2</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>17</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 2.3)]	O <sup>1</sup> → I <sup>1</sup> ← O <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>21</sub>	= [(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → M <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>23</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 3.3)]	O <sup>2</sup> → I <sup>1</sup>	Rpw = 13
DS* <sub>25</sub>	= [(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)]	M <sup>1</sup> ← I <sup>2</sup>	Rpw = 13

---

DS <sub>18</sub>	= [(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)]	I <sup>2</sup> → O <sup>1</sup>	Rpw = 14
DS* <sub>24</sub>	= [(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)]	I <sup>1</sup> → O <sup>1</sup> ← I <sup>1</sup>	Rpw = 14

$$DS^*_{26} = [(3.3, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 3.2, 3.3)] \quad O^1 \leftarrow I^2 \quad Rpw = 14$$


---

$$DS_{27} = [(3.3, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 3.2, 3.3)] \quad I^3 \quad Rpw = 15$$

Wenn also Bense weiter feststellte, daß "Modelle der Zuordnung des bestimmten Repräsentationsschemas (Zeichenklasse) bzw. der Realitätsthematik einer zeichenexternen, vorgegebenen Entität" gefunden werden müßten, dann werden diese Modelle im Sinne einer "semiotischen Modelltheorie" (Bense 1988, S. 129) erst durch das vollständige System aller 27 semiotischen Dualsysteme geliefert, denn deren Teilmenge der 10 regulären Dualsysteme ist hinsichtlich der strukturellen Möglichkeiten der durch ihre Realitätsthematiken präsentierten strukturellen (entitätischen) Realitäten hochgradig fragmentarisch. Z.B. besitzt die Teilmenge der regulären Dualsysteme nur die beiden folgenden Thematisationsstrukturen für  $Rpw = 11$

$$DS_3 = [(3.1, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 1.2, 1.3)] \quad I^1 \leftarrow M^2 \quad Rpw = 11$$

$$DS_5 = [(3.1, 2.2, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 2.2, 1.3)] \quad O^2 \rightarrow M^1 \quad Rpw = 11,$$

wogegen sich in der Differenzmenge der irregulären Dualsysteme die folgenden vier weiteren Thematisationsstrukturen finden

$$DS^*_7 = [(3.1, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 3.2, 1.3)] \quad M^1 \rightarrow I^1 \leftarrow M^1 \quad Rpw = 11$$

$$DS^*_{11} = [(3.2, 2.1, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 1.2, 2.3)] \quad O^1 \rightarrow M^1 \leftarrow O^1 \quad Rpw = 11$$

$$DS^*_{13} = [(3.2, 2.2, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 2.2, 2.3)] \quad M^1 \leftarrow O^2 \quad Rpw = 11$$

$$DS^*_{19} = [(3.3, 2.1, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 1.2, 3.3)] \quad M^2 \rightarrow I^1 \quad Rpw = 11.$$

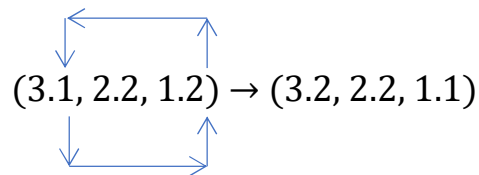
In Sonderheit treten nun Paare thematisierter Realitäten auf, die sich weder durch die Modalkategorien, noch durch deren semiotische Wertigkeit, noch durch deren Positionen innerhalb der Thematisationsstrukturen, sondern einzig durch die Thematisationsrichtung unterscheiden

$$DS_5 = [(3.1, 2.2, 1.2) \quad \times \quad (2.1, 2.2, 1.3)] \quad O^2 \rightarrow M^1 \quad Rpw = 11,$$

$$DS^*_{13} = [(3.2, 2.2, 1.1) \quad \times \quad (1.1, 2.2, 2.3)] \quad M^1 \leftarrow O^2 \quad Rpw = 11.$$



Man beachte übrigens, daß die zur Konstruktion der irregulären Zeichenklasse (3.2, 2.2, 1.1) aus der regulären Zeichenklasse (3.1, 2.2, 1.2) nötige Transformation genau dem Schema entspricht, welches Bense (1992, S. 22) für die Transformation der Kategorienklasse in die Eigenrealitätsklasse gegeben hatte



d.h. eine Wert-Permutation zwischen zwei verschiedenen Subrelationen der gleichen Zeichenklasse sowie innerhalb der trichotomischen Teilordnung der beiden Relationen, so daß diese Permutation also eine ordnungserhaltende Transformation darstellt.

Betrachtet man also die Strukturen thematisierter Objekte, wie sie durch die Realitätsthematiken regulärer semiotischer Dualsysteme präsentiert werden, im Lichte der Gesamtmenge der 27 triadisch-trichotomischen Relationen, so findet man für das 2-elementige Repertoire von Modalkategorien bzw. Primzeichen, wie es den drei semiotischen Funktionen ( $M \rightarrow O$ ), ( $O \rightarrow I$ ) und ( $I \rightarrow M$ ) zugrunde liegt, die folgenden Thematisationsstrukturen

- 3                       $X^3, Y^3$
- 3 = (1, 2)             $Y^1 \leftarrow X^2, X^2 \rightarrow O^1$
- 3 = (1, 1, 1)         $X^1 \rightarrow Y^1 \leftarrow X^1.$

Weitere Differenzierungen würden sich erst beim Übergang triadisch-trichotomischer zu tetradisch-tetratomischen Relationen ergeben. Diese Einbettung 3-stelliger semiotischer Relationen in 4-stellige führt v.a. zur Differenzierung der semiotischen Wertigkeit von Subrelationen

- 3 = (1, 2)             $Y^1 \leftarrow (X^1 < X^1), Y^1 \leftarrow (X^1 > X^1)$   
                            $(X^1 > X^1) \rightarrow Y^1, (X^1 < X^1) \rightarrow Y^1$
- 3 = (1, 1, 1)         $X_i^1 \rightarrow Y^1 \leftarrow X_j^1, X_j^1 \rightarrow Y^1 \leftarrow X_i^1 (i < j), \text{ usw.}$

Bettet man also die regulären semiotischen Dualsysteme in die Gesamtmenge aller 27 möglichen triadisch-trichotomischen Systeme ein, so erhält man ein Organon von gleichzeitig hierarchischer und heterarchischer semiotischer Thematisierung daseinsrelativer Objekte in Form von Subgruppen gleicher Repräsentationswerte von durch die Realitätsthematiken präsentierten strukturellen Realitäten. Während also die Skala der Repräsentationswerte von  $R_{pw} = 9$  bis  $R_{pw} = 15$  eine daseinsrelative Hierarchie semiotischer Realitäten induziert, induzieren die Subgruppen von Dualsystemen mit identischen Repräsentationswerten die heterarchische Schichtung dieser daseinsrelativen Hierarchie.

### **Literatur**

Bense, Max, Quantenmechanik und Daseinsrelativität. Diss. Bonn 1938

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1988

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zeichen als absolutes Dasein. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Homonyme Grenzünder und Thematisierungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotische Grenzwerte und Thematisierungswerte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

## Grenzränder in Panizzas Mondgeschichte

1. Oskar Panizza, dessen Werk für die Semiotik von großer Bedeutung ist, hatten wir bereits zahlreiche Aufsätze gewidmet. Im folgenden wird die 1890 zuerst veröffentlichte Erzählung "Eine Mondgeschichte" zur Illustration der in Toth (2013a) in die Semiotik und in Toth (2013b) in die Ontik eingeführten sog. Grenzränder benutzt.

### 1.1. Semiotische Grenzen, Ränder und Grenzränder

Gegeben sei das Dualsystem

$$DS = [(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$$

Da die Grenzen zweier Repräsentationsrelationen durch die ihnen nicht-gemeinsamen Subrelationen definiert sind, bekommen wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1).$$

Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$INV(a.b) = \{(c.d) \mid c < a \vee d < b\}$$

$$SUP(a.b) = \{(c.d) \mid c > a \vee d > b\}.$$

Daraus folgen zwei Dinge: 1. Umgebungen sind 2-dimensional, d.h. sowohl triadisch als auch trichotomisch bestimmt. 2.  $INV(a.b)$  und  $SUP(a.b)$  sind relativ zur Relation, deren Umgebungen bestimmt werden, komplementär. M.a.W. ergibt also die Vereinigung dieser Relation und ihrer beiden Umgebungen die semiotische Matrix. Für unsere Dualsystem haben wir damit

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Was schließlich die Grenzränder betrifft, so sind sie definiert wie im folgenden exemplarisch anhand unseres Dualsystems gezeigt wird.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

Während also unser Dualsystem die folgende Matrize und ihre Transponierte hat

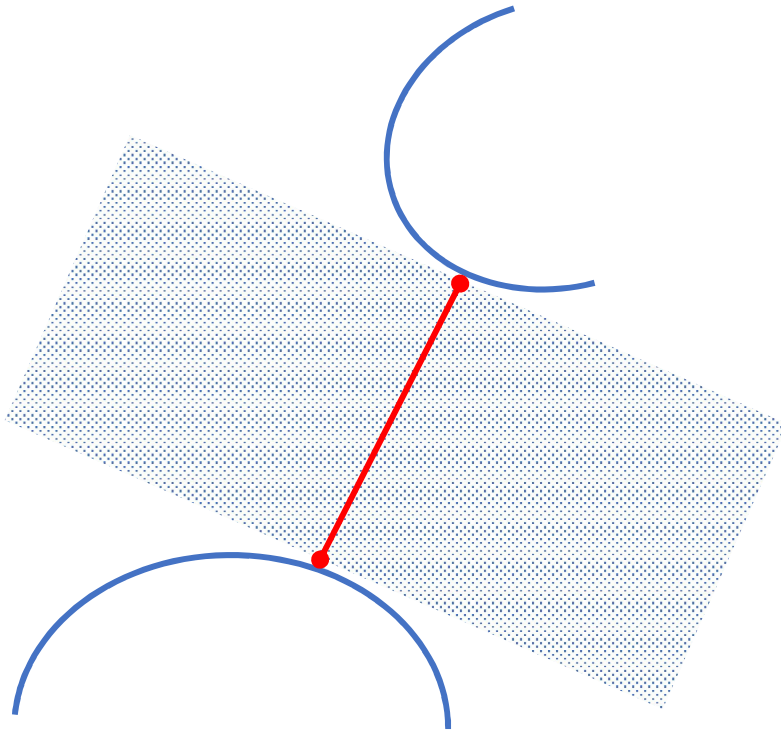


besitzt der Grandrand  $\mathfrak{G}$  unseres Dualsystems die folgende Matrix


d.h. es ist  $(3.1, 2.1, 1.3 \times 3.1, 2.1, 1.3) \cap \mathfrak{G}(3.1, 2.1, 1.3 \times 3.1, 2.1, 1.3) = (2.1)$ .

2. In dem gewählten Beispiel ist also nicht nur die Schnittmenge zwischen dem Dualsystem und seinem Grenzrand nicht-leer, sondern die Grenzrandwerte sind sogar adjazent. Dagegen weist Panizzas Mondgeschichte einen dazu

konträren Grenzrand, der sich von der Oberfläche der Erde bis zu derjenigen des Mondes erstreckt.



Die folgenden Zitate zur Illustration dieses Grenzrandes zwischen Erd- und Mondoberfläche sind der Neuveröffentlichung der Mondgeschichte in Panizza (1981) entnommen.

### 2.1. Der Weg durch den Grenzrand

(Das Ende der Leiter) war etwas ausgefranzt und schien von gutem, hanfenem Stoff. (S. 77)

Die Leiter war getheert, kräftig, leicht zum Anhalten, und sehr bequem zum Emporsteigen gearbeitet. (S. 78)

Nicht ohne einen gewissen Trost machte ich die Wahrnehmung, daß das Seil, nicht sagen dicker, aber anders gearbeitet sich zeigte; es fühlte sich besser und derber an; wir kommen an einen Halt- oder Wendepunkt, dachte ich. (S. 82)

Ich bemerkte, die Strickleiter lief hier am Ende wie über eine Art Holz-Welle, - wohl um nicht durch den Abwärtszug zu stark geknickt zu werden, - und verlor

sich erst von hier aus wie ein kleiner Eisenbahnstrang in der Dunkelheit des Innenraumes, wahrscheinlich um an einer entfernteren Stelle erst fest mit dem Gebäude verkoppelt zu werden. (S. 84)

## 2.2. Der Grenzrand

Der schwarze Mensch (...) griff in die Luft und erfaßte eine mir bis dahin unsichtbar gebliebene Strickleiter von rußigem Ansehen, an der er hinaufzusteigen begann. (...) Straff spannte sich die Leiter vor ihm in die Höhe, um sich in der Richtung, wo der vollmond gestanden war, in's Unendliche zu verlieren. (S. 77).

In diesem Moment fiel mein Blick unwillkürlich nach unten, wo wir die Erde zurückgelassen hatten, und ich machte eine Entdeckung, die, so schrecklich sie an und für sich war, mir doch eine gewisse Beruhigung über meine Lage gewährte; tief unter mir, wo die hanfene Leiter sich in weiter Ferne verlor, sah ich eine große, helle, bleiglänzende Fläche. (...) Kein Zweifel, wir waren über dem Meer. (S. 80 f.)

In allernächster Nähe über mir, vielleicht dreißig Meter entfernt, schwebte eine mächtige schwarze Kugel, wie ein Hohlgehäuse, wie ein riesiger Ballon. (...) Auf der linken Seite des Hauses bemerkte ich einen Laden aus Holz, wie einen Fensterladen, der jedoch geschlossen war. (...) Rechts, wo alles noch im Dunkel lag, hatte das schwebende runde Haus eine Art Thür, eine gieblige Öffnung, wie man sie, zum Aufziehen der Waren von außen, hoch oben im Speicher anbringt (S. 82).

Anm.: Diese Beschreibung des Mondhauses gehört zum Grenzrand, da der Erzähler das Haus ja von außerhalb, noch auf der Mondleiter stehend, sieht. Die eigentliche Schilderung des Grenzrandes folgt jedoch erst beim Abstieg vom Mond.

Das Mondhaus über uns war vollständig in Finsternis gehüllt; tief unter mir entdeckte ich einen schwachen Lichtkomplex, der zunahm, je mehr wir uns der Erde näherten, und bald war es klar, daß wir in ein Zwielflicht hineinstiegen. (S. 153)

Ein feuchter Dunst lag auf meinen Kleidern und auf meinen Haaren, ein Zeichen, daß wir den Dunstkreisen der Erde immer näher kamen. Wir mochten an die

vier Stunden schon gestiegen sein. Es war aber noch immer stockfinster. Trotzdem glaubte ich, daß wir dem Tag näher waren als der nacht, denn die dämmerige Ausbreitung unter mir war eher heller geworden. Schwarze, gigantische Figuren mit insektenhaften Beinen sah ich unter mir lautlos sich hin und her bewegen. Ich glaubte, wir passierten jetzt das Reich der Dämonen, welches nach der mittelalterlichen, theologischen Anschauung zwischen Erde und Himmel inzwischen lag. (...) Ein eigentümliches Sausen drang von unten herauf; waren es die von der nahenden Sonne bewegten Luftmassen, oder waren es die Wälder, oder die Flüsse, oder das Meer, - kurz, ich fühlte, wir seien in nächster Erdennähe. (S. 156)

Nach etwa einer Viertelstunde tauchte wir aus dem Nebel heraus, und – unter mir lag eine stark angereifte Wiese. (...) Nach etwa zehn Minuten kam ich gegen das Ende der Strickleiter. (S. 157)

### **Literatur**

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. München 1981

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Ontische Grenzränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Semiotische Nachbarschaftsklassen

1. Gemäß Toth (2009) kann man semiotische Gruppen durch die folgenden Substitutionen von Primzeichen erzeugen.

1.1.  $(.1.) \rightarrow (.3.) \quad (.2.) = \text{const.}$

1.2.  $(.1.) \rightarrow (.2.) \quad (.3.) = \text{const.}$

1.3.  $(.2.) \rightarrow (.3.) \quad (.1.) = \text{const.}$

Da ein enger Zusammenhang zwischen semiotischen Gruppen und den in Toth (2013a, b) untersuchten semiotischen Grenzen, Rändern, Grenzrändern und Nachbarschaften besteht, wird im folgenden gezeigt, wie semiotische Dualsysteme aussehen, bei welchen Subrelationen durch die Nachbarschaftsrelation substituiert werden.

### 2. Die semiotischen Nachbarschaftsklassen

2.1.  $R = (1.1)$

$N(1.1) = (1.2, 2.1, 2.2)$

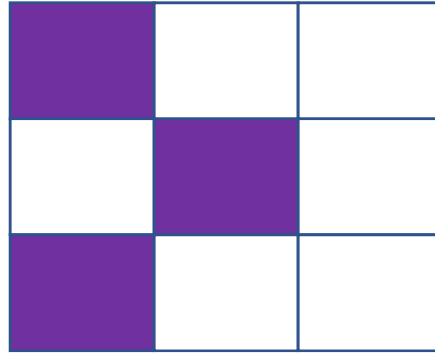
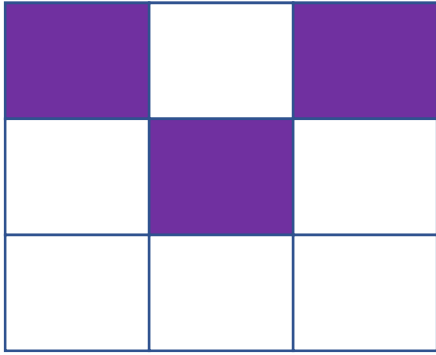

$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow (3.1, 2.1, (1.2, 2.1, 2.2)).$

2.2.  $R = (1.2)$

$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$

$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$



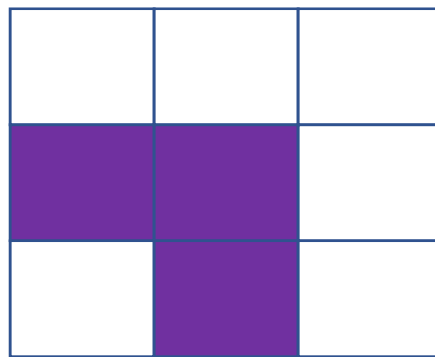
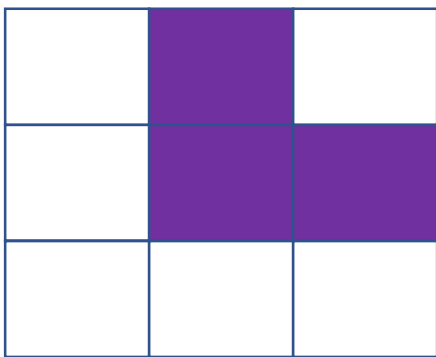


$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow (3.1, (1.1, 2.2, 3.1), (1.1, 1.3, 2.2)).$

2.3.  $R = (1.3)$

$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$

$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$



$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.1, (1.2, 2.2, 2.3)).$

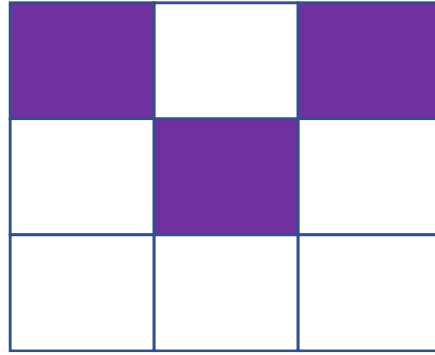
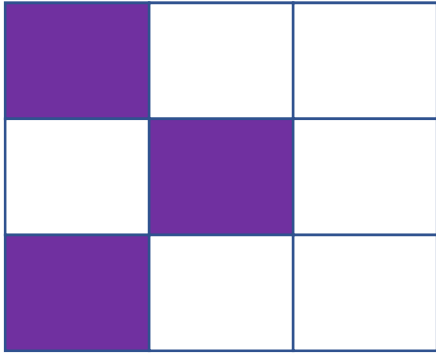
$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.2, (1.2, 2.2, 2.3)).$

$(3.1, 2.3, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.3, (1.2, 2.2, 2.3)).$

2.4.  $R = (2.1)$

$N(2.1) = (1.1, 2.2, 3.1)$

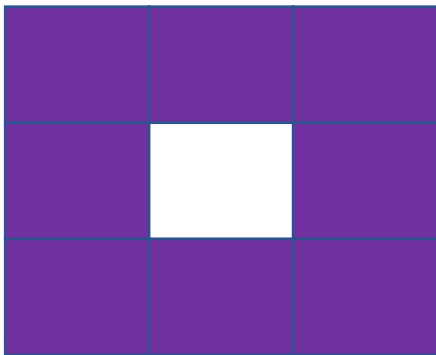
$N(1.2) = (1.1, 1.3, 2.2)$



$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow (3.1, (1.1, 2.2, 3.1), (1.1, 1.3, 2.2)).$

2.5.  $R = (2.2)$

$N(2.2) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$



$(3.1, 2.2, 1.2) \rightarrow (3.1, (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), 1.2).$

$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow (3.1, (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), 1.3).$

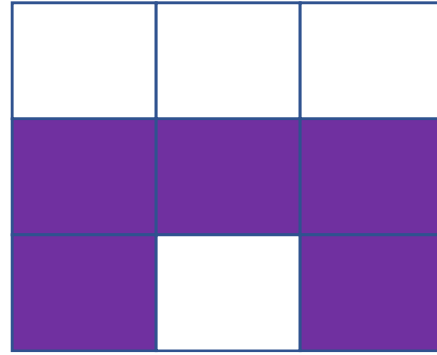
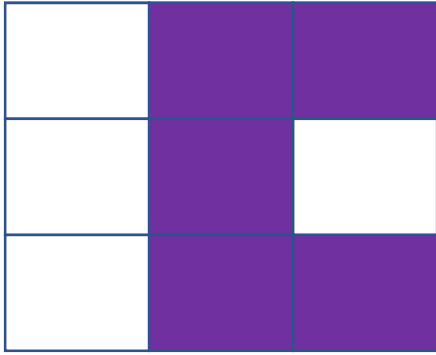
$(3.2, 2.2, 1.2) \rightarrow (3.2, (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), 1.2).$

$(3.2, 2.2, 1.3) \rightarrow (3.2, (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), 1.3).$

2.6.  $R = (2.3)$

$N(2.3) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.2, 3.3)$

$N(3.2) = (2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.3)$

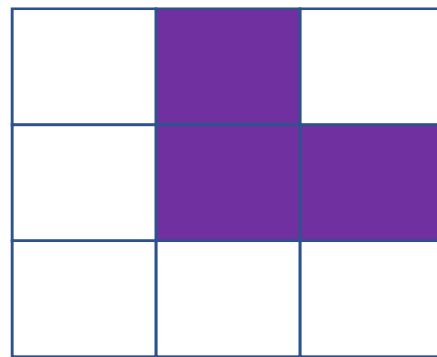
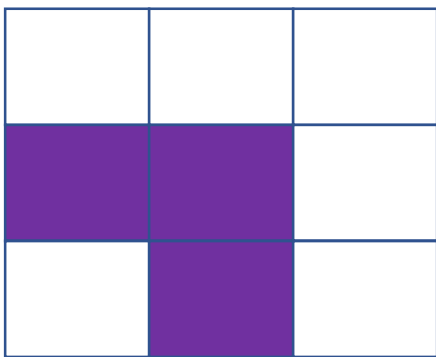


$(3.2, 2.3, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.3), (1.2, 1.3, 2.1, 3.2, 3.3), 1.3).$

2.7.  $R = (3.1)$

$N(3.1) = (2.1, 2.2, 3.2)$

$N(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$



$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.1, (1.2, 2.2, 2.3)).$

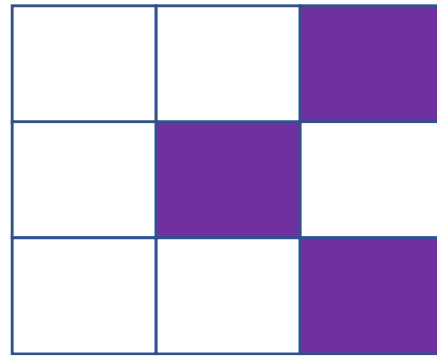
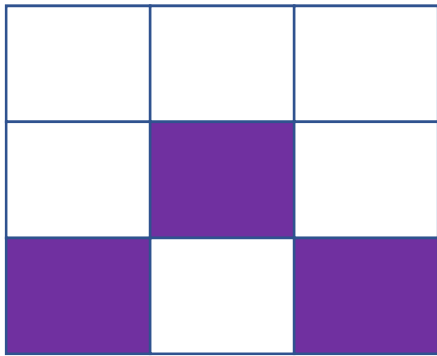
$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.2, (1.2, 2.2, 2.3)).$

$(3.1, 2.3, 1.3) \rightarrow ((2.1, 2.2, 3.2), 2.3, (1.2, 2.2, 2.3)).$

2.8.  $R = (3.2)$

$N(3.2) = (2.2, 3.1, 3.3)$

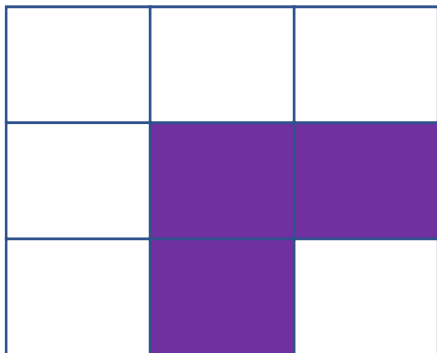
$N(2.3) = (1.3, 2.2, 3.3)$



$(3.2, 2.3, 1.3) \rightarrow ((2.2, 3.1, 3.3), (1.3, 2.2, 3.3), 1.3).$

2.9.  $R = (3.3)$

$N(3.3) = (2.2, 2.3, 3.2)$



$(3.3, 2.3, 1.3) \rightarrow ((2.2, 2.3, 3.2), 2.3, 1.3).$

### Literatur

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Semiotische Randklassen

1. Gemäß Toth (2009) kann man semiotische Gruppen durch die folgenden Substitutionen von Primzeichen erzeugen.

1.1. (1.)  $\rightarrow$  (.3.)    (.2.) = const.

1.2. (1.)  $\rightarrow$  (.2.)    (.3.) = const.

1.3. (.2.)  $\rightarrow$  (.3.)    (1.) = const.

Da ein enger Zusammenhang zwischen semiotischen Gruppen und den in Toth (2013a, b) untersuchten semiotischen Grenzen, Rändern, Grenzrändern und Nachbarschaften besteht, wird im folgenden nach der Untersuchung der Nachbarschaftsklassen (Toth 2013c) gezeigt, wie semiotische Dualsysteme aussehen, bei welchen Subrelationen durch die Randrelation substituiert werden.

### 2. Die semiotischen Randklassen

2.1.  $R = (1.1)$

$R_\lambda(1.1) = \emptyset$

$R_\rho(1.1) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$


$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow (3.1, 2.1, (1.2, 1.3, 2.1, 3.1))$ .

2.2.  $R = (1.2)$

$R_\lambda(1.2) = (1.1)$

$R_\rho(1.2) = (1.3, 2.2, 3.2)$


$$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow \{(3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, (1.3, 2.2, 3.2))\}$$

$$(3.1, 2.2, 1.2) \rightarrow \{(3.1, 2.2, 1.1), (3.1, 2.2, (1.3, 2.2, 3.2))\}$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \rightarrow \{(3.2, 2.2, 1.1), (3.2, 2.2, (1.3, 2.2, 3.2))\}.$$

$$2.3. R = (1.3)$$

$$R_\lambda(1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$R_\rho(1.3) = (3.2, 3.3)$$


$$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow \{(3.1, 2.1, (1.1, 1.2)), (3.1, 2.1, (3.2, 3.3))\}$$

$$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow \{(3.1, 2.2, (1.1, 1.2)), (3.1, 2.2, (3.2, 3.3))\}$$

$$(3.1, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.1, 2.3, (1.1, 1.2)), (3.1, 2.3, (3.2, 3.3))\}$$

$$(3.2, 2.2, 1.3) \rightarrow \{(3.2, 2.2, (1.1, 1.2)), (3.2, 2.2, (3.2, 3.3))\}$$

$$(3.2, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.2, 2.3, (1.1, 1.2)), (3.2, 2.3, (3.2, 3.3))\}$$

$$(3.3, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.3, 2.3, (1.1, 1.2)), (3.3, 2.3, (3.2, 3.3))\}.$$

2.4.  $R = (2.1)$

$R_\lambda(2.1) = (1.1)$

$R_\rho(2.1) = (2.2, 2.3, 3.1)$


$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow \{(3.1, 1.1, 1.1), (3.1, (2.2, 2.3, 3.1), 1.1)\}$

$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow \{(3.1, 1.1, 1.2), (3.1, (2.2, 2.3, 3.1), 1.2)\}$

$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow \{(3.1, 1.1, 1.3), (3.1, (2.2, 2.3, 3.1), 1.3)\}$ .

2.5.  $R = (2.2)$

$R_\lambda(2.2) = (1.2, 2.1)$

$R_\rho(2.2) = (2.3, 3.2)$


$(3.1, 2.2, 1.2) \rightarrow \{(3.1, (1.2, 2.1), 1.2), (3.1, (2.3, 3.2), 1.2)\}$

$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow \{(3.1, (1.2, 2.1), 1.3), (3.1, (2.3, 3.2), 1.3)\}$

$(3.2, 2.2, 1.2) \rightarrow \{(3.2, (1.2, 2.1), 1.2), (3.2, (2.3, 3.2), 1.2)\}$

$(3.2, 2.2, 1.3) \rightarrow \{(3.2, (1.2, 2.1), 1.3), (3.2, (2.3, 3.2), 1.3)\}$ .

2.6.  $R = (2.3)$

$R_\lambda(2.3) = (1.3, 2.1, 2.2)$

$R_\rho(2.3) = (3.3)$


$(3.1, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.1, (1.3, 2.1, 2.2), 1.3), (3.1, 3.3, 1.3)\}$

$(3.2, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.2, (1.3, 2.1, 2.2), 1.3), (3.2, 3.3, 1.3)\}$

$(3.3, 2.3, 1.3) \rightarrow \{(3.3, (1.3, 2.1, 2.2), 1.3), (3.3, 3.3, 1.3)\}$ .

2.7.  $R = (3.1)$

$R_\lambda(3.1) = (1.1, 2.1)$

$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$


$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.1, 1.1), ((3.2, 3.3), 2.1, 1.1)\}$

$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.1, 1.2), ((3.2, 3.3), 2.1, 1.2)\}$



$$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.1, 1.3), ((3.2, 3.3), 2.1, 1.3)\}$$

$$(3.1, 2.2, 1.2) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.2, 1.2), ((3.2, 3.3), 2.2, 1.2)\}$$

$$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.2, 1.3), ((3.2, 3.3), 2.2, 1.3)\}$$

$$(3.1, 2.3, 1.3) \rightarrow \{((1.1, 2.1), 2.3, 1.3), ((3.2, 3.3), 2.3, 1.3)\}.$$

$$2.8. R = (3.2)$$

$$R_\lambda(3.2) = (1.2, 2.2, 3.1)$$

$$R_\rho(3.2) = (3.3)$$


$$(3.2, 2.2, 1.3) \rightarrow \{((1.2, 2.2, 3.1), 2.2, 1.3), (3.3, 2.2, 1.3)\}$$

$$(3.2, 2.3, 1.3) \rightarrow \{((1.2, 2.2, 3.1), 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)\}.$$

$$2.9. R = (3.3)$$

$$R_\lambda(3.3) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$

$$R_\rho(2.1) = \emptyset$$


$(3.3, 2.3, 1.3) \rightarrow ((1.3, 2.3, 3.1, 3.2), 2.3, 1.3)$ .

## Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Ränder und Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaftsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

# Haupt- und Nebennachbarschaften in der großen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 105) in die Semiotik eingeführte große Matrix

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu	Qu-Qu 11 11	Qu-Si 11 12	Qu-Le 11 13	Qu-Ic 11 21	Qu-In 11 22	Qu-Sy 11 23	Qu-Rh 11 31	Qu-Di 11 32	Qu-Ar 11 33
	Si	Si-Qu 12 11	Si-Si 12 12	Si-Le 12 13	Si-Ic 12 21	Si-In 12 22	Si-Sy 12 23	Si-Rh 12 31	Si-Di 12 32	Si-Ar 12 33
	Le	Le-Qu 13 11	Le-Si 13 12	Le-Le 13 13	Le-Ic 13 21	Le-In 13 22	Le-Sy 13 23	Le-Rh 13 31	Le-Di 13 32	Le-Ar 13 33
O	Ic	Ic-Qu 21 11	Ic-Si 21 12	Ic-Le 21 13	Ic-Ic 21 21	Ic-In 21 22	Ic-Sy 21 23	Ic-Rh 21 31	Ic-Di 21 32	Ic-Ar 21 33
	In	In-Qu 22 11	In-Si 22 12	In-Le 22 13	In-Ic 22 21	In-In 22 22	In-Sy 22 23	In-Rh 22 31	In-Di 22 32	In-Ar 22 33
	Sy	Sy-Qu 23 11	Sy-Si 23 12	Sy-Le 23 13	Sy-Ic 23 21	Sy-In 23 22	Sy-Sy 23 23	Sy-Rh 23 31	Sy-Di 23 32	Sy-Ar 23 33
I	Rh	Rh-Qu 31 11	Rh-Si 31 12	Rh-Le 31 13	Rh-Ic 31 21	Rh-In 31 22	Rh-Sy 31 23	Rh-Rh 31 31	Rh-Di 31 32	Rh-Ar 31 33
	Di	Di-Qu 32 11	Di-Si 32 12	Di-Le 32 13	Di-Ic 32 21	Di-In 32 22	Di-Sy 32 23	Di-Rh 32 31	Di-Di 32 32	Di-Ar 32 33
	Ar	Ar-Qu 33 11	Ar-Si 33 12	Ar-Le 33 13	Ar-Ic 33 21	Ar-In 33 22	Ar-Sy 33 23	Ar-Rh 33 31	Ar-Di 33 32	Ar-Ar 33 33

beruht auf der Übertragung der Bildung kartesischer Produkte von Primzeichen

$$\langle a. \rangle \times \langle b. \rangle = \langle a.b \rangle$$

$$\langle a. \rangle \times \langle b. \rangle = \langle b.a \rangle,$$

auf Subzeichen, d.h. 1-stelliger auf 2-stellige semiotische Relationen

$$\langle a.b \rangle \times \langle c.d \rangle = \langle \langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle \rangle$$

$\langle c.d \rangle \times \langle a.b \rangle = \langle \langle c.d \rangle, \langle a.b \rangle \rangle$  (vgl. Toth 2013).

2. Somit muß innerhalb der großen Matrix bei semiotischen Grenzen, Rändern, Grenzrändern, Nachbarschaften und Umgebungen bei jedem geordneten Paar von kartesischen Produkten der Form  $\langle a.b \rangle \times \langle c.d \rangle = \langle \langle a.b \rangle, \langle c.d \rangle \rangle$  zwischen Haupt- und Neben-Grenzen, usw. unterschieden werden. Für ein Paar von Subzeichen

$P = ((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h))$

ist die Nachbarschaft die Menge aller Relationen, für die gilt

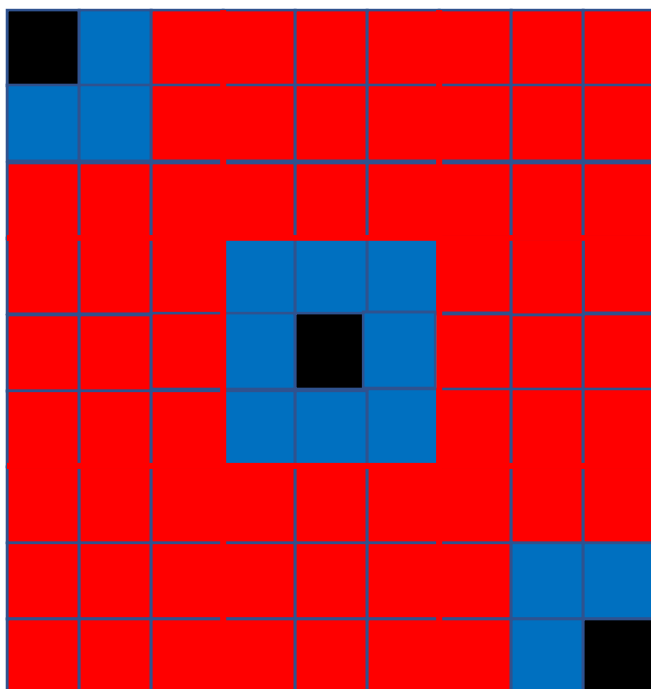
(a.) < (e.)

Die Mengen aller Relationen, für die

(a.) < (c.), (e.) < (g.)

gelten, bilden die Nebennachbarschaften von (a.) und von (e.).

Im folgenden werden exemplarisch die Hauptnachbarschaften der genuinen Subzeichen-Paare (1.1, 1.1), (2.2, 2.2) und (3.3, 3.3) rot und die Nebennachbarschaften blau markiert.



## Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Matrizenkonkatenationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

## Semiotische Grenzen, Ränder, Umgebungen und Nachbarschaften

1. Wie bereits in Toth (2013a) angedeutet, decken sich ontische Umgebungen und Nachbarschaften nicht mit den entsprechenden semiotischen Begriffen. Vermöge Toth (2012) kann der Begriff der semiotischen Umgebung direkt durch

$$U(ZTh) = \times(ZTh) = RTh,$$

d.h.

$$U(3.a, 2.b, 1.c) = (c.1, b.2, a.3)$$

$$U(c.1, b.2, a.3) = (3.a, 2.b, 1.c)$$

und also

$$UU(ZTh) = ZTh$$

$$UU(RTh) = RTh.$$

eingeführt werden. Da die semiotischen Begriffe der Grenze (G), des Randes (R), des Grenzrandes (L) und der Nachbarschaft (N) bereits in Toth (2013b) definiert worden waren, genügt es, für Dualsysteme die folgenden Beziehungen festzuhalten

$$G(DS) := \cap(ZTh, RTh)$$

$$R(DS) := \cup(RZTh, RRth)$$

$$GR(DS) := G(DS) \cap R(DS)$$

$$N(DS) := \cup N(ZTh, RTh).$$

Diese 5 systemtheoretisch-semiotischen Begriffe werden im folgenden anhand von je eines regulären und eines irregulären semiotischen Dualsystems illustriert.

## 2.1. Reguläres semiotisches Dualsystem

$$DS = [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$

	■	
	■	
■		

		■
■	■	

### 2.1.1. Grenzen

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1)$$

	■	■
■		
■		

### 2.1.2. Ränder

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$$

■		
■		

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2)$$


$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$


### 2.1.3. Grenzränder

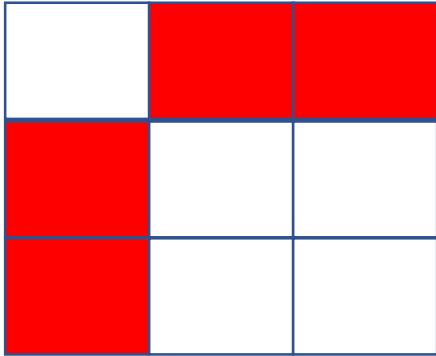
$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

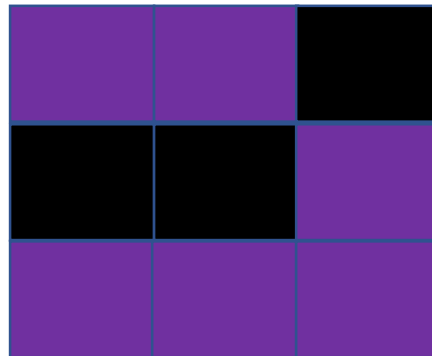
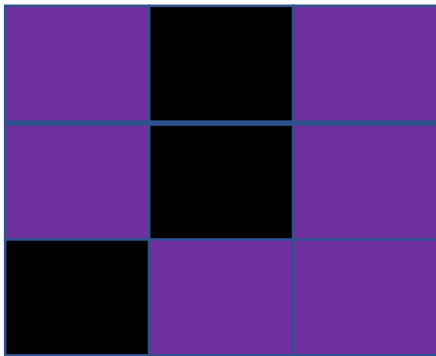
$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$



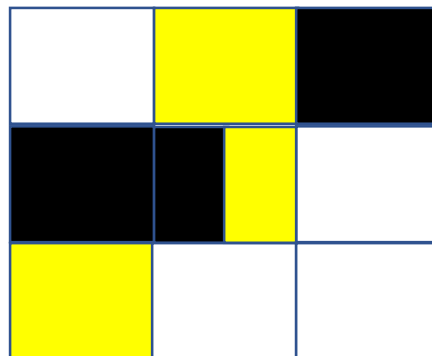
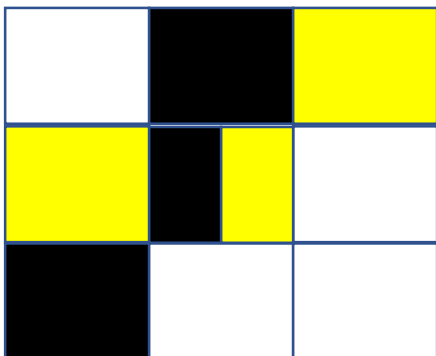
$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$



### 2.1.4. Nachbarschaften



### 2.1.5. Umgebungen



## 2.2. Irreguläres semiotisches Dualsystem

$$DS = [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$

■	□	□
□	□	■
■	□	□

■	□	■
□	□	□
□	■	□

### 2.2.1. Grenzen

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) = (1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$

□	□	■
□	□	■
■	■	□

### 2.2.2. Ränder

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = (2.1, 2.2)$$

□	□	□
■	■	□
□	□	□

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (3.2, 3.3, 1.2, 1.3)$$


$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = (1.2, 2.2)$$


$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.3, 3.3)$$

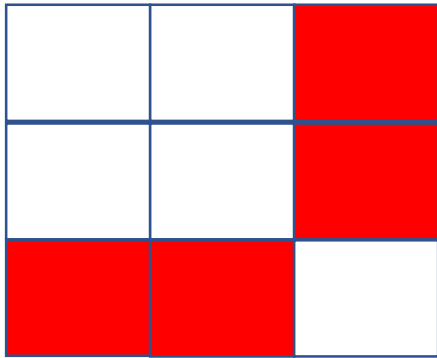

### 2.2.3. Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

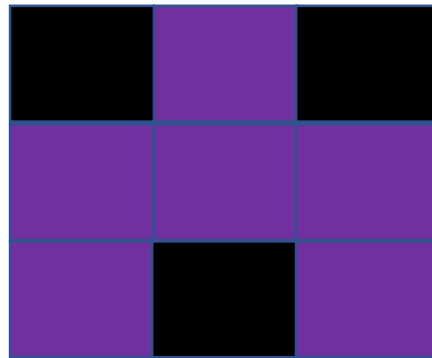
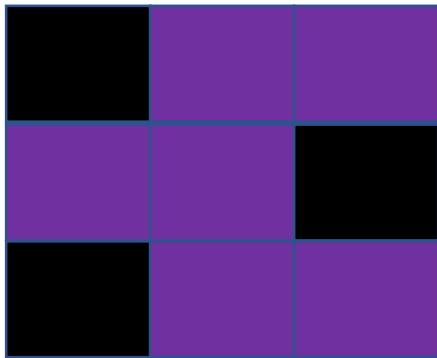
$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

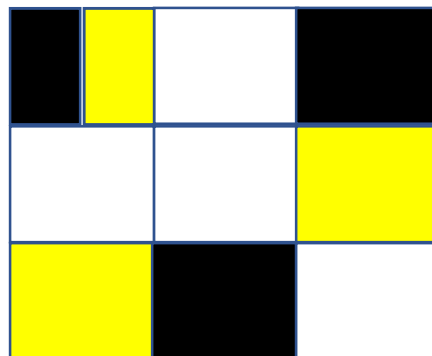
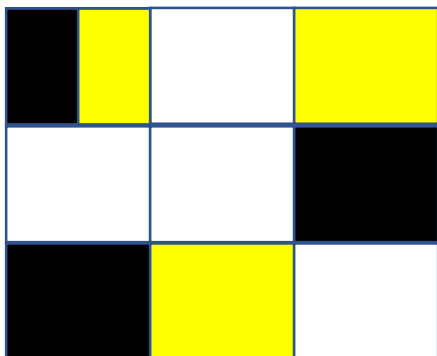
$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$



### 2.2.4. Nachbarschaften



### 2.2.5. Umgebungen



### Literatur

Toth, Alfred, Die Ordnung der Dinge und die Ordnung der Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Ontische Umgebungen und Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

## Nachbarschaften regulärer und irregulärer semiotischer Systeme und ihrer Umgebungen

1. Diese Untersuchung schließt unmittelbar an Toth (2013a) an. Wie bereits in Toth (2013b) ausgeführt, korrespondiert der systemtheoretische Umgebungsoperator  $U$  mit dem semiotischen Dualisationsoperator (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.), für den bekanntlich gilt

$$\times(\text{ZTh}) = \text{RTh}$$

$$\times(\text{RTh}) = \text{ZTh}$$

und also

$$\times\times(\text{ZTh}) = \text{RTh}.$$

Für den in Toth (2013c) eingeführten Nachbarschaftsoperator  $N$  gilt somit, daß er in den beiden folgenden Formen auftreten kann

$$N(\text{ZTh}) = N(\times(\text{RTh}))$$

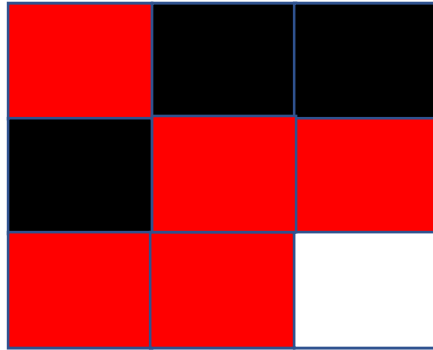
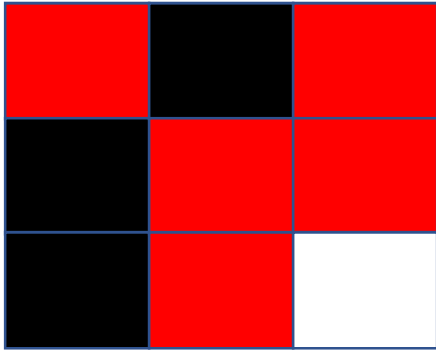
$$N(\text{RTh}) = N(\times(\text{ZTh})).$$

In den folgenden Matrizen werden die semiotischen Subrelationen der regulären und irregulären Dualsysteme schwarz und ihre Nachbarschaften rot markiert. Irreguläre Dualsysteme sind wiederum durch Asterisk gekennzeichnet.

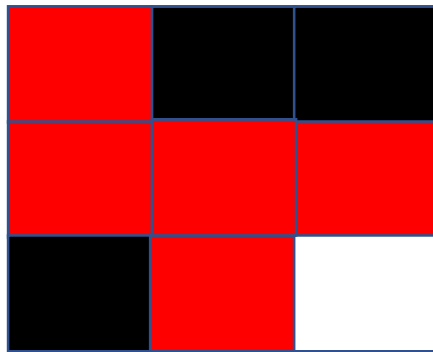
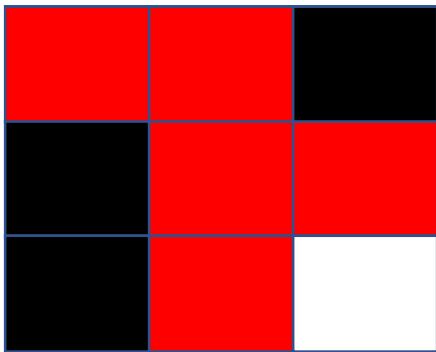
$$2.1. \text{DS} = [(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)]$$



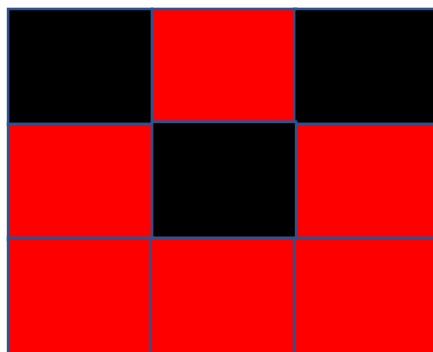
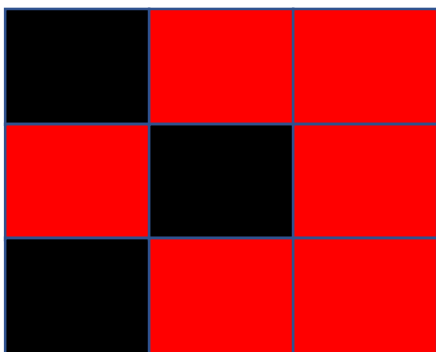
$$2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)]$$



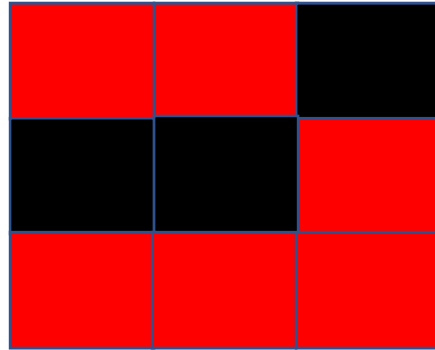
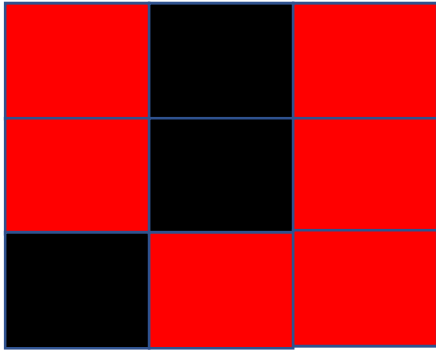
$$2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$$



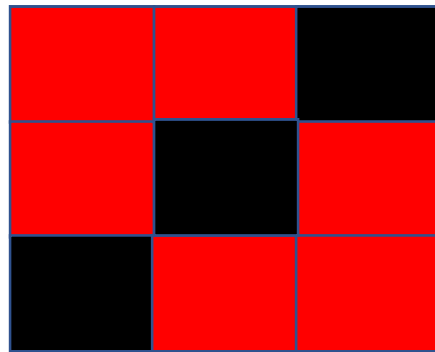
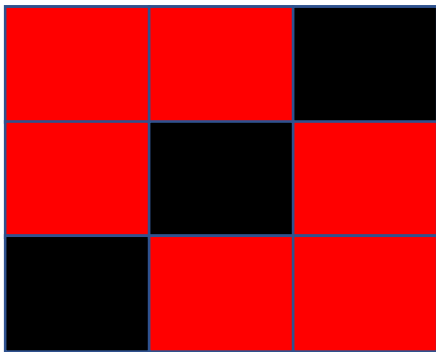
$$2.4. *DS = [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)]$$



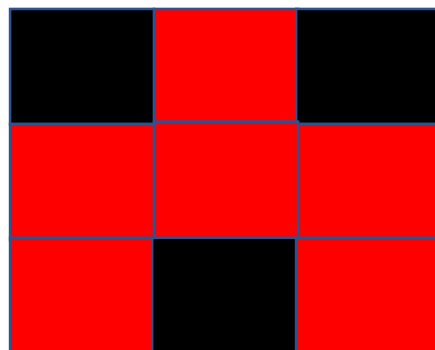
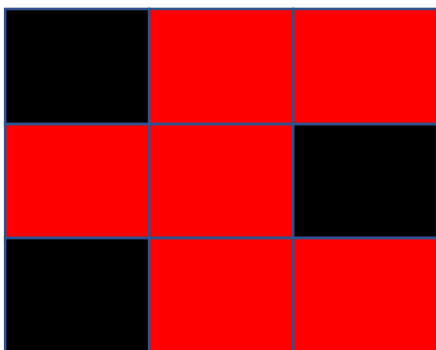
$$2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$



$$2.6. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$

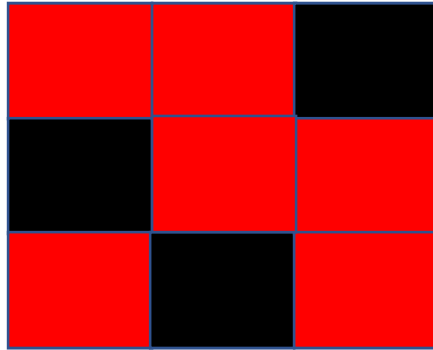
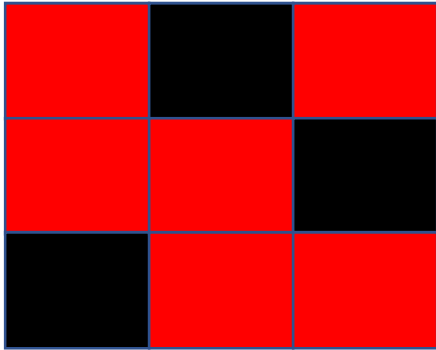


$$2.7. *DS = [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$

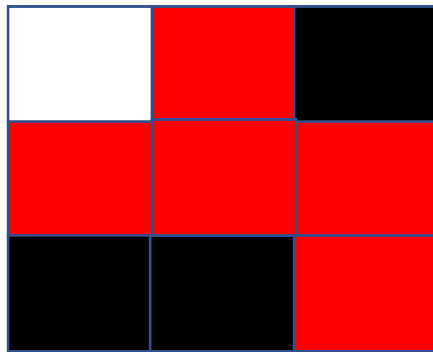
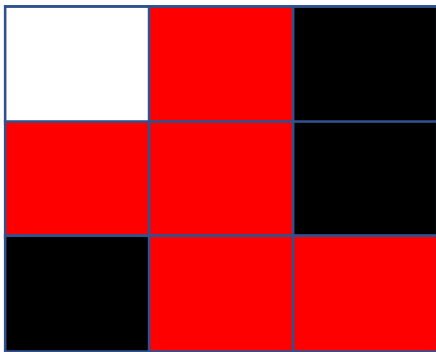




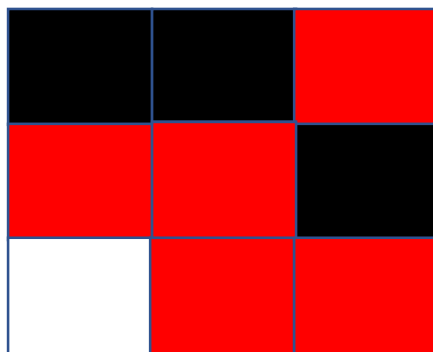
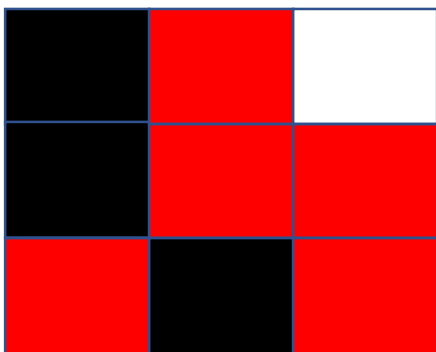
$$2.8. *DS = [(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)]$$



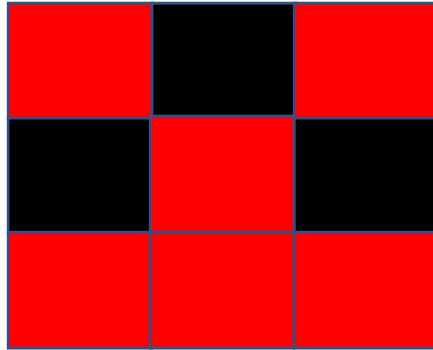
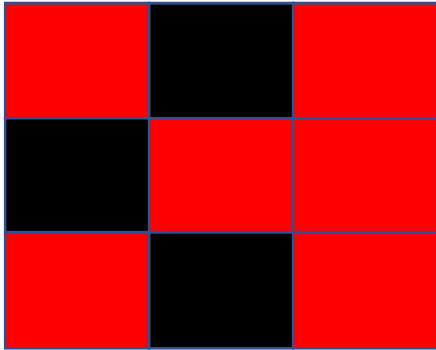
$$2.9. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)]$$



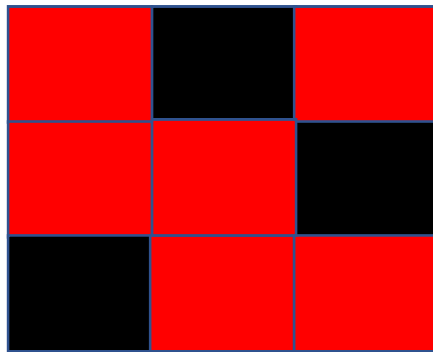
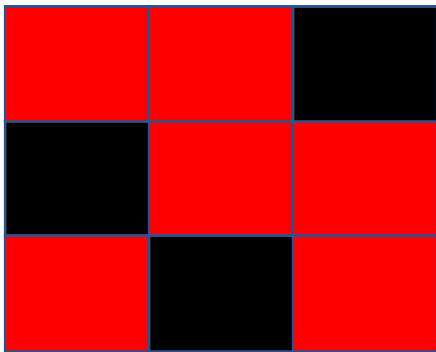
$$2.10. *DS = [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]$$



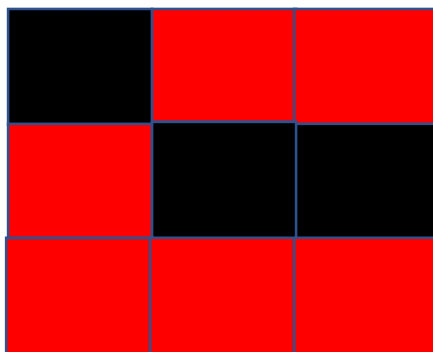
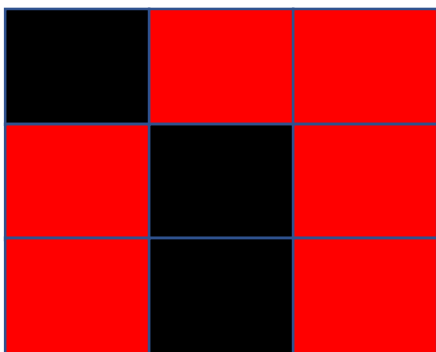
$$2.11. *DS = [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)]$$



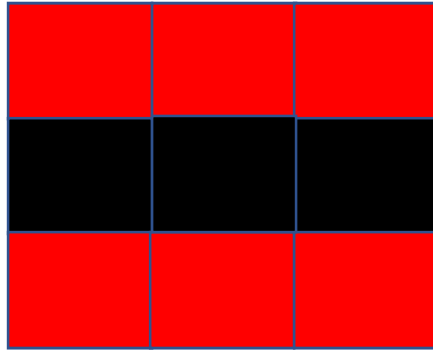
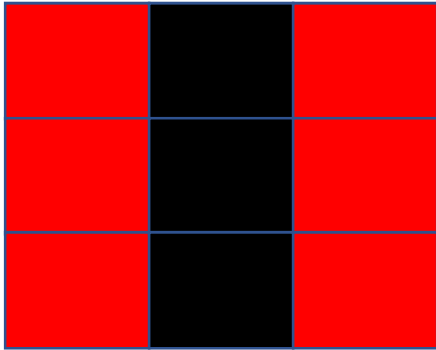
$$2.12. *DS = [(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)]$$



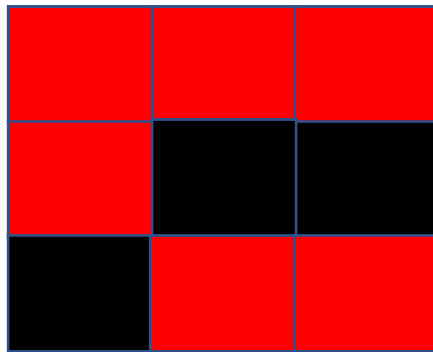
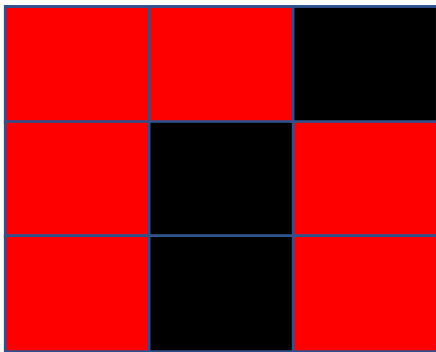
$$2.13. *DS = [(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)]$$



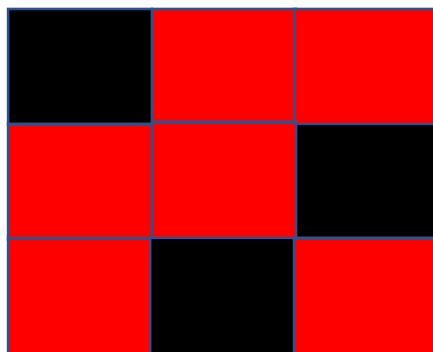
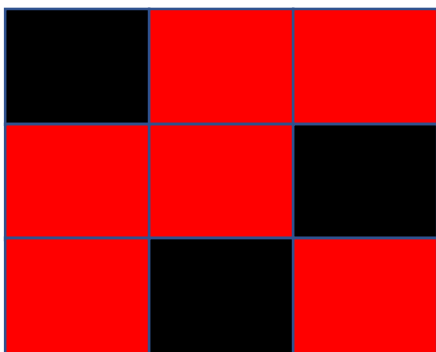
$$2.14. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)]$$



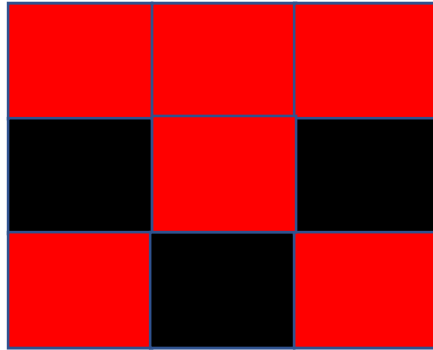
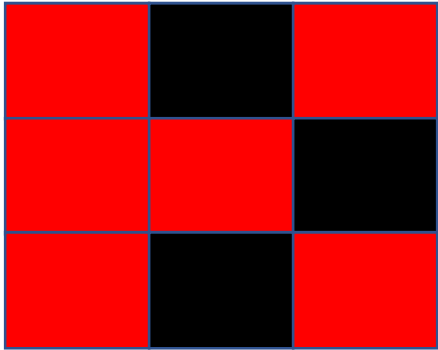
$$2.15. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)]$$



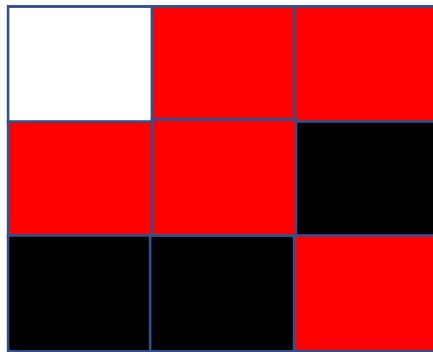
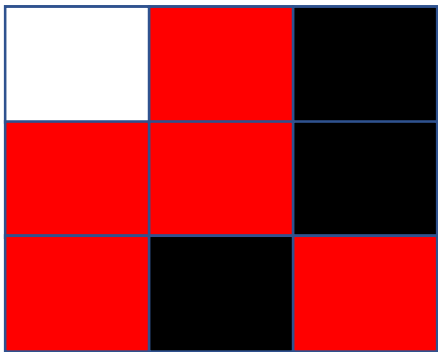
$$2.16. *DS = [(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)]$$



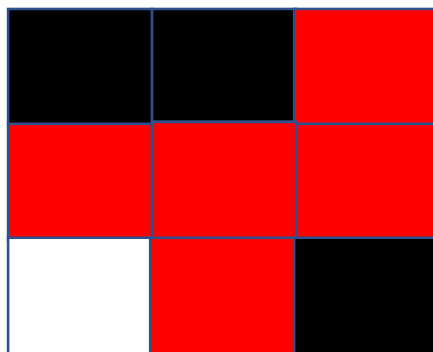
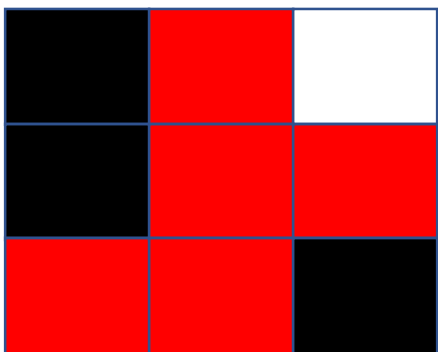
$$2.17. *DS = [(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)]$$



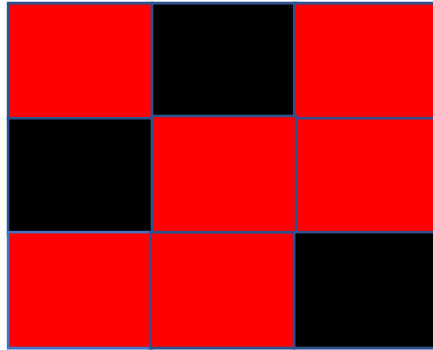
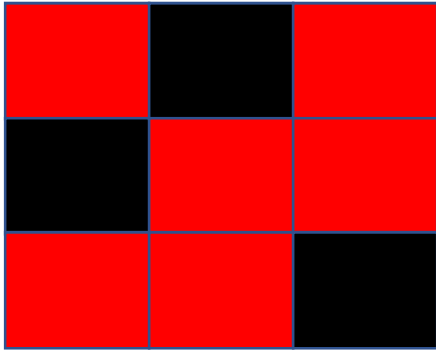
$$2.18. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)]$$



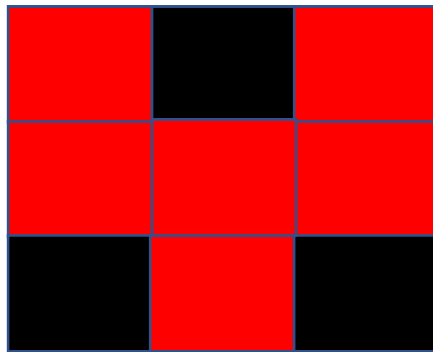
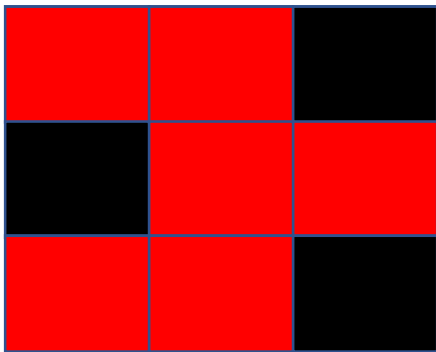
$$2.19. *DS = [(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$$



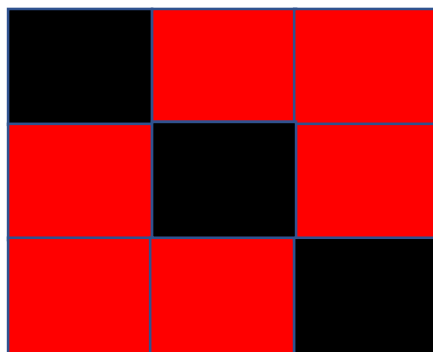
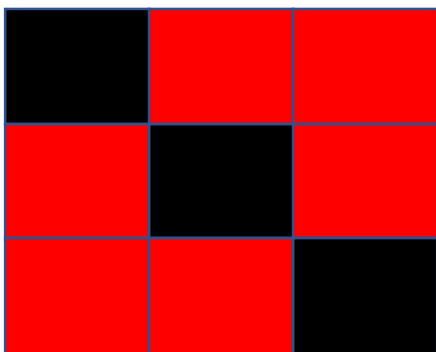
$$2.20. *DS = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



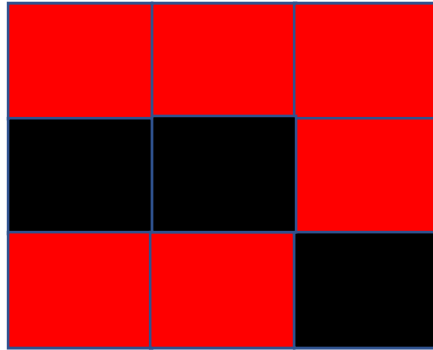
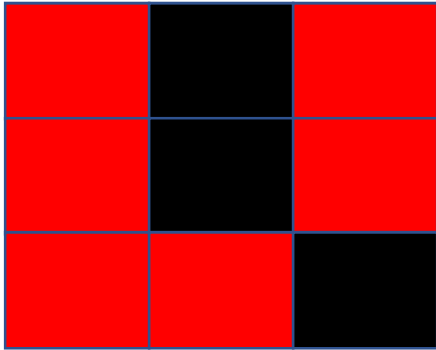
$$2.21. *DS = [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$$



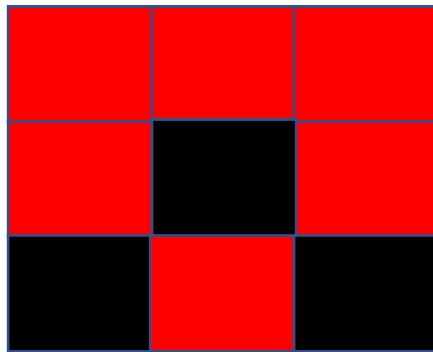
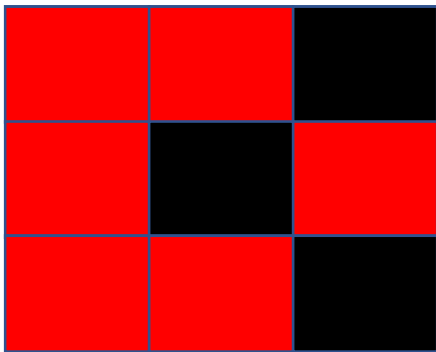
$$2.22. *DS = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$$



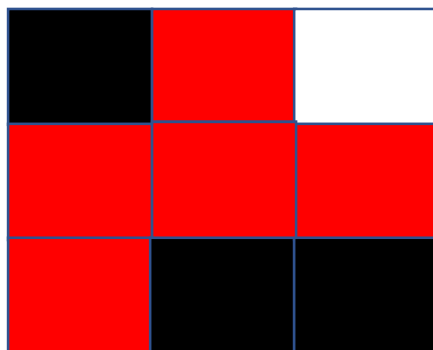
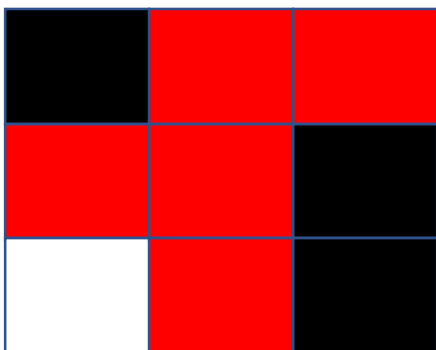
$$2.23. *DS = [(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



$$2.24. *DS = [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$



$$2.25. *DS = [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$$



$$2.26. *DS = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



$$2.27. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)]$$



Wie man erkennt, gibt es in kleinen semiotischen Matrizen genau 3 Typen semiotischer Nachbarschaften, nämlich solche mit 0, 1 und 3 nichttrivialen Umgebungen von Nachbarschaften. 3 Umgebungen von Nachbarschaften weisen nur die 3 linearen semiotischen Relationen, die sog. Hauptzeichenklassen, auf. Von besonderem Interesse ist der Typus der semiotischen Relationen mit jeweils 1 nichttrivialen Umgebung von Nachbarschaften, denn er findet sich nur bei solchen Dualsystemen, die in ihren Trichotomien entweder verdoppelte Erst- oder Drittheit aufweisen. Bei diesen finden sich nämlich jeweils zwei Einträge für die entsprechenden Subrelationen entweder am linken oder am rechten Rand der Matrizen. Hier liegt ein noch genauer zu untersuchendes semiotisch-systemtheoretisch-topologisches Gesetz vor.

### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Strukturen regulärer und irregulärer Dualsysteme über der kleinen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Die Struktur der Umgebungstypen von Paaren dyadischer Subrelationen in der großen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen, Ränder, Umgebungen und Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c